

УДК 629.7.023.44.017.2:539.4

А. В. ГОНЧАРЕНКО, В. Б. МИНТЮК

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина

ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОЙ ФОРМЫ МЕСТНОЙ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ СТРИНГЕРА

Рассмотрена местная потеря устойчивости элементов, подкрепляющих сжатые силовые панели самолётных конструкций, – стрингеров. Показано, что отождествление критических напряжений местной устойчивости стрингера и критических напряжений наиболее слабой его стенки может приводить к существенно завышенным результатам. При таком подходе не принимается во внимание форма потери устойчивости стрингера, один из подкрепляющих элементов которого теряет устойчивость не как бесконечно длинная пластина, а как балка. Такой элемент не только уменьшает поддерживающее влияние на другие элементы, но и сам может провоцировать потерю устойчивости всего стрингера. Рассмотрен случай равномерно сжатого стрингера в виде стенки, подкреплённой поясом. Задача определения критических напряжений стрингера в предположении свободного опирания пластины по трём сторонам и упругого сопряжения со сжатой шарнирно опертой балкой по четвертой стороне решена аналитически. Решение сведено к трансцендентному уравнению относительно безразмерных критических напряжений, записанному с помощью безразмерных величин изгибной, крутильной жёсткостей балки, ее площади поперечного сечения, удлинения пластины и коэффициента Пуассона. Получаемые напряжения с точностью до квадрата удлинения представляют собой коэффициент опирания пластины в известной формуле определения критических напряжений пластин. Проведены параметрические исследования: влияние на величину коэффициента опирания удлинения стрингера, относительной площади и размеров поперечного сечения балки, подкрепляющей пластину. Показано, что для стрингеров, имеющих относительно слабый пояс, коэффициент опирания может быть меньше значения, принимаемого для сжатой пластины с тремя свободно опертыми сторонами и одной свободной (0,46), т.е. в этом случае потерю устойчивости провоцирует сжатая балка. Для удобства практического использования полученных результатов приведены графики зависимости коэффициента опирания от удлинения и соотношения размеров стенки и полки. Даны рекомендации по повышению критических напряжений местной потери устойчивости стрингера.

Ключевые слова: *устойчивость стрингера, аналитическое решение, коэффициент опирания.*

Введение

При проектировании и расчёте на прочность силовых тонкостенных элементов аэрокосмической техники неизбежно возникают задачи определения критических нагрузок потери устойчивости. Эти задачи не теряют своей актуальности по той причине, что подавляющему большинству разрушений силовых конструкций аэрокосмической техники предшествует выпучивание какого-нибудь силового элемента. Ошибки вычисления критических нагрузок нередко становятся причиной катастроф.

Во многом прочность крыльевых и фюзеляжных панелей зависит от устойчивости стрингеров, которые их подкрепляют. Для стрингера принято различать две формы потери устойчивости: местную и общую. Под общей понимается выпучивание стрингера с частью присоединённой обшивки из плоскости панели. Такой вид потери устойчивости приводит к исчерпанию несущей способности всей панели.

Местная устойчивость обычно определяется устойчивостью наиболее слабой стенки стрингера [1 – 6]. Для расчёта критических нагрузок в качестве моделей стенок стрингера принимаются бесконечно длинные пластины с различными условиями опирания. Эти условия учитываются коэффициентом опирания, значения которого изменяется в диапазоне от 0,45 (пластина с одним свободно опертым краем, а другим – свободным) до 7,0 (пластина с защемлёнными краями). При этом для пластин с подкреплёнными краями подразумевается форма потери устойчивости в виде периодически повторяемых полуволн.

Ошибку, к которой может привести такой подход, покажем на примере, взятом из книги [2, с. 289]. Здесь рассматривается стрингер, показанный на рис. 1 (размеры приведены в миллиметрах).

Принимая в формуле $\sigma_{кр} = kE\left(\frac{\delta}{b}\right)^2$ для элементов 1, 2 и 3 соответственно коэффициенты опирания k : 0,8, 3 и 4 авторами в примере получена

наименьшая величина критического напряжения для третьего элемента. С модулем упругости материала $E = 7,2 \cdot 10^4$ МПа эти напряжения составили $\sigma_{кр3} = 180$ МПа .

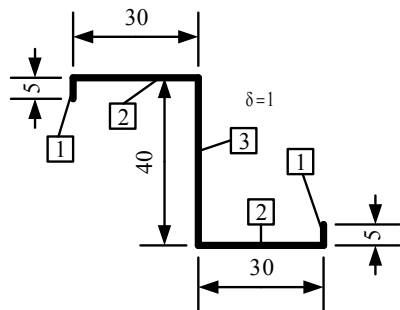


Рис. 1. Поперечное сечение стрингера

Расчёт бифуркационной потери устойчивости стрингера с таким сечением и длиной 20 см, выполненный с помощью метода конечного элемента, показывает, что критические напряжения для него достигают всего лишь $\sigma_{fem} = 129$ МПа , при этом реализуется форма потери устойчивости, показанная на рис. 2, а.

