

УДК 539.319:539.384

doi: 10.32620/akt.2022.3.01

С. С. КУРЕННОВ, К. П. БАРАХОВ, О. О. ВАМБОЛЬ, О. С. ПІЧУГІНА

*Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут», Харків, Україна*

РОЗПОДІЛ НАПРУЖЕНЬ У КЛЕЙОВОМУ ШАРІ ЗАЛЕЖНО ВІД ФОРМИ КРАЮ З'ЄДНАННЯ

Клейові з'єднання внапуск мають широке застосування в багатьох напрямках сучасній техніці, зокрема в авіаційній і ракетно-космічній. Це зумовлено тим, що напускні клейові з'єднання не порушують цілісність структури композиту, забезпечують передачу зусиль з поверхні конструкції, а також мають такі властивості, як герметичність, малу вагу, та багато інших технологічних переваг. Математичні моделі напружено-деформованого стану клейових з'єднань засновані на певних гіпотезах про розподіл напружень і переміщень у клейовому шарі та в несних шарах. У роботах, відомих на цей час, як правило, використовуються гіпотези про рівномірний розподіл дотичних і нормальних напружень у клейовому шарі. Математичні моделі, які побудовано на даних гіпотезах, добре описують напружений стан з'єднання в регулярній області, тобто області віддаленій від краю клейового шару. Однак в околі краю з'єднання клейовий шар знаходиться в умовах складного напруженого стану, на який впливають різні фактори, у тому числі крайові умови на зовнішній кромці клейового шару. У запропонованій роботі проведено дослідження напружень в околі області склеювання і показано вплив на напруження в клейовому шарі таких конструктивно-технологічних рішень як фаски на краях несних шарів та напливу клею. Проведено порівняння результатів аналітичних розрахунків, виконаних за допомогою вдосконаленої аналітичної моделі, що розроблено одним із авторів, із результатами скінченно-елементного моделювання. Показано, що запропонована аналітична модель має високу точність. Також показано, що конструктивні рішення, такі як створення фаски на краю несного шару і напливу надлишків клею, дозволяють знизити напруження на краю з'єднання. Фаска, виконана в несному шарі з боку, що звернений до клейового шару дозволяє, як знизити жорсткість несного шару, так і підвищити податливість клейового шару. Однак при цьому весь простір між зовнішніми шарами має бути заповнено клеєм. Таким чином наявність фаски та напливу клею у значному ступені знижує максимальні напруження у клейовому шарі, і тим самим підвищує міцність конструкції.

Ключові слова: клейові з'єднання; аналітична модель; метод скінченних елементів.

Вступ

Широке поширення в авіаційній і космічній техніці композиційних матеріалів ставить перед конструкторами задачі розрахунку і проектування нових типів з'єднань, які здатні реалізувати всі переваги композитів. До такого типу з'єднань відносяться, в тому числі, клейові з'єднання внапуск. Це зумовлено тим, що клейові з'єднання внапуск не порушують цілісність структури композиту, забезпечують передачу зусиль з поверхні конструкції (а не в системі точок, як болтові і заклепкові з'єднання), а також мають такі властивості, як герметичність, мала вага, та інші переваги. Існує безліч конструктивно-технологічних рішень з'єднань внапуск пластин, які навантажено поздовжнім навантаженням [1-4] (рис.1).

Клейовий шар у з'єднанні внапуск працює на зсув та відрив. При цьому розподіл напружень за довжиною з'єднання не є рівномірним. У країв

клейового шару спостерігається концентрація напружень [2-4].

У симетричних двосторонніх з'єднаннях і в з'єднаннях «на вус» вплив відривних напружень у клейовому шарі, обумовлених вигином конструкції, незначний. У цих випадках може бути використана модель з'єднання, в якій клейовий шар працює тільки на зсув, а дотичні напруження постійні за товщиною клейового шару і пропорційні різниці переміщень несних шарів (модель Фолькерсена та її узагальнення) [2, 5-9].

Найбільш загальною є модель Голанда-Рейсснера [2], в якій несні шари розглядаються як балки в наближенні Бернуллі, а клейовий шар – як пружна основа Вінклера. Тобто, нормальні напруження в клейовому шарі пропорційні різниці поперечних переміщень несних шарів, а дотичні напруження – пропорційні різниці переміщень сторін несних шарів, що звернені до клейового шару.

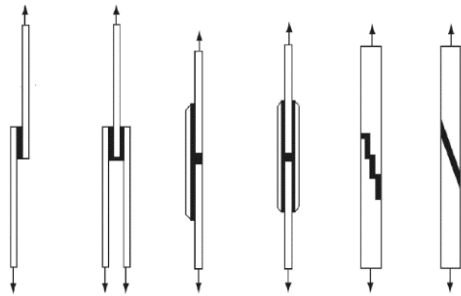
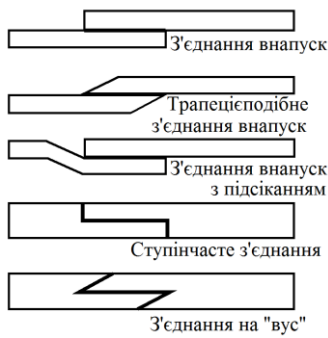


