УДК 621.396:537.874.4

ТЕХНОЛОГИЯ ОЦЕНИВАНИЯ ЧИСЛА ИСТОЧНИКОВ ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ ПРИЕМЕ СИГНАЛОВ ЛИНЕЙНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКОЙ

А.Д. Абрамов, канд. техн. наук, Р.В. Нежальский

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ»

Приведено решение задачи определения числа наблюдаемых сигналов по критерию отношения правдоподобия. Синтезируется удобная в вычислительном отношении технология, которая обеспечивает оперативность получения результата, возможность использования табулированной статистики и управление величиной вероятности ошибки первого рода.

* * *

Наведено вирішення задачі визначення числа сигналів, що спостерігаються, за критерієм відношення правдоподібності. Синтезується зручна в обчислювальному відношенні технологія, яка забезпечує оперативність одержання результату, можливість використання табульованої статистики і керування величиною імовірності помилки першого роду.

* * *

Solution of observed signals number detection problem is presented relying on the likelihood ratio criterion. Convenient in calculation technology providing operativity of the result retrieval, possibility of using tabulated statistics and control of the first-kind error possibility is synthesized.

Постановка проблемы. В технической литературе последних лет уделяется большое внимание разработке и совершенствованию методов, основанных на декомпозиции по собственным значениям ковариационной матрицы вектора наблюдений для оперативного и эффективного определения с высоким разрешением направлений прихода радиоволн на антенную решетку (АР) пеленгационной системы [1].

Использование подобного типа высокопроизводительных методов затруднено при отсутствии информации о количественном составе источников излучения, попадающих в поле зрения диаграммы направленности АР.

Анализ известных достижений. Известны процедуры для оценивания числа разрешаемых и неразрешаемых по углу пространственно-временных сигналов [2,3]. Они синтезированы при условии априорного знания мощности помехи. Тест максимального правдоподобия из работы [4] требует предварительной оценки коэффициентов классификационного полинома для каждой из проверяемых гипотез.

Выделение нерешенной проблемы. Указанные факторы существенно ограничивают рамки практического использования подобного типа процедур оценивания направления прихода радиоволн.

Цель статьи. В настоящей работе решение задачи определения числа наблюдаемых сигналов проведено по критерию отношения правдоподобия. Синтезирована удобная в вычислительном отношении технология, которая обеспечивает оперативность получения результата, возможность использования табулированной статистики и управление величиной вероятности ошибки первого рода.

Постановка задачи. Пусть апертура пеленгационной системы выполнена в виде *M*-элементной АР. Фазовые центры приемных элементов расположены на оси *0x* эквидистантно в точках $0, d, 2d, ..., (M-1)d$. Тогда для некоторой совокупности N независимых источников излучения пространственная выборка комплексных огибающих узкополосных сигналов на выходах приемных трактов антенной системы в *k*-й момент времени может быть задана *M*-мерным вектором *u(k)*:

$$u(k) = \Lambda^N E^N(k) + \varepsilon(k)\, , k = \overline{1, K} \, . \qquad (1)$$

Здесь $u(k) = [\dot{u}_1(k), \dot{u}_2(k), ..., \dot{u}_M(k)]^T$, $\dot{u}_m(k)$ – отсчет в *k*-й момент времени комплексной огибающей сигнала на выходе m-го приемного элемента $(m=\overline{1,M})$; $\Lambda^N=[\Lambda_1,\Lambda_2,...,\Lambda_N]$, $\Lambda_n=[1,\dot{\lambda}_n,\dot{\lambda}_n{}^2,...,\dot{\lambda}_n{}^{M-1}]$ – амплитудно-фазовое распределение поля n-го источника $(n=\overline{1,N})$ излучения, которое определяется угловыми координатами Θ_n

$$\dot{\lambda}_n=\exp\{j2\pi\frac{d}{\lambda}(n-1)\Theta_n\} \tag{2}$$

и геометрией решетки, $\Theta_n=\sin Q_n$, Q_n – угол между направлением на n-й источник и нормалью к апертуре АР, λ – рабочая длина волны; $E^N(k)=[\dot{E}_1(k),\dot{E}_2(k),...,\dot{E}_N(k)]^T$, а $\dot{E}_n(k)$ – комплексная амплитуда сигнала от n-го источника в k-й момент времени; $\varepsilon(k)=[\dot{\varepsilon}_1(k),\dot{\varepsilon}_2(k),...,\dot{\varepsilon}_M(k)]^T$, $\dot{\varepsilon}_m(k)$ – случайный гауссовский процесс (шум, вносимый каналами решетки) с характеристиками

$$<\dot{\varepsilon}_m(k)>=0,\ m=\overline{1,M},$$

$$<\dot{\varepsilon}(k_1)\dot{\varepsilon}^+(k_2)>=\sigma^2 I_M\delta(k_1-k_2),$$

