

УДК 62-574

Ф. Ф. СИРЕНКО, С. В. ЕПИФАНОВ, С. И. СУХОВЕЙ

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина

## СИНТЕЗ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТРЕХВАЛЬНОГО ДВУХКОНТУРНОГО ДВИГАТЕЛЯ НА ЭТАПЕ ЗАПУСКА

Для синтеза программ управления авиационными ГТД широко применяются нелинейные или линеаризованные модели двигателей, которые в основном обеспечивают расчет параметров в диапазоне режимов между «малым газом» и «максималом» и крайне редко – в области запуска. Отсутствие моделей запуска приводит к значительным затруднениям при синтезе систем автоматического управления. В данной статье рассмотрен метод, позволяющий синтезировать квазилинейную динамическую модель запуска с использованием идентификации по ограниченному объему экспериментальных данных, а также априорной информации. При использовании предлагаемого метода установка дополнительных датчиков не требуется. Модель запуска также содержит модель термопары для восстановления результатов измерения температуры газа. В статье приведены особенности синтеза модели для трехвального двухконтурного двигателя и его реализация на базе экспериментальной информации.

**Ключевые слова:** математическая модель, запуск, идентификация, трехвальный двухконтурный ГТД, экспериментальные данные.

### Введение

Данная статья посвящена актуальной задаче обеспечения разработчиков САУ математическими моделями двигателей для синтеза программ управления во всем диапазоне рабочих режимов и условий их эксплуатации.

Запуск является динамическим процессом, структура которого представлена в [1]. Действующими нормативными документами [2] выдвигаются высокие требования к безопасности и надежности процесса запуска, которые находят свою реализацию в законах управления запуском и ограничителях, применяемых для предотвращения опасных состояний двигателя (таких как горячее зависание, помпаж, перегрев и др.).

Для безопасной отработки программ управления, уменьшения сроков и стоимости доводки САУ двигателя необходимо применение математического моделирования. Обзор существующих методов и их классификация приведены в работе [3].

Большинство рассмотренных моделей имеют недостатки (необходимость проведения большого числа дорогостоящих экспериментов либо применимость лишь к отдельным узлам или типам двигателей), которые не позволяют применять их практически при синтезе САУ.

### Условные обозначения

A, B, C, D матрицы коэффициентов влияния ( $a_{11} \dots a_{ij}$ ,  $b_{11} \dots b_{ij}$ ,  $c_{11} \dots c_{ij}$ ,  $d_{11} \dots d_{ij}$  – соответственно элементы матриц A, B, C, D);

G	расход;
J	момент инерции ротора;
M	крутящий момент;
n	частота вращения;
p	давление;
T	температура;
t	время;
$\vec{U}$	вектор управления;
$\vec{X}$	вектор параметров состояния;
$\vec{Y}$	вектор параметров наблюдения;
v	постоянная времени термопары;
ГТД	газотурбинный двигатель;
ЛДМ	линейная динамическая модель
САУ	система автоматического управления;
ТРДД	турбореактивный двухконтурный двигатель;
УСМ	упрощенная статическая модель;
УСХ	Упрощенная статическая характеристика.

### Индексы

ВД	ротор высокого давления;
кр старт	крутящий момент стартера;
НД	ротор низкого давления;
пр	приведенный;
с	сопротивление;
СД	ротор среднего давления;
т	топливо;
эксп	экспериментальное значение.

### Требования к математической модели запуска и ее структура

При решении задач моделирования рабочих процессов в двигателе одной из основных проблем является выбор структуры модели, которая соответствует задачам, решаемым с помощью этой модели.