Рис. 1. Дизайн клейових з'єднань внапуск

Передбачається, що розподіл дотичних і нормальних напружень у клейовому шарі – рівномірний за товщиною. І в моделі Фолькерсена і в моделі Голанда-Рейсснера дотичні напруження у клейовому шарі досягають максимальних значень на краях клейового шва. Однак, якщо розглядати клейовий шар як пружне середовище, яке має на краях вільну від навантаження границю, то виходячи із закону парності дотичних напружень на краях клейового шва дотичні напруження повинні дорівнювати нулю. Для усунення даної суперечності створено кілька уточнених математичних моделей напруженого стану клейового шару, які дозволяють врахувати крайові умови на границі клейового шару [10-16]. Дотичні напруження вважаються рівномірно розподіленими за товщиною, а нормальні напруження змінюються за товщиною клейового шару. Точніші моделі напруженого стану клейового шару дозволяють встановити, що у країв області склеювання нормальні напруження значно змінюються за товщиною, і на межах з несними шарами можуть відрізнятися навіть знаком. У свою чергу, дотичні напруження досягають свого максимуму на відстані порядку товщини клейового шару від краю шва. Високі значення напружень біля краю області склеювання можуть призвести до руйнування клейового шару, і, отже, всієї конструкції. Тому з метою зменшення напружень біля краю клейового шва запропоновано кілька конструктивних заходів, таких як наявність фаски, наплив із надлишків клейового шару тощо (рис. 2) [17]. У роботі [18] досліджено вплив інших факторів, що впливають на міцність композитних конструкцій.

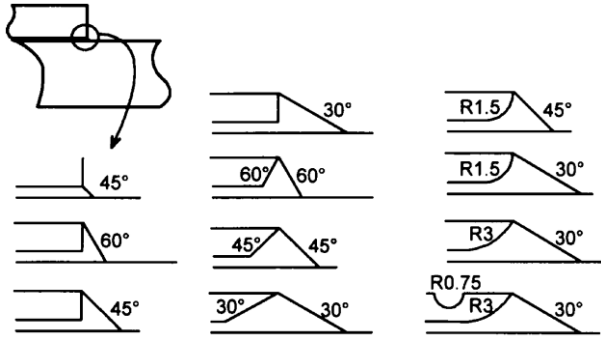


Рис. 2. Дизайн краю з'єднання

Дослідження напруженого стану клейових з'єднань проводиться також за допомогою числових методів [17-23]. Різними авторами було виявлено, що найбільш небезпечною областю з точки зору міцності є край з'єднання. Однак напружений стан клею в цій області значною мірою залежить від форми з'єднувальних шарів і зовнішнього краю клейового шару.

Метою даної роботи є дослідження впливу конструктивних особливостей краю з'єднання на напружений стан клейового з'єднання. Для досягнення поставленої мети розглянуто деяке з'єднання, знайдено напружений стан конструкції за допомогою аналітичної моделі, потім створено скінченно-елементну модель конструкції, до якої додано зовнішню фаску, внутрішню фаску та наплив надлишків клею. Досліджено вплив перелічених конструктивних рішень на напружений стан клейового шару.

1. Аналітична модель

Для розрахунку напруженого стану клейового шару використаємо одну з найточніших аналітичних моделей, яка дозволяє врахувати крайові умови на краях клейового шару [12].

Диференціальний елемент з'єднання та силові фактори у шарах та на їх межах наведено на рис. 3.

Рівняння рівноваги шарів мають вигляд

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{dx} &= -\tau, & \frac{dQ_1}{dx} &= \sigma_1, & \frac{dM_1}{dx} &= Q_1 - \frac{\delta_1}{2} \tau, \\ \frac{dN_2}{dx} &= \tau, & \frac{dQ_2}{dx} &= -\sigma_2, & \frac{dM_2}{dx} &= Q_2 - \frac{\delta_2}{2} \tau, \\ & & & & \frac{dt}{dx} &= \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\delta_0}, \end{aligned}$$

де N_i, Q_i, M_i – поздовжні та поперечні зусилля і погонний згинальний момент в i -му несному шарі, $i = 1, 2$; τ, σ_i – дотичні і нормальні напруження в

клеювому шарі; δ_1, δ_2 – товщини 1-го і 2-го несного шару; δ_0 – товщина клеювого шару.

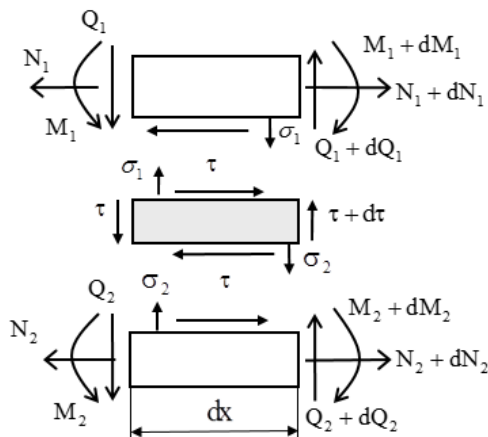


Рис. 3. Диференціальний елемент з'єднання

Співвідношення механіки для балок Тимошенко

$$\frac{du_i}{dx} = \frac{N_i}{B_i}; \quad D_i \frac{d\varphi_i}{dx} = M_i; \quad \frac{dw_i}{dx} + \varphi_i = \frac{Q_i}{H_i},$$

де u_i, w_i, φ_i – відповідно поздовжні, поперечні переміщення та кут повороту перерізу i -го несного шару;

B_i, D_i, H_i – відповідно жорсткості на розтяг-стиск, вигин і зсув, які для однорідних шарів мають вигляд $B_i = E_i \delta_i$, $D_i = \delta_i^3 E_i / 12$, $H_i = 5G_i \delta_i / 6$, де E_i і G_i – модулі пружності і модулі зсуву несних шарів.