где „+” и „T” – символы (соответственно) сопряжения по Эрмиту и транспонирования, δ – символ Кронекера, I_M – единичная матрица размерности $M\times M$ из поля F, $I_M\in M_{M,M}(F)$, σ^2 – мощность помехи. Требуется разработать процедуру, позволяющую на основании выборки $u^K=[u(1),u(2),...,u(K)]$ определить число сигналов при отсутствии априорных сведений об их угловых параметрах, интенсивности и мощности канальных шумов.

Основной материал. Решение задачи проведем по критерию отношения правдоподобия (КОП). Для этого введем в изложение гипотезу H_{l-1} о наличии в наблюдаемом процессе (1) $(l-1)$ сигналов с неизвестными комплексными амплитудами $\dot{E}_n(k)$ и угловыми параметрами Q_n $(n=\overline{1,l-1})$. При указанных исходных данных функция правдоподобия $P(u^K/H_{l-1},\Lambda^{l-1},E^{(l-1)K},2\sigma^2)$ выборки u^K, полученной после приема пачки из K независимых импульсов, относительно сложной гипотезы H_{l-1} и фиксированных Λ^{l-1}, $E^{(l-1)K}=[E^{(l-1)}(1),E^{(l-1)}(2),...,E^{(l-1)}(K)]^T$, σ^2, записывается так:

$$\begin{aligned}&P(\cdots)=(\pi\sigma^{2MK})^{-1}\times\\&\times\exp\{-\frac{1}{\sigma^2}\sum_{k=1}^{K}[u(k)-\Lambda^{l-1}E^{l-1}(k)]^+\times\\&\times[u(k)-\Lambda^{l-1}E^{l-1}(k)]\}.\end{aligned} \tag{3}$$

Критерий отношения правдоподобия для проверки H_{l-1} при сложной альтернативе H_l определяется статистикой T_{l-1} [5]:

$$\begin{aligned}T_{l-1}&=\frac{\sup P[u^K/H_{l-1},\Lambda^{l-1},E^{(l-1)K},\sigma^2]}{\sup P[u^K/H_l,\Lambda^l,E^{lK},\sigma^2]}=\\&=\left(\frac{RSS_{H_{l-1}}}{RSS_{H_l}}\right)^{MK}.\end{aligned} \tag{4}$$

Здесь

$$\begin{aligned}RSS_{H_m}&=\inf_{\Lambda^m,E^{mK}}\left\{\frac{1}{MK}\sum_{k=1}^{K}[u(k)-\Lambda^m E^m(k)]^+\times\right.\\&\left.\times[u(k)-\Lambda^m E^m(k)]\right\}-\end{aligned} \tag{5}$$

минимальное значение нормированной невязки, соответствующее гипотезе H_m $(m=l-1,l)$.

В статистике (5), прежде всего, найдем точную нижнюю грань по вектору комплексных амплитуд сигналов $E^m(k)$. Известно [2,3], что единственная экстремальная точка по $E^m(k)$ квадратичной функции, стоящей в фигурных скобках соотношения (5), достигается при

$$\hat{E}^m(k)=[(\Lambda^m)^+\Lambda^m]^{-1}(\Lambda^m)^+u(k). \tag{6}$$

Тогда, подставляя (6) в (5), после тождественных преобразований получаем

$$RSS_{H_m}=\inf_{\Lambda^m}\left\{\frac{1}{MK}\sum_{k=1}^{K}u^+(k)P_{m\perp}u(k)\right\}, \tag{7}$$

где $P_{m\perp}=I_m-P_m=I_m-\Lambda^m[((\Lambda^m)^+\Lambda^m)^{-1}(\Lambda^m)^+]$ (8)

– эрмитова идемпотентная матрица $P_{m\perp} \in M_{M,M}(F)$, P_m – проектор, заданный с помощью векторного базиса $\{\Lambda_m, m=\overline{1,M}\}$, $\Lambda_m \in M_{M,m}(F)$.