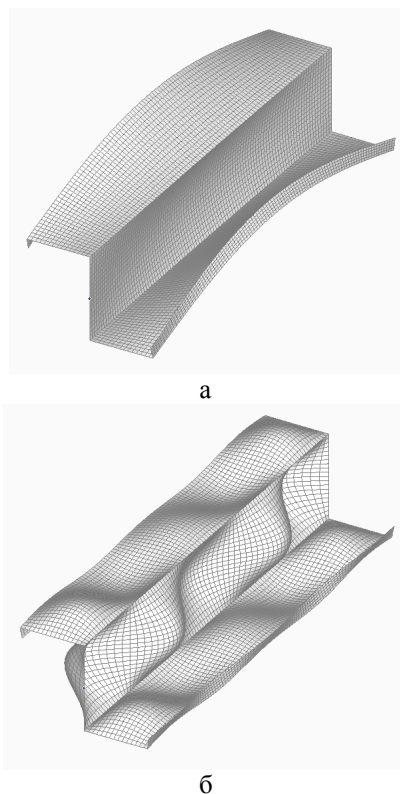


Рис. 2. Устойчивость сжатого стрингера:
 а – первая форма потери устойчивости, $\sigma_{fem} = 129$ МПа ;
 б – четвертая форма потери устойчивости, $\sigma_{fem,4} = 199$ МПа

Критические же напряжения, которые подразумевались в приведённом примере (здесь они равны $\sigma_{fem,4} = 199$ МПа), соответствуют четвертому положительному собственному значению. Соответствующая форма потери устойчивости показана на рис. 2, б. Таким образом, ошибка определения критических напряжений в сторону завышения составляет почти 40%.

Эта ошибка вызвана тем, что при подсчёте критических напряжений элемента 2 преувеличено значение подкрепляющего элемента 1, а также не была учтена потеря устойчивости элемента 1 не как пластины, а как балки. В англоязычной литературе такой вид потери устойчивости применительно к элементам общего машиностроения называется «distortional buckling» [7 – 9]. Отметим также, что критические нагрузки потери устойчивости стрингерами в форме, показанной на рис. 2, а, являются разрушающими для всей панели. Это факт подтверждается как расчётами (рис. 3), так и экспериментами (рис. 4) [10].

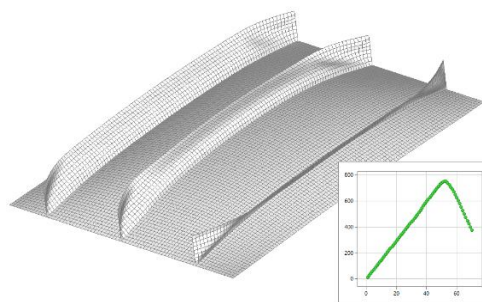


Рис. 3. Разрушение панели в результате бокового выпучивания стрингеров (расчёт выполнен методом конечного элемента)

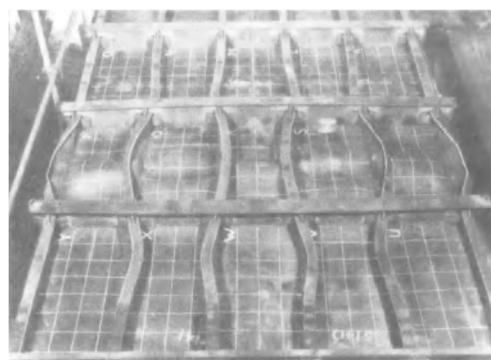


Рис. 4. Разрушение образца в результате бокового выпучивания рёбер жёсткости (взято из [11])

В данной работе исследуется потеря устойчивости стрингера, имеющего поперечное сечение, изображённое на рис. 5. Такое сечение стрингеров наиболее часто встречается в современных конструкциях цельнофрезерованных панелей.

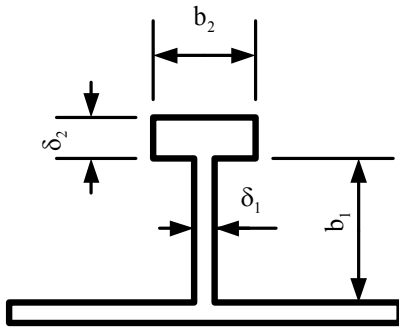


Рис. 5. Сечение стрингера

1. Постановка задачи

Совместим декартову систему координат с телом прямоугольной пластины, как показано на рис. 6. Предполагается, что края пластины $x = 0$, $x = a$ и $y = 0$ свободно оперты, а край $y = b$ ($b \equiv b_1$) упруго сопрягается с балкой прямоугольного сечения $b_2 \times \delta_2$. Напряжённое состояние системы, состоящей из пластины и балки, принимается однородным: $\sigma_x = \text{const}$.