Клеювий шар моделюється багатопараметричною пружною основою в мембранній інтерпретації М. М. Філоненко-Бородича. Відповідно до даної моделі клеювий шар розглядаємо як мембрану, яку розташовано посередині товщини шару. Між мембраною і несними шарами розташовані пружні елементи. Нормальні напруження відповідно до даної моделі мають вигляд

$$\sigma_1 = -K_1(w_0 - w_1) + K_2 \left(\frac{d^2 w_0}{dx^2} - \frac{d^2 w_1}{dx^2} \right),$$

$$\sigma_2 = K_1(w_0 - w_2) - K_2 \left(\frac{d^2 w_0}{dx^2} - \frac{d^2 w_2}{dx^2} \right).$$

де w_0 – поперечні переміщення мембрани; K_1, K_2 – перший і другий коефіцієнт ліжка,

$$K_1 = 2E_0 \left[\delta_0 (1 - \mu_0^2) \right]^{-1}; \quad K_2 = E_0 \delta_0 \left[12(1 + \mu_0) \right]^{-1}.$$

Тут E_0 і μ_0 – модуль пружності та коефіцієнт Пуассона клеювого шару. Відмінність моделі напруженого стану з'єднання [12] від [10] полягає в тому, що у формулах розрахунку нормальних напружень у клеювому шарі враховується другий коефіцієнт постелі K_2 .

Дотичні напруження в клеювому шарі пропорційні різниці поздовжніх переміщень внутрішніх сторін несних шарів, відносно зсуву клеювого шару і постійні за товщиною клеювого шару

$$\tau = P_0 \left(u_1 - u_2 - \frac{\delta_1}{2} \varphi_1 - \frac{\delta_2}{2} \varphi_2 \right) + G_0 \frac{dw_0}{dx},$$

де P_0 – жорсткість клеювого шару на зсув; G_0 – модуль зсуву клею. Якщо покласти, що зсув зосереджений тільки в клеювому шарі, то $P_0 = G_0 / \delta_0$. Однак така модель дає дещо завищені значення дотичних напружень. Більш точний підхід передбачає рівномірний розподіл дотичних напружень за товщиною клеювого шару та лінійний розподіл у несних шарах. В цьому випадку

$$P_0 = (\delta_0 / G_0 + \delta_1 / 2G_1 + \delta_2 / 2G_2)^{-1}.$$

Наведені вище рівняння можуть бути зведені до системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь відносно поздовжніх і поперечних переміщень несних шарів, а також кутів повороту їх поперечних перерізів. Система має аналітичний розв'язок. Невідомі коефіцієнти знаходимо із крайових умов. Крайові умови включають переміщення та зусилля в несних шарах на межах області склеювання, а також дві крайові умови для дотичних зусиль на межі області склеювання.

У разі відсутності напливу клею такими умовами буде рівність нулю дотичних напружень в клеювому шарі на межі з'єднання. Якщо ж клеювий шар має наплив, то такими умовами можуть бути умови досягнення дотичними напруженнями максимуму на межі області склеювання, тобто рівність нулю похідної від дотичних напружень у клеювому шарі [12, 15].

2. Числові розрахунки та скінченно-елементне моделювання

Для вивчення особливостей напруженого стану клеювого шару у кінців з'єднання розглянемо

клеєве з'єднання двох однакових алюмінієвих пластин, яке наведено на рис. 4.

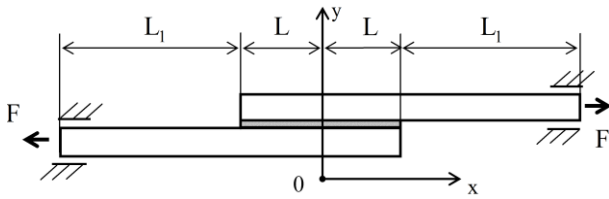


Рис. 4. Дизайн конструкції

Параметри несних шарів: $E_1 = E_2 = 70$ ГПа, $\delta_1 = \delta_2 = 4$ мм, $\mu_1 = \mu_2 = 0,28$, $L = 10$ мм, $L_1 = 100$ мм. Параметри клейового шару: $G_0 = 0,25$ ГПа, $E_0 = 0,65$ ГПа, $\delta_0 = 0,1$ мм.

Розглянемо два випадки, які описано у роботах [12, 15]. У першому випадку (а) наплив клею на краю області склеювання відсутній, внаслідок чого клейовий шар має форму тонкого прямокутника з прямолінійною зовнішньою межею (square-end, «S-E»). У цьому випадку до крайових умов і умов спряження на межі з'єднання, до умов ковзного закладення в точках навантаження поздовжнім розтягуючим зусиллям F додаємо умову вільної межі на краю області склеювання $\tau(\pm L) = 0$. У другому випадку (b) на межі клейового шару є наплив з надлишків клею (srew-fillet, «S-F»), внаслідок чого дотичні напруження на межі з'єднання досягають максимуму. Це відповідає

$$\text{умові на краю } \left. \frac{d\tau}{dx} \right|_{x=\pm L} = 0.$$

На рис. 5 наведено графіки розподілу дотичних напружень у клейовому шарі та відривних напружень на межі «клейовий шар – несний шар» σ_1, σ_2 в обох випадках. Напруження наведено в безрозмірній формі у вигляді відношення до деяких гіпотетичних дотичних напружень τ^* , які виникли б при рівномірному розподілі подовжнього зусилля F , що передається з'єднанням, за довжиною області склеювання, тобто $\tau^* = F/2L$.

Як бачимо, наявність напливу клею практично не впливає на значення максимальних дотичних напружень (але незначно змінює положення точки максимуму), але істотно змінює розподіл нормальних напружень в околі краю області склеювання. Причому відривні напруження в першому випадку на межі одного з шарів майже вдвічі перевищують аналогічні напруження в другому випадку. Це знижує міцність конструкції, оскільки може привести як до руйнування клейового шару, так і до відриву клею від поверхні, що

приклеюється. Якщо конструкція, що з'єднується, є шаруватим композитом, то високі значення відривних напружень можуть призвести до розшарування композиту [19].