Для нахождения минимума по Λ^m невязки (7) воспользуемся спектральным разложением ортогонального проектора $P_{m\perp}$ [6]:

$$P_{m\perp} = C_M \nu C_M^+ . \tag{9}$$

Здесь $\nu = diag(\nu_1, \nu_2, ..., \nu_M)$, а унитарная матрица $C_M = (C_1, C_2, ..., C_M)$ составлена из n-мерных собственных векторов C_j, соответствующих ν_j, $(j=\overline{1,M})$, причем $C_M C_M^+ = I_M$.

С учетом (9) правую часть равенства (7) приводим к виду

$$RSS_{H_m} = \inf_{\Lambda^m}\left\{\frac{1}{M} Sp(\nu C_M R C_M^+ \nu)\right\}. \tag{10}$$

При выводе последнего соотношения введено обозначение

$$R = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K} u(k)u^+(k) \text{ -} \tag{11}$$

выборочная корреляционная матрица вектора $u(k)$.

Теорема Рэлея-Ритца утверждает: минимум (10) достигается, когда столбцы матрицы C_M совпадают с ортонормированными собственными векторами C_j, отвечающими $(M-m)$ минимальным собственным значениям λ_j $(j=\overline{m+1,M})$ матрицы R [6]. Как следствие: если верна гипотеза H_m и выполнены условия ортонормированности, то

$$RSS_{H_m} = \sum_{j=m+1}^{M} \lambda_j . \tag{12}$$

Подставив (12) в соотношение (4), получаем выражение для критической статистики T_{l-1}

$$T_{l-1} = \left(\frac{\sum_{j=l+1}^{M}\lambda_j}{\sum_{j=l}^{M}\lambda_j}\right)^{MK} . \tag{13}$$

Согласно КОП гипотеза H_{l-1} отвергается при $T_{l-1} < \Pi_\alpha$, где порог Π_α выбирается по заданному уровню значимости α, и принимается в противном случае.

В практической работе целесообразно перейти от статистики T_{l-1} с помощью монотонного преобразования к хорошо табулированной статистике F_{l-1}

$$\begin{aligned} F_{l-1} &= \frac{2(M-l-1)}{2}\left(T_{l-1}^{-\frac{1}{MK}} - 1\right) = \\ &= (M-l-1)\frac{\lambda_l}{\sum_{i=l+1}^{M}\lambda_i}, \end{aligned} \tag{14}$$

которая при выполнении H_{l-1} подчиняется F-распределению с 2 и $2(M-l-1)$ степенями свободы.

Таким образом, в рамках критерия отношения правдоподобия гипотеза H_{l-1} принимается при $F_{l-1} \le \Pi_{l-1,\alpha}$ и отвергает H_{l-1}, если $F_{l-1} > \Pi_{l-1,\alpha}$. Порог $\Pi_{l-1,\alpha}$ определяется из таблиц F-распределения по заданному уровню значимости α (ошибка первого рода) и указанному числу степеней свободы.

Из приведенного выше следует, что технология обработки наблюдаемого процесса для принятия квалификационного решения о числе источников излучения сводится к следующим операциям. По принятым антенной решеткой пространственно-временным сигналам формируют по правилу (11) выборочную ковариационную матрицу R. Затем определяют совокупность λ_i $(j=\overline{1,M})$ ее собственных значений и переходят к последовательной проверке сложных гипотез H_{l-1} $(l=1,2,...)$. Для этого вычисляют критическую статистику F_{l-1} и сравнивают ее с порогом $\Pi_{l-1,\alpha}$. При $F_{l-1} > \Pi_{l-1,\alpha}$ гипотеза H_{l-1} отвергается. Тогда переходят к проверке следующей гипотезы H_l. Если на некотором шаге, например $m-1$, впервые $F_{m-1} \le \Pi_{m-1,\alpha}$, то выносится решение: наблюдаемый процесс обусловлен сигналами от $(m-1)$ источников излучения. Процедура проверки на этом прекращается.

Для исследования качественных показателей предложенной технологии и синтезированного теста были проведены численные статистические эксперименты. Моделировался прием девятиэлементной эквидистантной антенной решеткой с изотропными элементами сигналов от одинаковых по мощности, слабо разнесенных по углу точечных источников излучения, находящихся в дальней зоне. Межэлементное расстояние d задавалось равным λ, а случайные во времени комплексные амплитуды сигналов и собственные шумы в элементах генерировались с помощью гауссовского датчика комплексных чисел и задавались некоррелированными между собой и во времени.