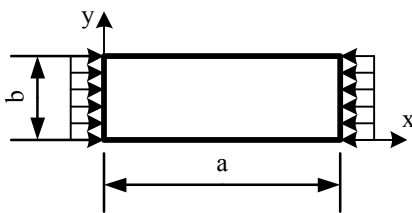


Рис. 6. Размеры и система координат сжатой пластины

Математическая модель выпучивания данной конструкции представляет собой задачу на собственные значения для дифференциального оператора

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{\sigma_x \delta_1}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \tag{1}$$

с граничными условиями

- 1) $w|_{x=0} = w|_{x=a} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}|_{x=0} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}|_{x=a} = 0;$
- 2) $w|_{y=0} = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}|_{y=0} = 0;$
- 3) $M_y|_{y=b} + GI_k \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = 0;$
- 4) $Q_y|_{y=b} + EI_y \frac{\partial^4 w}{\partial x^2} + P \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0,$

где $D = \frac{E \delta_1^3}{12(1-\nu^2)}$ – цилиндрическая жёсткость пластины;

w – функция прогиба пластины;

M_y – погонный изгибающий момент;

$$M_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)$$

перерезывающая кирхгоффовская сила;

$$Q_y = -D \left(\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \right)$$

E, ν, G – модуль Юнга, коэффициент Пуассона и модуль сдвига;

$$E, \nu, G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$P = F \sigma_x$ – сила сжатия балки;

$$I_y = \frac{\delta_2 b_2^3}{12}, I_k = \alpha b_2 \delta_2^3, F = b_2 \delta_2$$

– осевой момент инерции, момент инерции свободного кручения и площадь поперечного сечения балки;

$$\alpha = \frac{1}{3} - \frac{64 \delta_2}{\pi^5 b_2} \sum_{m=1,3,5,\dots} \frac{1}{m^5} \text{th} \left(\frac{\pi b_2 m}{2 \delta_2} \right).$$

Данная задача позволяет получить аналитическое решение методом разделения переменных. Граничные условия (2) будут удовлетворены, если функцию прогиба искать в виде ряда

$$w = \sum_{n=1,2,\dots} Y_n(y) \sin \frac{n\pi x}{a}, \tag{3}$$

где $Y_n(y)$ – неизвестные функции.

Подставив решение (3) в уравнение (1) и используя свойство линейной независимости системы функций $\sin \frac{n\pi x}{a}$, придём к бесконечной системе обыкновенных дифференциальных уравнений относительно функции $Y_n(y)$:

$$Y_n^{IV} - 2k_n^2 Y_n'' + k_n^2 \left(k_n^2 - \frac{\sigma_x h}{D} \right) Y_n = 0, \quad n = 1, 2, \dots, \tag{4}$$

где введено обозначение $k_n = \frac{n\pi}{a}$, а штрих означает производную по y .

Решение n -го уравнения системы (4) с учётом того, что σ_x всегда больше критического напряжения пластины с двумя свободными краями, получим в следующем виде:

$$Y_n(y) = A_1 \sin(\alpha_n y) + A_2 \cos(\alpha_n y) + A_3 \operatorname{sh}(\beta_n y) + A_4 \operatorname{ch}(\beta_n y), \quad (5)$$

где $\alpha_n = k_n \sqrt{\frac{1}{k_n} \sqrt{\frac{q}{D}} - 1}$, $\beta_n = k_n \sqrt{\frac{1}{k_n} \sqrt{\frac{q}{D}} + 1}$.

Подчинив решение (3) второй группе граничных условий (2), используя при этом выражение функции $Y_n(y)$ (5), получим, что коэффициенты $A_2 = A_4 = 0$. Таким образом, выражение функции $Y_n(y)$ упростится:

$$Y_n(y) = A_1 \sin(\alpha_n y) + A_3 \operatorname{sh}(\beta_n y). \quad (6)$$

Оставшиеся два граничных условия на стороне $y = b$ (2₃) и (2₄) примут вид системы двух алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} A_1 a_{11} + A_3 a_{12} &= 0; \\ A_1 a_{21} + A_3 a_{22} &= 0, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$a_{11} = D(\nu k_n^2 + \alpha_n^2) \sin(\alpha_n b) - G I_k k_n^2 \alpha_n \cos(\alpha_n b);$$

$$a_{12} = D(\nu k_n^2 - \beta_n^2) \operatorname{sh}(\beta_n b) - G I_k k_n^2 \beta_n \operatorname{ch}(\beta_n b);$$

$$\begin{aligned} a_{21} &= D((2 - \nu) k_n^2 + \alpha_n^2) \alpha_n \cos(\alpha_n b) + \\ &+ (E I k_n^2 - F \sigma_x) k_n^2 \sin(\alpha_n b); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{22} &= D((\nu - 2) k_n^2 + \beta_n^2) \beta_n \operatorname{ch}(\beta_n b) - \\ &- (E I k_n^2 - F \sigma_x) k_n^2 \operatorname{sh}(\beta_n b). \end{aligned}$$

Из условия существования нетривиального решения системы уравнений (7)

$$a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21} = 0 \quad (8)$$

определяется величина критического напряжения σ_{kr} . Заметим, что количество решений трансцендентного уравнения (8) бесконечно. Критическим значением является наименьшее положительное значение σ_x . Можно показать, что для реальных размеров стрингеров с принятыми условиями опирания наименьшее значение напряжений реализуется при $n = 1$ (см. рис. 7), т. е. выпучивание пояса стрингера происходит по одной полуволне синусоиды.