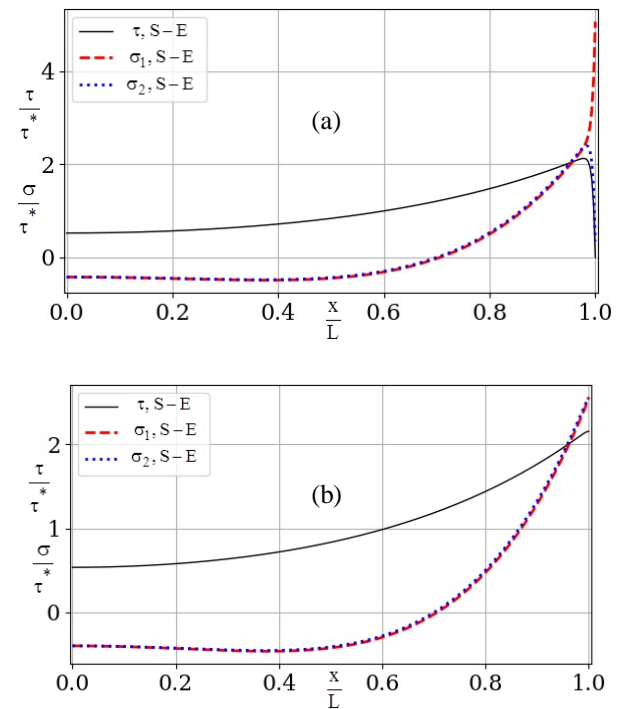


Рис. 5. Розподіл напружень у клейовому шарі у разі відсутності (а) та наявності (b) надлишків клею на межі

Сучасні методи скінченно-елементного аналізу дозволяють знайти напружений стан з'єднання з високою точністю. Розглянемо кілька скінченно-елементних моделей, що відрізняються лише оформленням краю з'єднання.

Перш за все, розглянемо модель, в якій є великий наплив із надлишків клею на краю з'єднання, а несні шари мають фаску з боку клейового шару. Розглянемо два випадки, у яких розмір фаски дорівнює 1/3 (а) та 2/3 (b) товщини зовнішнього шару. Інші параметри аналогічні наведеним вище. На рис. 6 наведено фрагменти обох моделей, де показано відносні розміри фасок.

На рис. 7 наведено графіки розподілу дотичних та нормальних напружень у серединній площині клейового шару, які отримано за допомогою методу скінченних елементів (FEM).

Піки на графіках відповідають початку фаски. Збільшення товщини клейового шару за фаскою супроводжується зниженням напружень в клейовому шарі. З наведеного рисунка видно, що збільшення фаски практично не знижує максимальних значень дотичних напружень в клейовому шарі, проте істотно зменшує нормальні

(відривні) напруження в клейовому шарі. Крім того, порівняння наведених результатів з результатами обчислень, отриманих за допомогою аналітичної моделі, наведених на рис. 5 (S-F) показує, що аналітична модель досить добре описує напружений стан з'єднання, яке має відносно невелику фаску і наплив надлишків клею. Максимальні значення напружень в клейовому шарі, обчислені за допомогою аналітичної моделі та наведені на рис. 5 (a) та на рис. 7 (a) практично збігаються.

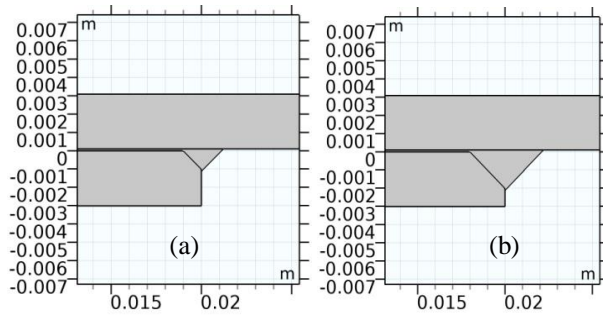


Рис. 6. Оформлення краю з'єднання у скінченно-елементних моделях

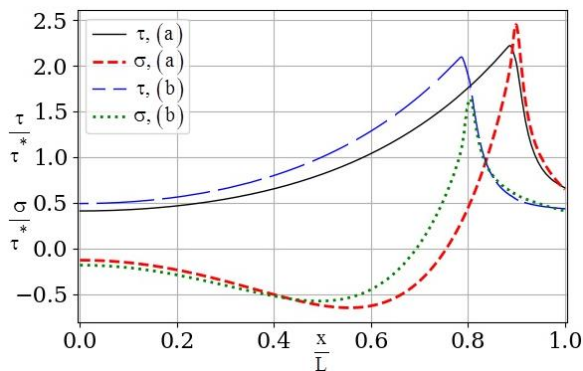


Рис. 7. Розподіл напружень у клейовому з'єднанні

Розглянемо з'єднання, які мають скіс несного шару на краю з'єднання. Розглянемо два випадки, у яких несні шари відсікаються на торці до $1/3$ (a) та $1/10$ (b) товщини шару. Скіс зроблений під кутом 30° до площини склеювання. На рис. 8 наведено фрагменти обох моделей.

На рис. 9 наведено графіки дотичних та нормальних напружень у серединній площині клейового шару в обох розглянутих випадках.

З наведених графіків видно, що скіс несних шарів дуже мало впливає на розподіл дотичних напружень але знижує при цьому нормальні (відривні) напруження в клейовому шарі. Проте в малій області на краю області склеювання залишається окіл, в якому нормальні напруження в клейовому шарі залишаються досить високими.