Основной целью рассматриваемой модели является решение задач предварительной настройки САУ. Для этого модель должна:

- адекватно отображать зависимости между параметрами рабочего процесса в двигателе (т.к. процесс запуска динамический, модель должна корректно описывать свойства ГТД, определяющие нестационарность процессов);
- функционировать совместно с другими моделями, используемыми при отработке САУ, такими как модели рабочих режимов, модели регуляторов и др.;
- корректно имитировать характерные особенности изменения параметров двигателя в процессе запуска, например величину перерегулирования для температуры газа за турбиной;
- требовать минимального количества экспериментальной информации для ее согласования с реальным объектом;
- обеспечивать количественную оценку необходимых параметров, которые невозможно экспериментально измерить.

В наибольшей степени этим требованиям соответствует динамическая модель, состоящая из линейной динамической модели

$$\begin{cases} \dot{\bar{X}} = A \cdot \Delta \bar{X} + B \cdot \Delta \bar{U}; \\ \Delta \bar{Y} = C \cdot \Delta \bar{X} + D \cdot \Delta \bar{U}. \end{cases} \quad (1)$$

и упрощенной статической модели.

Структура модели запуска аналогична структуре модели, рассмотренной в [4], и приведена на рис. 1.

Особенностью модели трехвального ТРДД является необходимость учета взаимодействия роторов.

## Упрощенная статическая модель

Структура упрощенной статической модели (УСМ) и особенности ее настройки приведены в работе [4]. Особенностью описанной методики применительно к трехвальному ТРДД является нецелесообразность проведения специального анализа для получения дополнительных экспериментальных точек на характеристике, т.к. для данного типа двигателя малый газ является самым низким устойчивым режимом его работы. Поэтому единственным источником информации о режиме «малый газ» является согласованная с экспериментальными данными модель двигателя для его рабочих режимов (с помощью этой модели рассчитываются необходимые неизмеряемые параметры, например  $G_{в стат пр}$  или  $T_{к стат пр}$ , на режиме малого газа и производные моделируемых параметров по параметру-аргументу модели запуска, например  $\frac{dG_{т пр}}{dn_{ВД пр}}$ ).

Точно определенные параметры на режиме малого газа и их производные очень важны, поскольку в основе метода синтеза УСХ лежат следующие два условия:

- значения моделируемых параметров, рассчитанных по модели рабочих режимов и модели запуска в точке малого газа, равны между собой и равны экспериментальным значениям;
- производная от моделируемого параметра по параметру-аргументу модели запуска в точке малого газа равна аналогичной производной, рассчитанной по модели рабочих режимов.

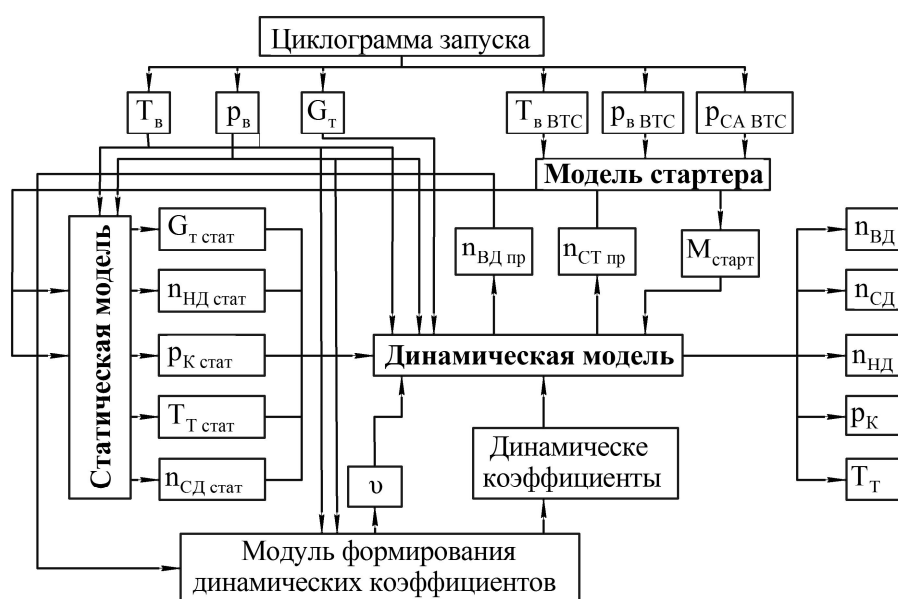


Рис. 1. Структура предлагаемой модели запуска ТРДД

Применение плохо согласованной с экспериментальными данными математической модели рабочих режимов может приводить к получению ошибочных результатов, таких как повышенная или пониженная чувствительность моделируемых параметров к изменению внешних воздействий.