На рисунке показана зависимость коэффициента опирания $K = \frac{\sigma_{kr} \delta_1 b^2}{\pi^2 D}$ от удлинения стрингера при различных значениях n . В случае более жёстких условий опирания выпучивание стрингера может

происходить по нескольким полуволнам. Например, если по стороне $y=0$ реализовать условия жёсткого защемления (вместо (2₂)) необходимо принять

$$w|_{y=0} = \frac{\partial w}{\partial y}|_{y=0} = 0,$$

то с увеличением удлинения стрингера количество полуволн будет также увеличиваться (рис. 8). В этом случае пояс стрингера ведёт себя, как балка на упругом основании.

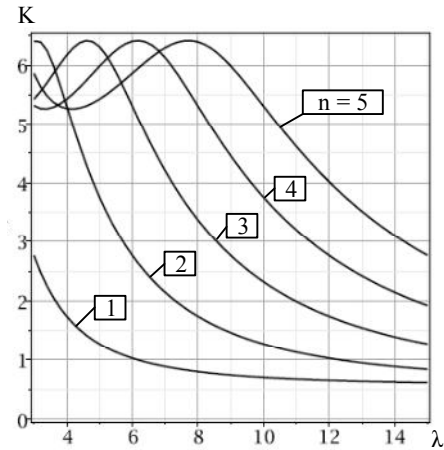


Рис. 7. Зависимость коэффициента опирания от удлинения и номера решения для свободно опертой стенки

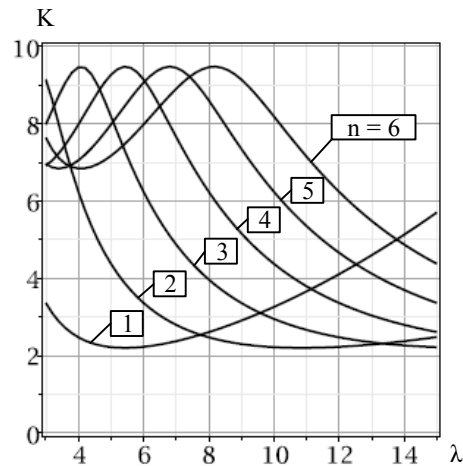


Рис. 8. Зависимость коэффициента опирания от удлинения и номера решения для стенки с одним защемлённым краем

Таким образом, принимая $n = 1$ и вводя безразмерные величины напряжений $\bar{\sigma} = \frac{\sigma_x \delta_1 a^2}{D \pi^2}$, удлинения $\lambda = \frac{a}{b}$, площади $\bar{F} = \frac{F}{b \delta_1}$, изгибной $\bar{E} I = \frac{E I}{D b}$ и

крутильной $\bar{G} I_k = \frac{G I_k}{D b}$ жёсткостей, уравнению (8)

можно придать следующий вид:

$$\begin{aligned}
 0 = & \sinh\left(\frac{\pi}{\lambda}\sqrt{\sqrt{\bar{\sigma}}+1}\right)\left\{2\lambda\pi(\bar{E}\bar{I}-\bar{F}\bar{\sigma})\sqrt{\bar{\sigma}}\sin\sqrt{\sqrt{\bar{\sigma}}-1} + \right. \\
 & + \left[\lambda^2(\sqrt{\bar{\sigma}}+1-v)^2 - \bar{G}\bar{I}\pi^2(\bar{E}\bar{I}-\bar{F}\bar{\sigma})\right] \times \\
 & \times \sqrt{\sqrt{\bar{\sigma}}-1} \cos\left(\frac{\pi}{\lambda}\sqrt{\sqrt{\bar{\sigma}}-1}\right)\left\} + \right. \\
 & + \sqrt{\sqrt{\bar{\sigma}}+1} \cosh\left(\frac{\pi}{\lambda}\sqrt{\sqrt{\bar{\sigma}}+1}\right) \times \\
 & \times \left\{2\bar{G}\bar{I}\lambda\pi\sqrt{\bar{\sigma}}\sqrt{\sqrt{\bar{\sigma}}-1} \cos\left(\frac{\pi}{\lambda}\sqrt{\sqrt{\bar{\sigma}}-1}\right) - \right. \\
 & \left. - \left[\lambda^2(\sqrt{\bar{\sigma}}-1+v)^2 - \bar{G}\bar{I}\pi^2(\bar{E}\bar{I}-\bar{F}\bar{\sigma})\right] \sin\left(\frac{\pi}{\lambda}\sqrt{\sqrt{\bar{\sigma}}-1}\right)\right\}.
 \end{aligned}$$

Безразмерные критические напряжения определяются в результате численного решения этого трансцендентного уравнения. Полученные напряжения связаны с коэффициентом опирания K в формуле

$$\sigma_{кр} = K \frac{\pi^2 D}{\delta_1 b^2} \approx 0.9KE \left(\frac{\delta_1}{b}\right)^2 \quad (9)$$

соотношением $\bar{\sigma} = K\lambda^2$.