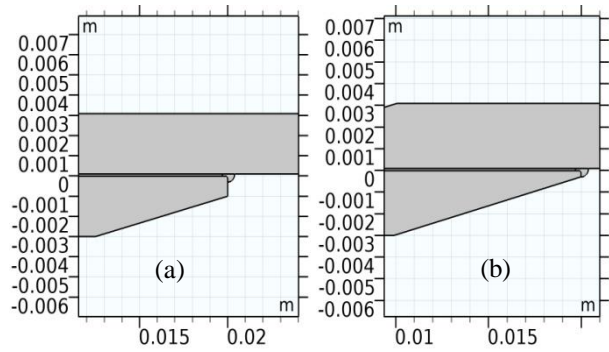


Рис. 8. Оформлення краю з'єднання у скінченно-елементних моделях

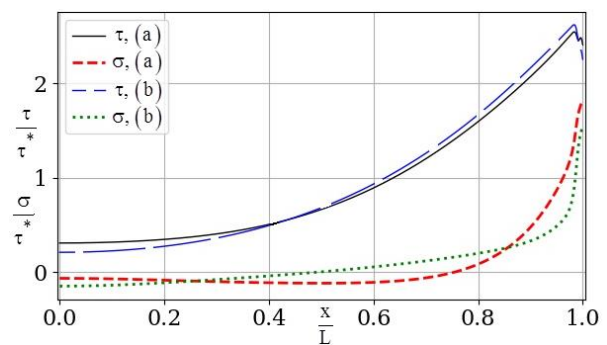


Рис. 9. Розподіл напружень у клейовому з'єднанні

Як бачимо, перший метод зниження напружень біля краю з'єднання є кращим, ніж другий. Пояснити це можна тим, що створення фаски з боку клейового шару (і заповнення простору, що звільнився, клеєм) не тільки знижує жорсткість несних шарів, але ще й підвищує податливість клейового шару, що також знижує напруження в клейовому шарі.

Висновки

Числове моделювання напруженого стану клейового з'єднання внапуск показало, що:

1) аналітична модель, що запропоновано в роботах [11, 12] має високу точність;

2) конструктивні рішення, такі як створення фаски на краю несного шару і напливу надлишків клею, дозволяють знизити напруження на краю з'єднання;

3) фаска, виконана в несному шарі з боку, що звернений до клейового шару є кращою, оскільки дозволяє, як знизити жорсткість несного шару, так і підвищити податливість клейового шару. Однак при цьому весь простір між зовнішніми шарами має бути заповнено клеєм.

Література

1. Mittal, K. L. *Structural Adhesive Joints: Design, Analysis and Testing [Text]* / K. L. Mittal, S. K. Panigrahi. – Scrivener Publishing LLC, 2020. – 352 p.
2. *Analytical models of adhesively bonded joints. Part I: Literature survey [Text]* / L. F. M. da Silva, P. J. C. das Neves, R. D. Adams, J. K. Spelt // *Int. Journal Adhes. & Adhesiv.* – 2009. – Vol. 29, Iss. 3. – P. 319-330. DOI: 10.1016/j.ijadhadh.2008.06.005.
3. Wong, E. H. *Interface and interconnection stresses in electronic assemblies – A critical review of analytical solutions [Text]* / E. H. Wong, J. Liu // *Microelectronics Reliability.* – 2017. – Vol. 79. – P. 206-220. DOI: 10.1016/j.microrel.2017.03.010.
4. *An updated review of adhesively bonded joints in composite materials [Text]* / S. Budhe, M. D. Banea, S. de Barros, L. F. M. da Silva // *International Journal of Adhesion and Adhesives.* – 2017. – Vol. 72. – P. 30-42. DOI: 10.1016/j.ijadhadh.2016.10.010.
5. Karpov, Ya. S. *Jointing of high-loaded composite structural components. Part 2. Modeling of stress-strain state [Text]* / Ya. S. Karpov // *Strength of Materials.* – 2006. – Vol. 38, Iss. 5. – P. 481-491. DOI: 10.1007/s11223-006-0067-9.
6. Kurennov, S. S. *The Stressed state of the double-layer rectangular plate under shift. The Simplified two-dimensional model [Text]* / S. S. Kurennov, K. P. Barakhov // *PNRPU Mechanics Bulletin.* – 2019. – Vol. 3. – P. 166-174. DOI: 10.15593/perm.mech/2019.3.16.
7. Kurennov, S. S. *A Simplified Two-Dimensional Model of Adhesive Joints. Nonuniform Load [Text]* / S. S. Kurennov // *Mech. Compos. Mater.* – 2015. – Vol. 51, Iss. 4. – P. 479-488. DOI: 10.1007/s11029-015-9519-2.
8. *Stress State of Two Glued Coaxial Tubes Under Nonuniform Axial Load [Text]* / S. Kurennov, K. Barakhov, D. Dvoretzka, O. Poliakov // In: *Nechyporuk M., Pavlikov V., Kritskiy D. (eds) Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering - 2020. ICTM 2020. Lecture Notes in Networks and Systems.* – 2020. – Vol. 188. – P. 389-400. Springer, Cham. DOI: 10.1007/978-3-030-66717-7_33.
9. Kurennov, S. S. *Determining Stresses in an Adhesive Joint with a Longitudinal Un-adhered Region Using a Simplified Two-Dimensional Theory [Text]* / S. S. Kurennov // *J. Appl. Mech. Tech. Phy.* – 2019. – Vol. 60. – P. 740-747. DOI: 10.1134/S0021894419040199.
10. Amidi, S. *An analytical model for interfacial stresses in double-lap bonded joints [Text]* / S. Amidi, J. Wang // *The J. Adhesion.* – 2019. – Vol. 95, Iss. 11. – P. 1031-1055. DOI: 10.1080/00218464.2018.1464917.
11. Kurennov, S. S. *Longitudinal-Flexural Vibrations of a Three-Layer Rod. An Improved Model [Text]* / S. S. Kurennov // *J. Math. Sci.* – 2016. – Vol. 215, Iss. 2. – P. 159-169. DOI: 10.1007/s10958-016-2829-7.
12. Kurennov, S. S. *Refined Mathematical Model of the Stress State of Adhesive Lap Joint: Experimental Determination of the Adhesive Layer Strength Criterion [Text]* / S. S. Kurennov // *Strength of Materials.* – 2020. – Vol. 52. – P. 779-789. DOI: 10.1007/s11223-020-00231-5.
13. *Three dimensional stress analysis of a composite patch using stress functions [Text]* / H. S. Kim, M. Cho, J. Lee, A. Deheeger, M. Grédiac, J. D. Mathias // *Int. J. of Mechanical Sciences.* – 2010. – Vol. 52. – P. 1646-1659. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2010.08.006.
14. Dua, Y. *An improved four-parameter model on stress analysis of adhesive layer in plated beam [Text]* / Y. Dua, Y. Liu, F. Zhou // *International Journal of Adhesion and Adhesives.* – 2019. – Vol. 91. – P. 1-11. DOI: 10.1016/j.ijadhadh.2019.02.005.
15. Frostig, Y. *Analysis of adhesive-bonded joints, square-end, and spew-fillet—high-order theory approach [Text]* / Y. Frostig, O. T. Thomsen, F. Mortensen // *J. of Engineering Mechanics.* – 1999. – Vol. 125. – P. 1298-1307. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9399(1999)125:11(1298).
16. Radice, J. *On the decoupled biharmonic airy stress function for the square-end adhesive layer and sandwich structure core [Text]* / J. Radice // *Journal of Sandwich Structures & Materials.* – 2021. – Vol. 23, Iss. 1. – P. 23-46. DOI: 10.1177/1099636218818624.
17. Harris, J. A. *Strength prediction of bonded single lap joints by non-linear finite element methods [Text]* / J. A. Harris, R. A. Adams // *International Journal of Adhesion and Adhesives.* – 1984. – Vol. 4, Iss. 2. – P. 65-78. DOI: 10.1016/0143-7496(84)90103-9.
18. *Determination of the influence of deflections in the thickness of a composite material on its physical and mechanical properties with a local damage to its wholeness [Text]* / A. Kondratiev, V. Gaidachuk, T. Nabokina, V. Kovalenko // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies.* – 2019. – Vol. 4, Iss. 1 (100). – P. 6-13. DOI: 10.15587/1729-4061.2019.174025.
19. Cheuk, P. T. *Failure of adhesive bonded composite lap shear joints with embedded precrack [Text]* / P. T. Cheuk, L. Tong // *Composites Science and Technology.* – 2002. – Vol. 62, Iss. 7-8. – P. 1079-1095. DOI: 10.1016/s0266-3538(02)00054-4.
20. Wang, C. H. *Compact solutions for the corner singularity in bonded lap joints [Text]* / C. H. Wang, L. R. F. Rose // *International Journal of Adhesion and*