Пример синтезированной прямой зависимости УСХ приведен на рис. 2 с нанесенными на него экспериментальными точками малого газа.

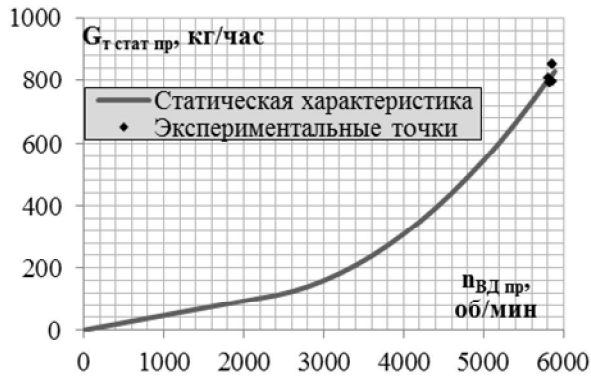


Рис. 2. Зависимость  $G_{T стат пр} = f(n_{ВД пр})$  статической характеристики

### Линейная динамическая модель

Приведенная выше динамическая модель (1) в пространстве состояний для рассматриваемого трехвального ТРДД имеет вид системы линейных алгебраических и дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{n}_{CD} = a_{11} \cdot \Delta n_{CD} + a_{12} \cdot \Delta n_{ВД} + a_{32} \cdot \Delta n_{НД} + b_{11} \cdot \Delta G_T; \\ \dot{n}_{ВД} = a_{21} \cdot \Delta n_{CD} + a_{22} \cdot \Delta n_{ВД} + a_{23} \cdot \Delta n_{НД} + b_{21} \cdot \Delta G_T + b_{24} \cdot (M_{кр старт} - M_c); \\ \dot{n}_{НД} = a_{31} \cdot \Delta n_{CD} + a_{32} \cdot \Delta n_{ВД} + a_{33} \cdot \Delta n_{НД} + b_{31} \cdot \Delta G_T; \\ \Delta p_K = c_{11} \cdot \Delta n_{CD} + c_{12} \cdot \Delta n_{ВД} + c_{13} \cdot \Delta n_{НД} + d_{11} \cdot \Delta G_T; \\ \Delta T_T = c_{21} \cdot \Delta n_{CD} + c_{22} \cdot \Delta n_{ВД} + c_{23} \cdot \Delta n_{НД} + d_{21} \cdot \Delta G_T. \end{cases} \quad (2)$$

где  $\Delta n_{CD} = n_{CD} - n_{CD стат}$ ,  $\Delta n_{ВД} = n_{ВД} - n_{ВД стат}$ ,  $\Delta n_{НД} = n_{НД} - n_{НД стат}$ ,  $\Delta G_T = G_T - G_{T стат}$ ,  $\Delta p_K = p_K - p_{K стат}$  и  $\Delta T_T = T_T - T_{T стат}$ .

Для ее решения может быть использован метод Эйлера.

Система уравнений (2) может быть упрощена путем учета следующих допущений:

– т.к. аргументом статической модели и функций для определения зависимости коэффициентов линейной динамической модели от режима работы двигателя является частота вращения ротора высокого давления, то  $n_{ВД} = n_{ВД стат}$ , вследствие чего  $\Delta n_{ВД} = 0$ .