Таким образом, величина критических напряжений всего стрингера отождествляется с коэффициентом опирания K для стенки стрингера.

3. Параметрические исследования

На рис. 9 показана зависимость величины коэффициента опирания K от удлинения стрингера λ для различных величин относительной площади пояса стрингера \bar{F} (отношение площади пояса стрингера к площади стенки). Изменения относительной площади проводились таким образом, чтобы суммарная площадь стрингера и его высота оставались постоянными. Такое правило однозначно определяет величины относительных изгибной и крутильной жёсткостей пояса и цилиндрической жёсткости стенки

$$\bar{D} = \frac{D}{Eb^2\delta_1} \text{ при заданном соотношении размеров пояса, относительной суммарной площади и заданном коэффициенте Пуассона.}$$

На рис. 10 показаны зависимости от \bar{F} отмеченных жёсткостей при $\frac{b_2}{\delta_2} = 2,5$,

$$\frac{F_\Sigma}{b_1^2} = \frac{3}{16} \text{ и } v = 0,28. \text{ Такие же величины были использованы и при построении графиков, показанных на рис. 9.}$$

Как можно видеть из графиков, показанных на рис. 9, для реальных стрингеров, у которых $\lambda > 10$, величина коэффициента опирания с дальнейшим

увеличением удлинения изменяется мало. Для коротких стрингеров ($\lambda < 5$) с мощным поясом ($\bar{F} > 2$) наблюдается существенное увеличение коэффициента опирания. Вероятнее всего именно для таких стрингеров ранее реализуется форма потери устойчивости в виде полуволн (см. рис.2, б) с коэффициентами опирания меньшими чем получены здесь.

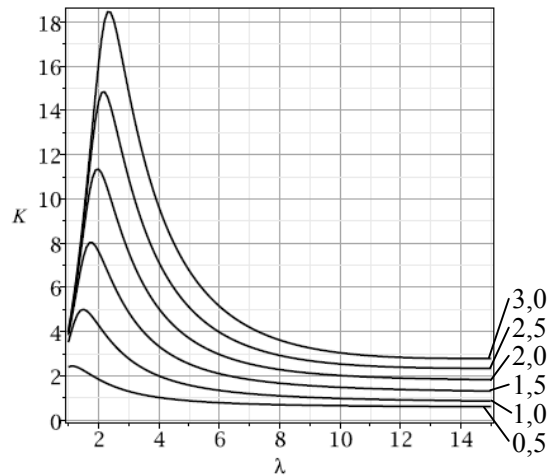


Рис. 9. Зависимость величины коэффициента опирания K от удлинения стрингера λ для различных величин относительной площади полки стрингера \bar{F}

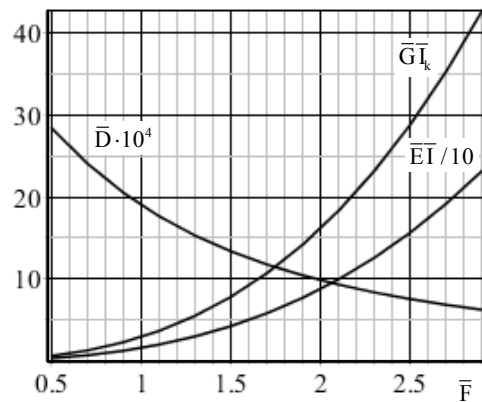


Рис. 10. Зависимость относительных изгибной и крутильной жёсткостей полки и цилиндрической жёсткости стенки от относительной площади стрингера \bar{F}

Далее исследовалось влияние величины относительной площади пояса стрингера и его формы (соотношение сторон прямоугольного сечения) на величину коэффициента опирания K . Показанные на рис. 11 графики построены для стрингера с удлинением $\lambda = 12,5$. Здесь отметим, что с увеличением размеров полки стрингера критические напряжения увеличиваются, но даже при четырёхкратном отношении площади пояса к площади стенки коэффициент опирания не превышает значения 2,05. Заметим

также, что при относительно слабом поясе стрингера $\bar{F} < 2$ его форма мало влияет на величину критических напряжений.

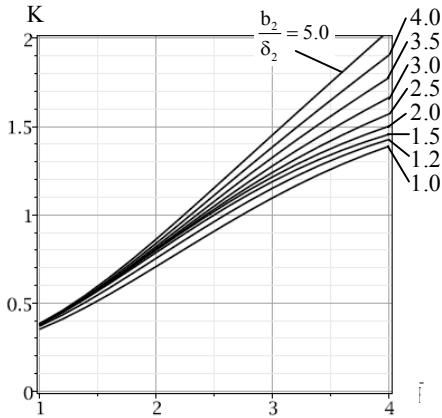


Рис. 11. Зависимость K от \bar{F} при различных $\frac{b_2}{\delta_2}$

Удобные для практического использования графики, определяющие коэффициент опирания K в формуле (8), показаны на рис. 12 и 13.