Adhesives. – 2000. – Vol. 20, Iss. 2. – P. 145–154. DOI: 10.1016/S0143-7496(99)00032-9.

21. Kairouz, K. C. *Strength and failure modes of bonded single lap joints between cross-ply adherends [Text]* / K. C. Kairouz, F. L. Matthews // *Composites*. – 1993. – Vol. 24, Iss. 6. – P. 475–484. DOI: 10.1016/0010-4361(93)90017-3.

22. Goglio, L. *Precision of the one-dimensional solutions for bonded double lap joints [Text]* / L. Goglio, M. Rossetto // *International Journal of Adhesion and Adhesives*. – 2011. – Vol. 31, Iss. 5. – P. 301–314. DOI: 10.1016/j.ijadhadh.2010.10.004.

23. Kurennov, S. S. *Stressed State of the Axisymmetric Adhesive Joint of Two Cylindrical Shells under Axial Tension [Text]* / S. S. Kurennov, K. P. Barakhov, A. G. Poliakov // *Materials Science Forum*. – 2019. – Vol. 968. – P. 519–527. DOI: 10.4028/www.scientific.net/msf.968.519.

References

1. Mittal, K. L., Panigrahi, S. K. *Structural Adhesive Joints: Design, Analysis and Testing*. Scrivener Publishing LLC, 2020. 352 p.

2. da Silva, L. F. M., das Neves, P. J. C., Adams, R. D., Spelt, J. K. Analytical models of adhesively bonded joints. Part I: Literature survey. *Int. Journal Adhes. & Adhesiv*, 2009, vol. 29, iss. 3, pp. 319–330. DOI: 10.1016/j.ijadhadh.2008.06.005.

3. Wong, E. H., Liu, J. Interface and interconnection stresses in electronic assemblies – A critical review of analytical solutions. *Microelectronics Reliability*, 2017, vol. 79, pp. 206–220. DOI: 10.1016/j.microrel.2017.03.010.

4. Budhe, S., Banea, M. D., de Barros, S., da Silva, L. F. M. An updated review of adhesively bonded joints in composite materials. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 2017, vol. 72, pp. 30–42. DOI: 10.1016/j.ijadhadh.2016.10.010.

5. Karpov, Ya. S. Jointing of high-loaded composite structural components. Part 2. Modeling of stress-strain state. *Strength of Materials*, 2006, vol. 38, iss. 5, pp. 481–491. DOI: 10.1007/s11223-006-0067-9.