– взаимное влияние роторов определяется в основном взаимодействием каскадов турбины, поэтому распространяется по потоку (ротор высокого давления влияет на ротор среднего и низкого давления, а ротор среднего давления влияет на ротор низкого давления).

С учетом приведенных допущений система уравнений (2) принимает вид

$$\begin{cases} \dot{n}_{CD} = a_{11} \cdot \Delta n_{CD} + b_{11} \cdot \Delta G_T; \\ \dot{n}_{ВД} = b_{21} \cdot \Delta G_T + b_{24} \cdot (M_{кр старт} - M_c); \\ \dot{n}_{НД} = a_{31} \cdot \Delta n_{CD} + a_{33} \cdot \Delta n_{НД} + b_{31} \cdot \Delta G_T; \\ \Delta p_K = d_{11} \cdot \Delta G_T; \\ \Delta T_T = d_{21} \cdot \Delta G_T. \end{cases} \quad (3)$$

Задача синтеза линейной динамической модели сводится к задаче определения коэффициентов ЛДМ.

Коэффициенты  $b_{24}$ ,  $b_{21}$ ,  $d_{11}$  определяются аналитически с привлечением априорной и экспериментальной информации с последующей аппроксимацией полиномиальными зависимостями, аргументами которых является частота вращения ротора высокого давления:

$$b_{24} = \frac{30}{\pi \cdot J_{ВД}}, \quad (3)$$

где  $J_{ВД}$  – момент инерции ротора высокого давления.

$$b_{21} = \frac{\dot{n}_{ВД эксп} - b_{24} \cdot (M_{кр старт эксп} - M_c)}{G_{T эксп} - G_{T стат}}; \quad (4)$$

$$d_{11} = \frac{p_{K эксп} - p_{K стат}}{G_{T эксп} - G_{T стат}}. \quad (5)$$

Аналитическое определение коэффициентов  $a_{11}$ ,  $b_{11}$ ,  $a_{31}$ ,  $a_{33}$ ,  $b_{31}$  невозможно, поэтому они определяются методом наименьших квадратов с привлечением априорной и экспериментальной информации и с последующей аппроксимацией зависимости полученных значений от параметра, определяющего режим работы двигателя.

Так, например, процедура определения коэффициентов  $a_{11 пр}$ ,  $b_{11 пр}$  имеет вид

$$\hat{\theta} = \arg \min J(\bar{\theta}), \quad (6)$$

где  $\bar{\theta} = \begin{bmatrix} a_{11 пр} \\ b_{11 пр} \end{bmatrix}$  – вектор идентифицируемых коэффициентов  $a_{11 пр}$ ,  $b_{11 пр}$ , изменение которых аппроксимируется

полиномами  $b_{11 пр} = \sum_{i=0}^2 q_i \cdot n_{ВД пр}^i$  и

$a_{11 пр} = \sum_{i=0}^2 p_i \cdot n_{ВД пр}^i$ ,  $\hat{\theta}$  – оценка вектора  $\bar{\theta}$ .

Таким образом задача определения коэффициентов  $a_{11 пр}$ ,  $b_{11 пр}$  сводится к задаче определения коэффициентов полиномов, аппроксимирующих изменение этих коэффициентов на этапе запуска:

$$J(\bar{\theta}) = J(q_2, q_1, q_0, p_2, p_1, p_0) = \sum_{j=1}^N \left[ \dot{n}_{СД пр j} - \left( (q_2 \cdot n_{ВД пр j}^2 + q_1 \cdot n_{ВД пр j} + q_0) \cdot \Delta G_{Т пр j} + (p_2 \cdot n_{ВД пр j}^2 + p_1 \cdot n_{ВД пр j} + p_0) \cdot \Delta n_{СД пр j} \right) \right]^2. \quad (7)$$

Результаты определения изменения коэффициента  $a_{11 пр}$  приведены на рис. 3.