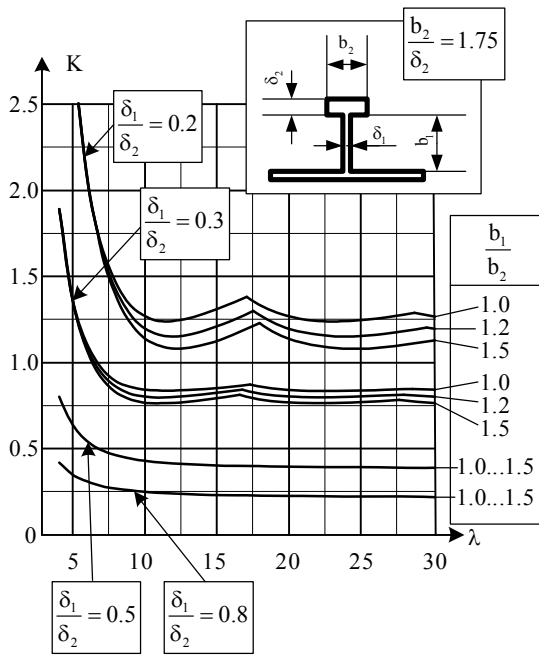


Рис. 12. Зависимость коэффициента опирания K от удлинения для различных $\frac{b_1}{b_2}$ и $\frac{\delta_1}{\delta_2}$

На рис. 12 показаны зависимости K от удлинения λ , соотношения размеров стенки и полки $\frac{b_1}{b_2}$ и $\frac{\delta_1}{\delta_2}$ с неизменным соотношением ширины и высоты пояса $\frac{b_2}{\delta_2} = 1,75$.

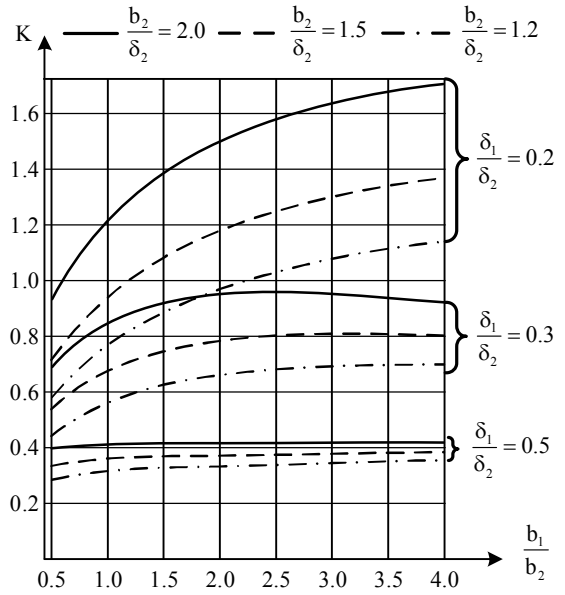


Рис. 13. Зависимость коэффициента опирания K от соотношения $\frac{b_1}{b_2}$ для бесконечно длинного

стрингера и различных $\frac{\delta_1}{\delta_2}$ и $\frac{b_2}{\delta_2}$

Графики на рис. 13 построены для бесконечно длинного стрингера. Точнее, для их построения удлинение стрингера выбиралось настолько большим, что дальнейшее его увеличение не приводило к существенному изменению величины коэффициента K (см. рис. 9). Для стрингеров конечной длины значения K могут быть существенно выше.

Заключение

Исследована одна из возможных форм потери устойчивости стрингера, состоящего из стенки и подкрепляющей её полки. Показано, что подкрепляющая полка не обладает жёсткостью, достаточной для обеспечения условий свободного опирания стенки, и, более того, сама может провоцировать потерю устойчивости всего стрингера. В этом случае коэффициент опирания для подкреплённой пластины становится меньше, чем для пластины с одним свободным краем ($K < 0,46$). Увеличение критических напряжений стрингера, соответствующих этому виду потери устойчивости, можно получить за счёт увеличения толщины и ширины пояса стрингера и уменьшения длины стрингера. Кроме того, существенное увеличение критических напряжений следует ожидать в случае обеспечения граничных условий по коротким сторонам, близких к заземлению. Такие граничные условия практически не скажутся на устойчивости стенки, но величина критических напряжений пояса увеличится в четыре раза.