6. Kurennov, S. S., Barakhov, K. P. The Stressed state of the double-layer rectangular plate under shift. The Simplified two-dimensional model. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2019, vol. 3, pp. 166–174. DOI: 10.15593/perm.mech/2019.3.16.

7. Kurennov, S. S. A Simplified Two-Dimensional Model of Adhesive Joints. Nonuniform Load. *Mech. Compos. Mater.*, 2015, vol. 51, iss. 4, pp. 479–488. DOI: 10.1007/s11029-015-9519-2.

8. Kurennov, S., Barakhov, K., Dvoretzka, D., Poliakov, O. Stress State of Two Glued Coaxial Tubes Under Nonuniform Axial Load. In: *Nechyporuk M.,*

Pavlikov V., Kritskiy D. (eds) Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering - 2020. ICTM 2020. Lecture Notes in Networks and Systems, vol. 188. pp. 389–400. Springer, Cham. DOI: 10.1007/978-3-030-66717-7_33.

9. Kurennov, S. S. Determining Stresses in an Adhesive Joint with a Longitudinal Un-adhered Region Using a Simplified Two-Dimensional Theory. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2019, vol. 60, pp. 740–747. DOI: 10.1134/S0021894419040199.

10. Amidi, S., Wang, J. An analytical model for interfacial stresses in double-lap bonded joints. *The J. Adhesion*, 2018, vol. 95, iss. 11, pp. 1031–1055. DOI: 10.1080/00218464.2018.1464917.

11. Kurennov, S. S. Longitudinal-Flexural Vibrations of a Three-Layer Rod. An Improved Model. *J. Math. Sci.*, 2016, vol. 215, iss. 2, pp. 159–169. DOI: 10.1007/s10958-016-2829-7.

12. Kurennov, S. S. Refined Mathematical Model of the Stress State of Adhesive Lap Joint: Experimental Determination of the Adhesive Layer Strength Criterion. *Strength Materials*, 2020, vol. 52, pp. 779–789. DOI: 10.1007/s11223-020-00231-5.

13. Kim, H. S., Cho, M., Lee, J., Deheeger, A., Grédiac, M., Mathias, J. D. Three dimensional stress analysis of a composite patch using stress functions *Int. J. of Mechanical Sciences*, 2010, vol. 52, pp. 1646–1659. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2010.08.006.

14. Dua, Y., Liu, Y., Zhou, F. An improved four-parameter model on stress analysis of adhesive layer in plated beam. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 2019, vol. 91, pp. 1–11. DOI: 10.1016/j.ijadhadh.2019.02.005.

15. Frostig, Y., Thomsen, O. T., Mortensen, F. Analysis of adhesive-bonded joints, square-end, and spew-fillet—high-order theory approach. *J. of Engineering Mechanics*, 1999, vol. 125, pp. 1298–1307. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9399(1999)125:11(1298).

16. Radice, J. On the decoupled biharmonic airy stress function for the square-end adhesive layer and sandwich structure core. *Journal of Sandwich Structures & Materials*, 2021, vol. 23, iss. 1, pp. 23–46. DOI: 10.1177/1099636218818624.

17. Harris, J. A., Adams, R. A. Strength prediction of bonded single lap joints by non-linear finite element methods. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 1984, vol. 4, iss. 2, pp. 65–78. DOI: 10.1016/0143-7496(84)90103-9.

18. Kondratiev, A., Gaidachuk, V., Nabokina, T., Kovalenko, V. Determination of the influence of deflections in the thickness of a composite material on its physical and mechanical properties with a local damage to its wholeness. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2019, vol. 4, iss. 1 (100), pp. 6–13. DOI: 10.15587/1729-4061.2019.174025.

19. Cheuk, P. T., Tong, L. Failure of adhesive bonded composite lap shear joints with embedded precrack. *Composites Science and Technology*, 2002, vol. 62, iss. 7-8, pp. 1079–1095. DOI: 10.1016/s0266-3538(02)00054-4.

20. Wang, C. H., Rose, L. R. F. Compact solutions for the corner singularity in bonded lap joints. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 2000, vol. 20, iss. 2, pp. 145–154. DOI: 10.1016/s0143-7496(99)00032-9.

21. Kairouz, K. C., Matthews, F. L. Strength and failure modes of bonded single lap joints between cross-

ply adherends. *Composites*, 1993, vol. 24, iss. 6, pp. 475–484. DOI: 10.1016/0010-4361(93)90017-3.

22. Goglio, L., Rossetto, M. Precision of the one-dimensional solutions for bonded double lap joints. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 2011, vol. 31, iss. 5, pp. 301–314. DOI: 10.1016/j.ijadhadh.2010.10.004.

23. Kurennov, S. S., Barakhov, K. P., Poliakov, A. G. Stressed State of the Axisymmetric Adhesive Joint of Two Cylindrical Shells under Axial Tension. *Materials Science Forum*, 2019, vol. 968, pp. 519–527. DOI: 10.4028/www.scientific.net/msf.968.519.