Априорно известно, что коэффициент  $a_{11 пр}$  монотонно увеличивается с уменьшением частоты вращения [5], поэтому результаты его идентификации являются достоверными. Для большей адекватности модели коэффициент  $b_{11 пр}$  уточняется по следующей зависимости:

$$b_{11 пр} = \frac{\dot{n}_{СД эксп} - a_{11 пр} \cdot (n_{СД эксп} - n_{СД стат})}{G_{Т эксп} - G_{Т стат}}. \quad (8)$$

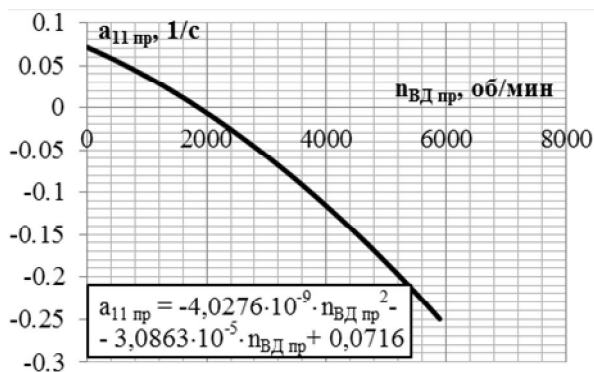


Рис. 3. Зависимость  $a_{11 пр} = f(n_{ВД пр})$

### Верификация модели запуска

Для подтверждения адекватности модели и оценки ее качества проведено моделирование запуска и его сравнение с экспериментом. Для этого был выбран запуск, который не использовался для идентификации и отличается от других законом подачи топлива и внешними условиями. Моменты розжига камеры сгорания и отключения стартера идентичны аналогичным параметрам запусков, использованных при синтезе модели. Результаты верификации модели приведены на рис. 4-9.

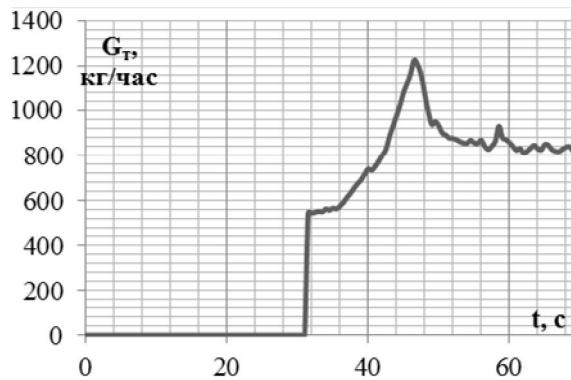


Рис. 4. Циклограмма подачи топлива  $G_{Т} = f(t)$

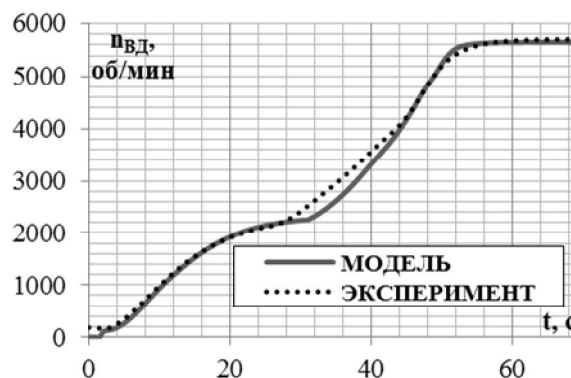


Рис. 5. Сравнение смоделированного и реального запусков ( $n_{ВД} = f(t)$ )

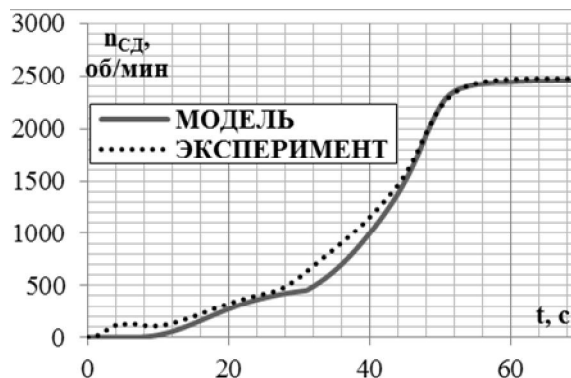


Рис. 6. Сравнение смоделированного и реального запусков ( $n_{СД} = f(t)$ )

