

УДК 532.526

ХОШМАНДИ АМИР

*Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина*

## МЕТОД ТРИАНГУЛЯЦИИ НЕСУЩИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ СИСТЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Современное численное решение начально-краевых задач механики сплошных сред базируется на создании адекватной математической модели и построении расчётных методов на геометрической форме объекта. С целью реализации идеологии численного решения задач аэрогидродинамики на базе метода граничных интегральных уравнений развит алгоритмический процесс координирования поверхностей произвольной пространственной формы с целью дальнейшей их триангуляции, что обеспечивает проведение корректного вычислительного эксперимента определения распределённых и суммарных аэродинамических характеристик как летательного аппарата, так и его частей.

**Ключевые слова:** несущие системы летательных аппаратов, граничные интегральные уравнения, геометрическое моделирование, метод триангуляции поверхностей, численная реализация решений.

### Введение

В силу многопараметричности и нелинейности основных задач механики сплошных сред [1], существенное развитие, наряду с физическим, получил вычислительный эксперимент. В настоящее время развитие компьютерных технологий достигло такого уровня, что уже не имеет смысла излагать достоинства компьютерного моделирования или численного эксперимента в аэрогидродинамике по сравнению с традиционными физическими способами моделирования [2]. Необходимо подчеркнуть, что современные исследования проблемных и востребованных задач механики сплошных сред и, в частности, аэрогидродинамики опираются на развитые аппараты функционального и векторно-тензорного анализов [1], что в полной мере эффективно эксплуатируется и способствует развитию численных методов решения всего спектра востребованных задач механики.

В аэродинамике сложных несущих поверхностей (рис. 1, 2) на базе систематического использования метода граничных интегральных уравнений и вариантов численной реализации получены распределённые и суммарные нелинейные аэродинамические характеристики несущих форм, плоских и пространственных, изучены процессы, которые сопровождают отрыв потока, формирование и устойчивость вихревых образований.

### Постановка задачи

В последнее время активно изучаются летательные аппараты с дополнительными аэродинами-

ческими поверхностями (ДАП) (см. рис. 1, 2), которые препятствуют перетеканию потока воздуха и приводят к выравниванию давления на верхней и нижней поверхностях крыла, ослабляя мощный концевой вихрь за счет разделения его на несколько вихрей меньшей интенсивности.



Рис. 1. Несущие и управляющие аэродинамические поверхности современных самолетов



Рис. 2. Перспективные летательные аппараты с развитыми аэродинамическими системами механизации

Применение ДАП, спроектированных с учетом прогноза необходимых аэродинамических характеристик, позволяет снизить индуктивное сопротивление воздушного судна, увеличить эффективное удлинение крыла и подъемную силу на его конце, улучшить курсовую устойчивость, снизить удельный расход топлива, уменьшить длину разбега и

пробега при взлете и посадке воздушных судов (ВС), что имеет также и значительное экономическое значение.

В настоящее время известно множество конструкций ДАП крыла различных типов, устанавливаемых на магистральные ВС, различающихся сложными пространственными геометрическими формами и аэродинамическими характеристиками (см. рис. 1, 2).

Проектирование ДАП несущих и управляющих элементов связано с учетом аэродинамических, энергетических, конструктивно-геометрических, технологических и режимных характеристик, что требует применения современных средств вычислительной техники для синтеза и принятия необходимого проектного решения.

Опыт последних лет показал, что наряду с универсальными пакетами прикладных программ, возможности которых зачастую декларируются, необходимо продолжать создание корректных, с математической точки зрения, специализированных алгоритмов и программных продуктов. Представляется весьма актуальным сочетание численных и аналитических подходов на базе метода граничных интегральных уравнений в расчетах аэродинамических характеристик летательных аппаратов, транспортных средств и их частей на различных режимах полета или движения, обеспечивающих достаточный экономический эффект. Теперь речь идет уже о повышении эффективности и достоверности численного моделирования и численного эксперимента, так как, несмотря на все его достоинства, стало очевидно, что полностью заменить натурные испытания численный эксперимент пока не может. Для этого необходимо повысить скорость, объем и достоверность проводимых вычислений. Одним из путей повышения скорости и точности проводимых вычислений является повышение эффективности геометрического моделирования в полном соответствии с определенными дифференциально-топологическими характеристиками кривых и поверхностей в пространствах заданной размерности.