Надійшла до редакції 4.01.2022, розглянута на редколегії 16.05.2022

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В КЛЕЕВОМ СЛОЕ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ФОРМЫ КРАЯ СОЕДИНЕНИЯ

С. С. Куреннов, К. П. Барахов, А. А. Вамболь, О. С. Пичугина

Клеевые соединения внахлест имеют широкое применение во многих направлениях современной техники, в частности в авиационной и ракетно-космической. Это обусловлено тем, что напускные клеевые соединения не нарушают целостность структуры композита, обеспечивают передачу усилий с поверхности конструкции, а также обладают такими свойствами, как герметичность, малый вес и многими другими технологическими преимуществами. Математические модели напряженно деформированного состояния клеевых соединений основаны на определенных гипотезах о распределении напряжений и перемещений в клеевом слое и в несущих слоях. В работах, известных в настоящее время, как правило, используются гипотезы о равномерном распределении касательных и нормальных напряжений в клеевом слое. Математические модели, построенные на данных гипотезах, хорошо описывают напряженное состояние соединения в регулярной области, то есть области удаленной от края клеевого слоя. Однако в окрестности края соединения клеевой слой находится в условиях сложного напряженного состояния, на которое влияют разные факторы, в том числе краевые условия на наружной кромке клеевого слоя. В предложенной работе проведено исследование напряжений в окрестности области склеивания и показано влияние на напряжение в клеевом слое таких конструктивно-технологических решений как фаски на краях несущих слоев и напыла клея. Проведено сравнение результатов аналитических расчетов, выполненных с помощью усовершенствованной аналитической модели, разработанной одним из авторов, с результатами конечно-элементного моделирования. Показано, что предложенная аналитическая модель обладает высокой точностью. Также показано, что конструктивные решения, такие как создание фаски на краю несущего слоя и напыл излишков клея, позволяют снизить напряжение на краю соединения. Фаска, выполненная в несущем слое со стороны, обращенной к клеевому слою позволяет, как снизить жесткость несущего слоя, так и повысить податливость клеевого слоя. Однако при этом все пространство между внешними слоями должно быть заполнено клеем. Таким образом, наличие фаски и напыла клея в значительной степени снижает максимальные напряжения в клеевом слое, и тем самым повышает прочность конструкции.

Ключевые слова: клеевые соединения; аналитическая модель; метод конечных элементов.

THE STRESS DISTRIBUTION IN THE ADHESIVE LAYER DEPENDING ON THE SHAPE OF THE JOINT EDGE

Sergiy Kurennov, Kostiantyn Barakhov, Olexiy Vambol, Oksana Pichugina

Adhesive lap joints are widely used in many ways of modern technology, particularly in aircraft and aerospace, because to the fact that adhesive joints don't break the integrity of the composite structure. Moreover, adhesive joints ensure the transfer of the loads from the surface of the structure and have low weight, excellent tightness, etc. Mathematical models of the stress-strain state in the adhesive joints are based on the certain hypotheses of the distribution of stresses and displacements in the adhesive layer and in the bearing layers. As a rule, hypotheses about the uniform distribution of shear and normal stresses in the adhesive layer are currently used in articles. The stress state of the joint in the regular area, that is, the area distant from the edge of the adhesive layer, is well described by mathematical models based on these hypotheses. However, in a neighborhood of the edge of the joint, the adhesive

layer is in a complex stress state and various factors affect the stress state, including the boundary conditions at the outer edge of the adhesive layer. The research on stresses in a neighborhood of the joint area is carried out in the article. The influence of the stress in the adhesive layer of such designed solutions, such as chamfers on the edges of the bearing layers and glue callus, is shown. The designing solutions, such as the creation of a chamfer on the edge of the bearing layer and the callus of excess glue, can reduce stress at the edge of the joint is also shown in the article. The chamfer in the bearing layer on the side facing the adhesive layer on the one hand allows to reduce the rigidity of the bearing layer, on the other hand to increase the compliance of the adhesive layer. However, the entire space between the outer layers must be filled with adhesive. Thus, the presence of a chamfer and callus of glue significantly reduces the maximum stresses in the adhesive layer, and thereby increases the strength of the structure.

Keywords: adhesive joints; analytical model; the finite element method.

Куреннов Сергій Сергійович – д-р техн. наук, доц., проф. каф. вищої математики та системного аналізу, Національний аерокосмічний університет ім. М. С. Жуковського «Харківський авіаційний інститут», Харків, Україна.

Барахов Костянтин Петрович – канд. техн. наук, старш. викл. каф. вищої математики та системного аналізу, Національний аерокосмічний університет ім. М. С. Жуковського «Харківський авіаційний інститут» Харків.

Вамболь Олексій Олександрович – канд. техн. наук, доц., доц. каф. композиційних конструкцій і авіаційного матеріалознавства, Національний аерокосмічний університет ім. М. С. Жуковського «Харківський авіаційний інститут», Харків, Україна.

Пічугіна Оксана Сергіївна – д-р фіз.-мат. наук, доц., проф. каф. математичного моделювання та штучного інтелекту, Національний аерокосмічний університет ім. М. С. Жуковського «Харківський авіаційний інститут», Харків, Україна.

Sergiy Kurennov – Doctor of Technical Science, Professor of Higher Mathematics and System Analysis Chair, National Aerospace University "Kharkiv Aviation Institute", Kharkiv, Ukraine, e-mail: kurennov.ss@gmail.com, ORCID: 0000-0002-3835-3288.

Kostiantyn Barakhov – Candidate of Technical Science, Senior lecturer of Higher Mathematics and System Analysis Chair, National Aerospace University "Kharkiv Aviation Institute", Kharkiv, Ukraine, e-mail: kparakhov@gmail.com, ORCID: 0000-0003-1714-7917.

Olexiy Vambol – Candidate of Technical Science, Associate Professor, Associate Professor of Department of Composite Structures and Aviation Materials, National Aerospace University "Kharkiv Aviation Institute", Kharkiv, Ukraine, e-mail: olexii.vambol@khai.edu, ORCID: 0000-0002-1719-8063.

Oksana Pichugina – Doctor of Science in Physics and Mathematics, Associate Professor, Professor of Mathematical Modeling and Artificial Intelligence Department, National Aerospace University "Kharkiv Aviation Institute", Kharkiv, Ukraine, e-mail: o.pichugina@khai.edu, ORCID: 0000-0002-7099-8967.