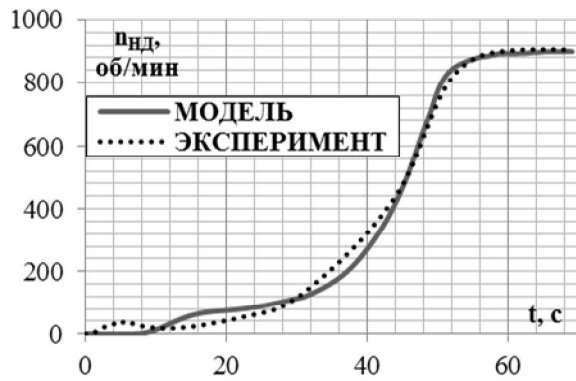


Рис. 7. Сравнение смоделированного и реального запусков ( $n_{нд} = f(t)$ )

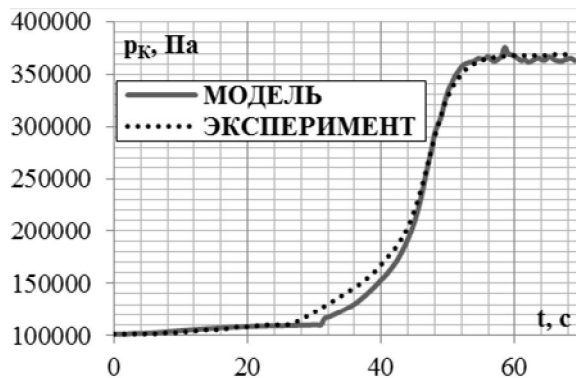


Рис. 8. Сравнение смоделированного и реального запусков ( $p_k = f(t)$ )



Рис. 9. Сравнение смоделированного и реального запусков ( $T_T = f(t)$ )

Сравнение результатов моделирования с экспериментальными данными показывает, что модель соответствует всем требованиям, предъявляемым к моделям, используемым при отработке САУ. Расхождения между экспериментальными и смодели-

рованными данными объясняются тем, что розжиг камеры сгорания был проведен ранее, чем заявлено в требованиях к САУ, а моделирование выполнено в соответствии с этими требованиями.

### Выводы

Предложенная ранее и примененная к турбовальному двигателю со свободной турбиной методика формирования математической модели запуска успешно применена к трехвальному ТРДД. Разработанные модели обладают достаточной адекватностью, что позволяет использовать их для отработки программы управления наземным запуском, холодной прокруткой, ложным запуском и сократить затраты времени и средств на синтез САУ. Авторы считают, что дальнейшие исследования в области моделирования запуска должны быть направлены на обеспечение возможности моделирования запуска в полете и исследования влияния механизации компрессора на динамику изменения моделируемых параметров.