Литература

1. *Справочник авиаконструктора. Т. 3. Прочность самолета [Текст] / Под редакцией М. Л. Лурье. – М. : ЦАГИ, 1939. – 645 с.*
2. *Справочная книга по расчету самолета на прочность [Текст] / М. Ф. Астахов, А. В. Караваев, С. Я. Макаров, Я. Я. Суздальцев. – М. : Оборонгиз. – 1954. – 708 с.*
3. *Кан, С. Н. Расчет самолета на прочность [Текст] / С. Н. Кан, И. Л. Сверлов. – М. : Машиностроение, 1966. – 520 с.*
4. *Одинокоев, Ю. Г. Расчет самолета на прочность [Текст] / Ю. Г. Одинокоев. – М. : Машиностроение. – 1973. – 392 с.*
5. *Зайцев, В. Н. Конструкция и прочность самолетов [Текст] / В. Н. Зайцев, В. Л. Рудаков. – Изд. 2-е. – Киев : «Вища школа», 1978. – 488 с.*
6. *Тарасов, Ю. Л. Расчет на прочность элементов конструкции самолета [Текст] : учеб. пособие / Ю. Л. Тарасов. – 3-е изд., перераб. – Самара : Самар. гос. аэрокосм. ун-т, 2000. – 112 с.*
7. *Local-distortional interaction in cold-formed steel columns: mechanics, testing, numerical simulation and design [Text] / A. D. Martins, D. Camotim, P. B. Dinis, B. Young // Structures. – 2015. – Vol. 4. – P. 38-57. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2015.10.005>.*
8. *Dinis, P. B. Local-distortional interaction in cold-formed steel rack-section columns [Text] / P. B. Dinis, B. Young, D. Camotim // Thin-Walled Structures. – 2014. – Vol. 81. – P. 185-194.*
9. *Martins, A. D. On the influence of local-distortional interaction in the behaviour and design of cold-formed steel web-stiffened lipped channel columns [Text] / A. D. Martins, P. B. Dinis, D. Camotim // Thin-Walled Structures. – 2016. – Vol. 101. – P. 181-204. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2015.11.021>*
10. *Singer, J. Buckling Experiments: Experimental Methods in Buckling of Thin-Walled Structures: Shells, Built-Up Structures, Composites and Additional Topics. Volume 2. [Text] / J. Singer, J. Arbocz, T. Weller. – John Wiley & Sons, Inc., 2002. – P. 623–1732. <https://doi.org/10.1002/9780470172995>.*
11. *Smith, C. S. Compressive Strength of Welded Steel Ship Grillages [Text] / C. S. Smith. – Trans. Royal Institute of Naval Architects, 1975. – No. 117. – P. 325 – 359.*

References

1. *Lur'e, M. L. Spravochnik aviakostruktora. T. 3. Prochnost' samoleta [Handbook of the aircraft-builder. Vol. 3. Strength of the aircraft]. Moscow, TsAGI Publ., 1939. 645 p.*
2. *Astahov, M. F., Karavaev, A. V., Makarov, S. Ja., Suzdal'cev, Ja. Ja. Spravochnaja kniga po raschetu samoleta na prochnost' [Reference book on the calculation of aircraft for strength]. Moscow, Oborongiz Publ., 1954. 708 p.*
3. *Kan, S. N., Sverlov, I. L. Raschet samoleta na prochnost' [Calculation of the aircraft for strength]. Moscow, Mechanical Engineering Publ., 1966. 520 p.*
4. *Odinokov, Ju. G. Raschet samoleta na prochnost' [Calculation of the aircraft for strength]. Moscow, Mechanical engineering Publ., 1973. 392 p.*
5. *Zajcev, V. N., Rudakov, V. L. Konstrukcija i prochnost' samoletov. Izd. 2-e [Construction and Strength of Aircraft. Ed. The 2 nd.]. Kiev, Vishcha school Publ., 1978. 488 p.*
6. *Tarasov, Ju. L. Raschet na prochnost' jelementov konstrukcii samoleta. Uchebnoe posobie. 3-e izd., pere-rab. [Calculation of the strength of the aircraft's structural elements. Textbook. 3rd ed., Revised.] Samara, Samar. state. aerospace. University Publ., 2000. 112 p.*
7. *Martins, A. D., Camotim, D., Dinis, P. B., Young, B. Local-distortional interaction in cold-formed steel columns: mechanics, testing, numerical simulation and design. Structures, 2015, vol. 4, pp. 38-57. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2015.10.005>.*
8. *Dinis, P. B., Young B., Camotim, D. Local-distortional interaction in cold-formed steel rack-section columns. Thin-Walled Structures, 2014, vol. 81, pp. 185-194.*
9. *Martins, A. D., Dinis, P. B., Camotim, D. On the influence of local-distortional interaction in the behaviour and design of cold-formed steel web-stiffened lipped channel columns. Thin-Walled Structures, 2016, vol. 101, pp. 181-204. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2015.11.021>.*
10. *Singer, J., Arbocz, J., Weller, T. Buckling Experiments: Experimental Methods in Buckling of Thin-Walled Structures: Shells, Built-Up Structures, Composites and Additional Topics. Volume 2. John Wiley & Sons, Inc., 2002, pp. 623 – 1732. <https://doi.org/10.1002/9780470172995>.*
11. *Smith, C. S. Compressive Strength of Welded Steel Ship Grillages. Trans. Royal Institute of Naval Architects, 1975, no. 117, pp. 325 – 359.*