### Результаты геометрического моделирования

Согласно сложившейся традиции, длительное время предварительного этапа проектирования было связано с необходимостью осуществления последовательных этапов: составление проекта, создание модели, проведение испытаний в аэродинамической трубе и составление скорректированного проекта. Создание модели оказывается зачастую наиболее медленной и дорогостоящей стадией этого процесса. Использование хорошо отлаженной программы по

методике вычислительной аэрогидродинамики позволяет испытывать серию альтернативных проектов (например, с различной геометрической конфигурацией) в широком диапазоне изменения значений параметров, таких как число Рейнольдса, число Маха, угол отклонения потока.

Основанная на идеологии метода граничных интегральных уравнений, интегрированная компьютерная технология представляется особо перспективной. Наиболее эффективным методом оказался в случаях внутренних и внешних задач механики сплошных сред для неограниченных областей с компактными внутренними границами и позволяет, в том числе, непосредственно определять распределенные и суммарные аэродинамические характеристики как летательных аппаратов, так и их частей.

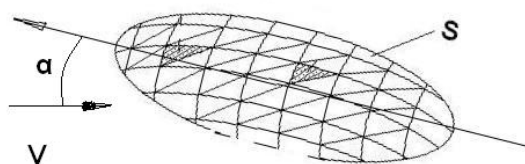


Рис. 3. Триангулированная каноническая поверхность в естественной системе координат

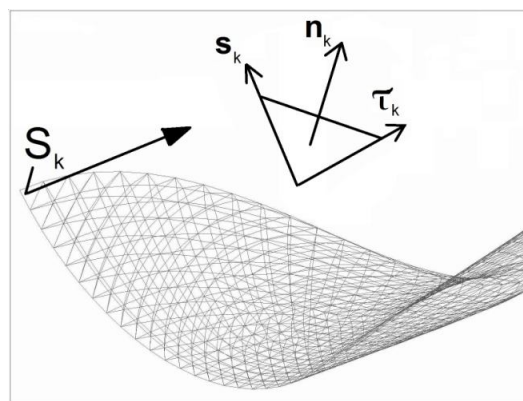


Рис. 4. Элементы триангулированной несущей поверхности в естественной системе координат

При исследовании этих характеристик летательных аппаратов, их несущих и управляющих систем на базе метода граничных интегральных уравнений с помощью компьютерной технологии с его корректной численной реализацией применяется метод триангуляции поверхности объекта в криволинейной ортогональной системе координат (рис. 3, 4) [3]. В современных системах геометрического моделирования объекты представляются в виде комбинации простых элементов (примитивов). Процесс разбиения полигональной области со сложной

конфигурацией в набор треугольников называется триангуляцией, осуществляется в зависимости от класса поверхности: плоскость, поверхность по сечению, поверхность, заданная массивом точек и интерполирующими функциями и т.д. Также различаются подклассы поверхностей: коническая, сферическая, цилиндрическая, эллипсоидальная и другие. При анализе или синтезе сложных поверхностей их аппроксимируют сеткой треугольников и впоследствии оперируют с простейшими полигональными областями, т.е. с каждым из треугольников.

Триангуляция (от лат. triangulum – треугольник) – был одним из методов создания опорной геодезической сети и в настоящее время является мощным методом построения трехмерных объектов с помощью программных продуктов в компьютерной графике. Алгоритм триангуляции применим для поверхностей любой формы задания как в плоском, так и в пространственном случаях [4]. Этот подход наряду с последующим квадратурно-интерполяционным процессом вычисления интегралов типа потенциалов приводит к линейной системе алгебраических уравнений относительно искомого кинематических и динамических параметров задачи.

Развитие компьютерной графики на задачи этого класса требуют мощных технических средств и интеллектуально-обеспеченных алгоритмов с целью построения поверхностных систем координат на трехмерных моделях тел произвольной пространственной формы с последующим разбиением изображений на простейшие элементы-треугольники. Это объясняется следующими причинами:

- треугольник является простейшим полигоном, вершины которого однозначно задают грань;
- любую область можно гарантировано разбить на треугольники;
- вычислительная сложность алгоритмов разбиения на треугольники существенно меньше, чем при использовании других полигонов;
- для треугольника легко определить три его ближайших соседа, имеющих с ним общие грани.

Любая поверхность может быть аппроксимирована с необходимой точностью сеткой треугольников. Точность аппроксимации определяется количеством треугольников и способом их выбора. Для качественной визуализации объекта, находящегося вблизи точки наблюдения, требуется учесть во много раз больше треугольников, чем в ситуации, когда тот же объект расположен на удалении. Даже достаточно грубая сетка полезна на практике, так как методы сглаживания, применяемые в процессе отображения, могут значительно улучшить представление о кривизне поверхности.