### Литература

1. Кац, Б. М. Пусковые системы авиационных газотурбинных двигателей [Текст] / Б. М. Кац, Э. С. Жаров, В. К. Винокуров. – М. : Машиностроение, 1976. – 220 с.
2. Авиационные правила часть 33 «Нормы летной годности воздушных судов» [Текст] : АП33-2003: утв. Межгосударственным авиационным комитетом 5.09.2003. – введ. в действие 25.12.2004. – М. : ОАО «АВИАИЗДАТ», 2003. – 48 с.
3. Епифанов, С. В. Анализ методик синтеза математических моделей газотурбинных двигателей на этапе запуска [Текст] / С. В. Епифанов, Ф. Ф. Сиренко, И. И. Головин // Авиационно-космическая техника и технология. – 2013. – № 10/46. – С. 128–135.
4. Создание быстросчетной математической модели турбовального двигателя на этапе запуска для решения задач синтеза систем автоматического управления [Текст] / С. В. Епифанов, Ф. Ф. Сиренко, С. И. Суховей, Р. Л. Зеленский // Авиационно-космическая техника и технология. – 2012. – № 9/96. – С. 234–242.
5. Гимадиев, А. Г. Системы автоматического регулирования авиационных ГТД [Текст] : учеб. пособие / А. Г. Гимадиев, Е. В. Шахматов, В. П. Шорин ; Мин-во высшего и среднего специального образования РСФСР, Куйбыш. авиац. ин-т. – Куйбышев : Изд-во Куйбыш. авиац. ин-та, 1976. – 122 с.

Поступила в редакцию 04.01.2014, рассмотрена на редколлегии 12.03.2014

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф., проф. кафедры конструкции авиационных двигателей Д. Ф. Симбирский, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

**СИНТЕЗ ДИНАМІЧНОЇ МОДЕЛІ ТРЬОХВАЛЬНОГО ДВОКОНТУРНОГО ДВИГУНА  
НА ЕТАПІ ЗАПУСКУ****Ф. Ф. Сіренко, С. В. Єпіфанов, С. І. Суховій**

Для синтезу програм керування авіаційними ГТД широко використовуються нелінійні чи лінеаризовані моделі двигунів, які в більшості забезпечують розрахунок параметрів в діапазоні режимів між «малим газом» і «максималом» і значно рідше – в області запуску. Відсутність моделей запуску призводить до значних труднощів при синтезі систем автоматичного керування. В цій статті наводиться метод синтезу квазілінійної динамічної моделі запуску з використанням ідентифікації за обмеженої кількості даних, а також з використанням апріорної інформації. Використання метода, що пропонується, не передбачає встановлення додаткових датчиків. Модель запуску також включає модель термопари для відновлення результатів вимірювання температури газу. В статті наведено особливості синтезу моделі для трьохвального ТРДД і його реалізація на базі експериментальної інформації.

**Ключові слова:** математична модель, запуск, ідентифікація, трьохвальний ТРДД, експериментальні дані.

**SYNTHESIS OF A DYNAMIC MODEL OF STARTING OF A THREE-SPOOL TFE****F. F. Sirenko, S. V. Yepifanov, S. I. Sukhovii**

The evaluation of steady-state and transient engine performance during gas turbine control system development is usually provided by applying linear or linearized models of GTEs that mostly cover the operating range between idle and maximum power points and more recently – a sub-idle operating range. The absence of the latest ones makes ACS control laws synthesis a very complex problem. The proposed paper deals with the new method to synthesize quasi-linear dynamic model of starting basing identification from limited experimental data and prior information. Except engine model, starting model also has a thermocouple behavior equation to restore true values, which were measured by a thermocouple. The specific features of the model for three spool turbofan and its practical implementation are presented in the paper.

**Keywords:** mathematical model, starting, identification, three-spool TFE, experimental data.

**Сіренко Фелікс Феліксович** – аспірант кафедри конструкції авіаційних двигателів, Національний аерокосмічний університет ім. Н. Е. Жуковського «ХАІ», Харків, Україна, e-mail: aedlab@gmail.com.

**Єпіфанов Сергій Валерійович** – д-р техн. наук, проф, завідує кафедрою конструкції авіаційних двигателів, Національний аерокосмічний університет ім. Н. Е. Жуковського «ХАІ», Харків, Україна, e-mail: aedlab@gmail.com.

**Суховій Сергій Іванович** – канд. техн. наук, доц., доцент кафедри конструкції авіаційних двигателів, Національний аерокосмічний університет ім. Н. Е. Жуковського «ХАІ», Харків, Україна, e-mail: aedlab@gmail.com.