Моделировались три сигнальные ситуации, отличающиеся друг от друга числом источников излучения и их угловыми разносами ΔQ:1) $N=1$, 2) $N=2$, 3) $N=3$. В каждой сигнальной ситуации для конкретного значения отношения сигнал/шум μ проводилось 100 независимых испытаний, а выборочная ковариационная матрица оценивалась по 100 временным выборкам входной реализации. При экспериментальных исследованиях максимальное число сигналов было принято равным трем. Под отношением сигнал/шум μ понималась величина $\mu = \dfrac{\sigma_i^2}{\sigma^2}$, где σ_i^2 – мощность i-го источника излучения в приемном канале АР. Материал моделирования сведен в табл. 1-14.

Оценка числа наблюдаемых сигналов проводилась для двух различных уровней значимости α. Вначале число сигналов определялось для $\alpha = 1\%$ (результаты моделирования сведены в табл. 1-7), затем уровень значимости α был установлен равным 5% (табл. 8-14). Табл. 1 и 8 (соответственно для $\alpha = 1\%$ и $\alpha = 5\%$) иллюстрируют качество обнаружения $\hat{N}$ гауссовского сигнала $(N=1)$, приходящего от источника с угловым положением $Q = 5^\circ$ при различной его мощности (различных μ). Табл. 2-4 и 9-11 – результат обнаружения (оценка $\hat{N}$) двух гауссовских сигналов $(N=2)$ при $\Delta Q = |Q_1 - Q_2|$, равных $7,5,3.5^\circ$ (последняя колонка); мощности сигналов соотносились как $\dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$. Табл. 5-7 и 12-14 – $N=3$. Источники с номерами 1 и 3 размещались симметрично относительно источника с номером 2, разносы $\Delta Q = |Q_2 - Q_1| = |Q_3 - Q_2|$ устанавливались равными $7,5\ ,3.5^\circ$ (последняя колонка), а $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2$.

Таблица 1

Рабочие характеристики технологии принятия квалификационного решения при $N=1$, $\alpha = 1\%$

μ	$\hat{N}$				ΔQ
	0	1	2	3	
0.3	100	0	0	0	-
0.4	99	1	0	0	
0.5	92	8	0	0	
0.6	20	80	0	0	
0.7	0	100	0	0	
0.8	0	100	0	0	

Таблица 2

Рабочие характеристики технологии принятия квалификационного решения при $N = 2$, $\alpha = 1\%$

μ	$\hat{N}$				ΔQ
	0	1	2	3	
0.5	100	0	0	0	7°
0.6	93	0	7	0	
0.7	50	0	50	0	
0.8	7	0	93	0	
1	0	0	100	0	

Таблица 3

Рабочие характеристики технологии принятия квалификационного решения при $N = 2$, $\alpha = 1\%$

μ	$\hat{N}$				ΔQ
	0	1	2	3	
0.5	100	0	0	0	5°
0.6	90	9	1	0	
0.7	56	35	9	0	
0.9	1	22	77	0	
1	0	8	92	0	
1.5	0	0	100	0	

Таблица 4

Рабочие характеристики технологии принятия квалификационного решения при $N = 2$, $\alpha = 1\%$

μ	$\hat{N}$				ΔQ
	0	1	2	3	
0.7	0	100	0	0	3.5°
1	0	100	0	0	
1.3	0	61	39	0	
1.5	0	37	63	0	
2	0	0	100	0	

Таблица 5

Рабочие характеристики технологии принятия квалификационного решения при $N = 3$, $\alpha = 1\%$

μ	$\hat{N}$				ΔQ
	0	1	2	3	
0.3	100	0	0	0	3.5°
0.4	97	2	1	0	
0.5	85	10	5	0	
0.6	37	20	43	0	
0.7	2	17	81	0	
0.8	0	1	99	0	
1	0	0	100	0	
5	0	0	27	73	
10	0	0	0	100	

Таблица 6

Рабочие характеристики технологии принятия квалификационного решения при $N = 3$, $\alpha = 1\%$

μ	$\hat{N}$				ΔQ
	0	1	2	3	
0.5	100	0	0	0	7°
0.9	27	0	0	73	
1	6	0	0	94	
2	0	0	0	100	

Таблица 7

Рабочие характеристики технологии принятия квалификационного решения при $N = 3$, $\alpha = 1\%$