ДОСЛІДЖЕННЯ ОДНІЄЇ ФОРМИ МІСЦЕВОЇ ВТРАТИ СТІЙКОСТІ СТРИНГЕРА

А. В. Гончаренко, В. Б. Минтюк

Розглянуто місцеву втрату стійкості елементів, які підкріплюють стиснуті силові панелі конструкцій літаків, – стрингерів. Показано, що ототожнення критичних напружень місцевої стійкості стрингера і критичних напружень найбільш слабкою його стінки може призводити до істотно завищених результатів. При такому підході не приймається до уваги форма втрати стійкості стрингера, у якого один із підкріплюючих елементів втрачає стійкість не як нескінченно довга пластина, а як балка. Такий елемент не тільки зменшує підтримуючий вплив на інші елементи, але і сам може провокувати втрату стійкості всього стрингера. Розглянуто випадок рівномірно стиснутого стрингера у вигляді стінки, підкріпленої поясом. Задача визначення критичних напружень стрингера в припущенні вільного обпирання пластини за трьома сторонами і пружного сполучення зі стислою шарнірно опертою балкою по четвертій стороні вирішена аналітично. Рішення зведено до трансцендентного рівняння відносно безрозмірних критичних напружень, записаного за допомогою безрозмірних величин згинальної, крутильної жорсткостей балки, її площі поперечного перерізу, подовження пластини і коефіцієнта Пуассона. Отримані напруги з точністю до квадрата подовження являються коефіцієнтами обпирання пластини у відомій формулі визначення критичних напружень пластин. Проведено параметричні дослідження: вплив на величину коефіцієнта обпирання подовження стрингера, відносної площі і розмірів поперечного перерізу балки, яка підкріплює пластину. Показано, що для стрингерів, які мають відносно слабкий пояс, коефіцієнт обпирання може бути менше значення, прийнятого для стислої пластини з трьома вільно опертими сторонами і однією вільної (0,46), тобто в цьому випадку втрату стійкості провокує стиснута балка. Для зручності практичного використання отриманих результатів наведено графіки залежності коефіцієнта обпирання від подовження і співвідношення розмірів стінки і полки. Надано рекомендації щодо підвищення критичних напружень місцевої втрати стійкості стрингера.

Ключові слова: стійкість стрингера, аналітичне вирішення, коефіцієнт обпирання.

RESEARCH OF DISTORTIONAL BUCKLING OF STRINGER

A. V. Goncharenko, V. B. Myntiuk

Local buckling of elements supporting the compressed power panels of aircraft structures, stringer, is considered. It has been shown that the identification of critical stresses of the local stability of the stringer and the critical stresses of its weakest wall can lead to significantly overestimated results. The use of this approach omits the form of extrusion of the stringer, in which one of the reinforcing elements is not edged as an infinitely long plate, but as a beam. Such an element not only reduces the supporting effect on other elements, but can itself provoke a loss of stability of the entire stringer. The case of a uniformly compressed stringer in the form of a wall reinforced by a belt was considered. The problem of determining the critical stresses of the stringer under the assumption of free support of the plate along three sides and elastic coupling with the compressed hinged beam on the fourth was solved analytically. In this setting, the deflection function of the plate wall in one direction was written in the form of a series in terms of the sine function. After integrating the obtained ordinary differential equation and satisfying the boundary conditions, the critical stresses were determined from the condition for a non-trivial solution. The solution was reduced to a transcendental equation for dimensionless critical stresses, written through the dimensionless values of the flexural, torsional rigidity of the beam, its cross-sectional area, the elongation of the plate, and the Poisson's ratio. The resulting stresses up to the square of the elongation are the coefficient of plate support in the well-known formula for determining the critical stresses of the plates. Parametric studies were carried out: the influence of the elongation of the stringer, the relative area and dimensions of the beam cross-section supporting the plate on the value of the support coefficient. It was shown that for stringers having a relatively weak belt, the support ratio may be less than the value adopted for a compressed plate with three freely supported sides and one free edge (0.46), i.e. in this case, buckling provokes a compressed beam. For the convenience of practical use of the results obtained, plots of the dependence of the support coefficient on elongation and the ratio of the wall and shelf dimensions were given. Recommendations were given to increase the critical stresses of local buckling of the stringer.

Keywords: buckling of the stringer, analytical solution, coefficient of support.

Гончаренко Андрей Витальевич – студент Национального аэрокосмического университета им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: goncharenkoandry@gmail.com.

Минтюк Виталий Борисович – канд. техн. наук, доцент кафедры прочности летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: vitalii.myntiuk@khai.edu.

Goncharenko Andriy Vitalievich – student of National Aerospace University “KhAI” named after M. Ye. Zhukovsky, Kharkiv, e-mail: goncharenkoandry@gmail.com.

Myntiuk Vitalii Borysovych – PhD, assistant professor of Aircraft strength department of National Aerospace University “KhAI” named after M. Ye. Zhukovsky, Kharkiv, e-mail: vitalii.myntiuk@khai.edu.