Триангуляция, разбиение поверхности на простые элементы дает возможность регулирования точности при вычислении аэродинамических характеристик. В зависимости от требований поставленной задачи и конфигурации вычислительной машины выбирается количество треугольников с целью выяснения сходимости вычислительного процесса и достижения приемлемой точности.

### Математическая модель

Создан алгоритм реализации такого подхода в случае интегрального представления решения задачи обтекания произвольной пространственной несущей системы потоком реальной среды [5]:

$$\mathbf{v} = \iint_{(S+\Sigma)} \left\{ \left( \left( \left( \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial n} + [\mathbf{n}, [\nabla, \mathbf{V}]] \right), \Gamma \right) \right) - \left( \mathbf{V}, \left( \frac{\partial \Gamma}{\partial n} + [\mathbf{n}, [\nabla, \Gamma]] \right) \right) \right\} dS \quad (1)$$

основной краевой задачи гидродинамики в виде консервативной формы закона сохранения импульса в простейшем случае стационарного движения вязкой несжимаемой жидкости с учетом естественных граничных условий обтекания несущей системы  $S$  внутри контрольной области  $\Sigma$ :

$$\left( \nabla, \left[ \mathbf{V} \otimes \mathbf{V} + \mathbf{I} \frac{p}{\rho} - \nu \nabla \mathbf{V} \right] \right) = 0, \quad (2)$$

где тензор  $\Gamma$  – фундаментальное решение основной задачи векторного анализа [1]:  $\nabla(\nabla, \Gamma) = \mathbf{I} \delta(|\mathbf{x} - \mathbf{y}|)$ ,  $\otimes$  - символ тензорного произведения, а  $\mathbf{I}$  – единичный тензор.

Для вычисления аэродинамических характеристик исследуемого объекта на базе созданной системы граничных интегральных уравнений эквивалентной поставленной краевой задачи (1), с помощью графического процесса триангуляции с последующим аналитическим вычислением необходимых интегралов типа потенциалов на плоских треугольных элементах поверхности, создан алгоритм превращения этой системы в систему линейных алгебраических уравнений, с гарантированно единственным решением.

Процедура иллюстрирования трехмерного обтекания несущей системы или ее элемента с помощью компьютерной графики для определения аэродинамических характеристик используется программный интерфейс с открытой графической библиотекой OpenGL (Open Graphics Library) вместе с языком программирования C++, а также авторские

программные продукты, подтвержденные соответствующими документами, представлены на рис. 5.

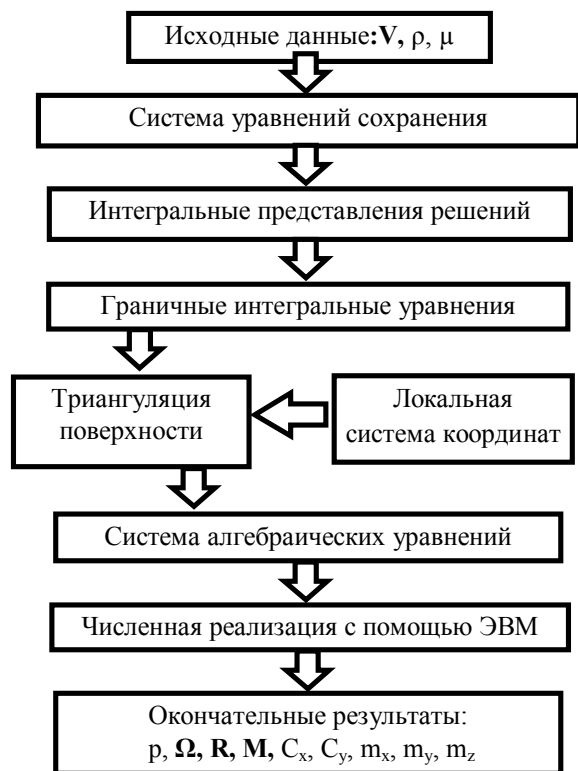


Рис.5. Процедура вычисления распределенных и суммарных аэрогидродинамических характеристик

### Заключение

В настоящее время наиболее перспективным методом решения широкого круга краевых задач механики сплошных сред является метод граничных интегральных уравнений, позволяющий:

- понизить размерность задачи и рассматривать более сложные классы задач, чем те, которые решаются другими методами;

- определять неизвестные величины на границах области; решения во внутренних точках области находятся интегрированием;

- нелинейные краевые задачи для систем дифференциальных уравнений основных законов сохранения механики привести к системе линейных граничных интегральных уравнений относительно неизвестных краевых значений разыскиваемых параметров задачи или функций от них;

- выполнить корректную алгоритмизацию и осуществить вычислительный процесс с целью определения кинематических и динамических харак-

теристик взаимодействия среды с обтекаемым объектом.

При исследовании этих характеристик летательных аппаратов на базе метода граничных интегральных уравнений с помощью современных программных продуктов и компьютерных технологий автором развит метод триангуляции поверхности объекта в криволинейной ортогональной системе координат. Алгоритм триангуляции применим для поверхностей любой формы задания как в плоском, так и в пространственном случаях. В статье приведены результаты геометрического моделирования с последующей триангуляцией поверхности крыла самолета с дополнительными аэродинамическими поверхностями, позволяющими уменьшить индуктивное сопротивление воздушного судна, увеличить эффективное удлинение крыла и подъемную силу на его конце, улучшить курсовую устойчивость, снизить удельный расход топлива, сократить длину разбега и пробега при взлете и посадке воздушного судна, что имеет также и значительный экономический эффект.

### Литература

1. Крашаница, Ю. А. Теория обобщенных гидродинамических потенциалов и метод граничных интегральных уравнений в краевых задачах гидродинамики [Текст] / Ю. А. Крашаница. – К. : Наук. думка, 2013. – 215 с.

2. Hall, M. G. Computational Fluid Dynamics. A Revolutionary Force in Aerodynamics [Text] / M. G. Hall / AIAA Paper 81-1014, Palo-Alto, California. – 238 p.

3. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления [Текст] / Г. М. Фихтенгольц. – М. : Наука, 1970. – Т. 3. – 656 с.

4. Крашаница, Ю. А. Геометрическое моделирование и триангуляция поверхностей [Текст] / В. А. Грищенко, Ю. А. Крашаница // Открытые информационные и компьютерные технологии : сб. науч. тр., Нац. аэрокосм. ун-т им Н. Е. Жуковского «ХАИ». – X., 2003. – Вып. 18. – С. 94 – 102.

5. Крашаница, Ю. А. Теория обобщенных потенциалов и граничные интегральные представления решений краевых задач гидродинамики [текст] / Ю. А. Крашаница, М. Т. Нго // Аэрогидродинамика и аэроакустика: проблемы и перспективы : сб. науч. тр., Нац. аэрокосм. ун-т им Н. Е. Жуковского «ХАИ». – X., 2009. – Вып. 3. – С. 102-106.

Поступила в редакцию 8.06.2015, рассмотрена на редколлегии 17.06.2015

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф., проф. кафедры В. И. Рябков, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ»

**МЕТОД ТРИАНГУЛЯЦІЇ НЕСУЧИХ ПОВЕРХОНЬ СИСТЕМ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ***Хошманди Амир*

Сучасне чисельне рішення початково-крайових задач механіки суцільних середовищ базується на створенні адекватної математичної моделі і побудові розрахункових методів на геометричній формі об'єкта. З метою реалізації ідеології чисельного рішення задач аерогідродинаміки на базі методу граничних інтегральних рівнянь розвинуто алгоритмічний процес координування поверхонь довільної просторової форми з метою подальшої їх триангуляції, що забезпечує проведення коректного обчислювального експерименту визначення розподілених і сумарних аеродинамічних характеристик як літального апарату, так і його частин.

**Ключові слова:** несучі системи літальних апаратів, граничні інтегральні рівняння, геометричне моделювання, метод триангуляції поверхонь, чисельна реалізація розв'язків

**TRIANGULATION METHOD OF BEARING SURFACES OF AIRCRAFT SYSTEMS***Hushmandi Amir*

Modern numerical solution of initial value problems of continuum mechanics is based on the creation of an adequate mathematical models and computational methods for constructing a geometric shape of the object. In order to implement the ideology of numerical solution of problems in aerodynamics on the basis of the method of boundary integral equations developed algorithmic process coordinate surfaces of arbitrary spatial form for the purpose of their further triangulation, which ensures the correct conduct of the distributed computing experiment and determination of total aerodynamic characteristics of both the aircraft and its parts.

**Keywords:** load-bearing system of aircraft, boundary integral equation method of triangulation surfaces, geometric modeling, numerical implementation of decisions.

**Хошманди Амир** – аспирант каф. аерогідродинаміки, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.