μ	$\hat{N}$				ΔQ
	0	1	2	3	
0.6	100	0	0	0	5°
1	32	0	64	4	
1.5	0	0	8	92	
2	0	0	0	100	

Таблица 8

Рабочие характеристики технологии принятия квалификационного решения при $N = 1$, $\alpha = 5\%$

μ	$\hat{N}$				ΔQ
	0	1	2	3	
0.1	100	0	0	0	-
0.2	99	1	0	0	
0.3	39	61	0	0	
0.4	0	100	0	0	

Таблица 9

Рабочие характеристики технологии принятия квалификационного решения при $N = 2$, $\alpha = 5\%$

μ	$\hat{N}$				ΔQ
	0	1	2	3	
0.2	100	0	0	0	7°
0.3	63	25	12	0	
0.4	2	19	79	0	
0.5	0	0	100	0	

Таблица 10

Рабочие характеристики технологии принятия квалификационного решения при $N = 2$, $\alpha = 5\%$

μ	$\hat{N}$				ΔQ
	0	1	2	3	
0.1	100	0	0	0	3.5°
0.5	0	96	4	0	
0.7	0	44	56	0	
1	0	0	100	0	

Таблица 11

Рабочие характеристики технологии принятия квалификационного решения при $N = 2$, $\alpha = 5\%$

μ	$\hat{N}$				ΔQ
	0	1	2	3	
0.1	100	0	0	0	5°
0.2	99	1	0	0	
0.3	33	63	4	0	
0.4	1	51	48	0	
0.5	0	6	94	0	
0.7	0	1	99	0	
0.9	0	0	100	0	

Таблица 12

Рабочие характеристики технологии принятия квалификационного решения при $N = 3$, $\alpha = 5\%$

μ	$\hat{N}$				ΔQ
	0	1	2	3	
0.2	100	0	0	0	5°
0.3	74	7	19	0	
0.4	11	6	83	0	
0.5	0	0	87	13	
0.6	0	0	59	41	
0.7	0	0	18	82	
0.8	0	0	0	100	

Таблица 13

Рабочие характеристики технологии принятия квалификационного решения при $N = 3$, $\alpha = 5\%$

μ	$\hat{N}$				ΔQ
	0	1	2	3	
0.2	100	0	0	0	7°
0.3	96	4	0	0	
0.35	83	11	1	5	
0.4	41	22	4	33	
0.5	2	3	1	94	
0.6	0	0	0	100	

Таблица 14

Рабочие характеристики технологии принятия квалификационного решения при $N = 3$, $\alpha = 5\%$

μ	$\hat{N}$				ΔQ
	0	1	2	3	
0.3	0	33	67	0	3.5°
0.4	0	0	100	0	
1	0	0	100	0	
3	0	0	6	94	
5	0	0	0	100	

Заключение

Анализ приведенных результатов показывает, что технология принятия решений о количественном составе источников излучения, синтезированная на основе использования критерия отношения правдоподобия, во-первых, эффективна при достаточных соотношениях сигнал/шум даже в условиях внерэлеевского разрешения, во-вторых, проста в вычислительной реализации, в-третьих, использует табулированную статистику и позволяет управлять величиной ошибки первого рода.

Литература

1. Ефименко В. С., Харисов В. Н. Оптимальные алгоритмы разделения пространственно-разнесенных источников излучения // Радиотехника. - 1996. - №7. - С. 87-95.

2. Сычев М. И. Оценивание числа близко - расположенных источников излучения по пространственно-временной выборке // Радиотехника и электроника. - 1992. - Т. 37. №10. - С. 1807-1815.

3. Абрамов А. Д., Сугак В. Г., Разсказовский В. Б. Обнаружение-распознавание полезного сигнала в смеси с помеховыми отражениями от поверхности моря // Радиотехнические системы миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов волн. - Х.: Ин-т радиофизики и электроники НАН Украины. - 1991. - С. 33-38.

4. Коновалов Л. Н. Решение задачи полного разрешения неизвестного числа сигналов методом условного максимального правдоподобия // Самолетостроение. Техника воздушного флота. - Х.: Вища школа. - 1985. - Вып. 52. - С. 3-12.

5. Боровко А. А. Математическая статистика. - М.: Наука, 1984. - 472 с.

6. Корн Г. П., Корн Г. Т. Справочник по математике. - М.: Наука, 1973. - 832 с.

Поступила в редакцию: 13.02.03

Рецензент: д-р техн. наук, профессор Волосюк В.К., Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков.