

ПОВЗУЧИСТЬ ТА ПОШКОДЖУВАНІСТЬ МАШИНОБУДІВНИХ КОНСТРУКЦІЙ НА БАЗІ ЗМІШАНОГО ВАРІАЦІЙНОГО ФУНКЦІОНАЛА

Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського

«Харківський авіаційний інститут», Україна

Вступ. Проблеми оцінювання довготривалої міцності сучасної машинобудівної техніки займають важливе місце при проектуванні, створенні, доведенні й експлуатації машин, приладів і апаратури. Експлуатаційні умови для багатьох машинобудівних конструкцій характеризуються високими рівнями температур і навантажень. В цих умовах внаслідок таких явищ як повзучість та пошкоджувальність проявляються обмеження властивостей міцності й довговічності конструктивних елементів машин. Тому у розрахунках на міцність сучасної високотемпературної техніки особливе місце займають розрахунки на повзучість і довготривалу міцність.

Аналіз останніх досягнень та публікацій. Більшість з існуючих публікацій вітчизняних й закордонних авторів присвячено дослідженню нелінійних процесів повзучості розв'язку на базі чисельного методу скінчених елементів [1, 2]. Практично відсутні розробки на базі чисельно-аналітичних методів. В цих роботах, на підставі ретельного аналізу вітчизняної та зарубіжної літератури за темою роботи, сформульовано наукове завдання зі створення розрахункового методу оцінювання довготривалої міцності конструктивних елементів машин, які експлуатуються при високій температурі й повзучості, на базі змішаного варіаційного принципу й чисельно-аналітичного методу, що засновано на сполученні чисельного методу продовження рішення за часом й аналітичного рішення варіаційної рівності для змішаного функціоналу на кроці часу варіаційно-структурним методом теорії R-функцій.

Постановка задачі й метод розв'язання. Розглянемо повзучість й пошкоджувальність просторових тіл, закріплених на частині поверхні - S_u і навантажених об'ємними та на частині поверхні - S_p поверхневими силами.

Варіаційний функціонал, який задано на незалежних функціях напружень та переміщень, відноситься до змішаних функціоналів, причому для вихідного стану при нульових деформаціях повзучості цей функціонал точно відповідає відомому у теорії пружності функціоналу Рейснера й запишеться в наступному вигляді

$$R_{u\sigma} = \int_V \left[\frac{1}{2} \sigma_{ij} (u_{i,j} + u_{j,i}) - \frac{1}{2} a_{ijkl}^{-1} \sigma_{ij} \sigma_{kl} - u_i f_i \right] dV - \int_{S_p} u_i p_i ds - \int_{S_u} \sigma_{ij} n_j (u_i - u_i^*) dS - \int_V \sigma_{ij} c_{ij} dV. \quad (1)$$

У разі коли тензор C_{ij} є відомим ($\delta C_{ij} = 0$) перша варіація змішаного функціоналу (1) набуває вигляду

$$\delta R_{u\sigma} = \int_V \left[\left(\frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) - a_{ijkl}^{-1} \sigma_{kl} - c_{ij} \right) \delta \sigma_{ij} - (\sigma_{ij,j} + f_i) \delta u_i \right] dV - \int_{S_p} (\sigma_{ij} n_j + p_i) \delta u_i dS - \int_{S_u} \delta \sigma_{ij} n_j (u_i - u_i^*) dS. \quad (2)$$

З умови стаціонарності функціонала (2) отримуємо рівняння Ейлера – Остроградського.

Повна система рівнянь початково-крайової задачі повзучості тіл щодо невідомих компонентів тензорів напружень, деформацій і переміщень представлена у вигляді:

$$\begin{aligned}\sigma_{ij,j} + \rho f_i = 0, \quad \varepsilon_{ij} = 1/2(u_{j,i} + u_{i,j}), \quad \varepsilon_{ij} = d_{ijkl}\sigma_{kl} + c_{ij}, \quad x_i \in V \\ \sigma_{ij}n_j = p_i - x_i \in S_p, \quad u_i - u_i^* = 0 - x_i \in S_u.\end{aligned}\quad (3)$$

Система рівнянь (3) доповнюється рівняннями стану повзучості. Для ізотропного при повзучості матеріалу мезо-пошкодження адекватно описуються кінетичним рівнянням для параметру пошкоджуваності, що входить у рівняння стану повзучості [1-3]:

$$\dot{C}_{ij} = \frac{3}{2} \cdot \frac{B\sigma_i^{n-1}}{(1-\omega^r)^m} S_{ij}, \quad \dot{\omega} = \frac{D(\langle \sigma_e \rangle)^k}{(1-\omega^r)^l}, \quad \omega(0) = 0, \quad \omega(t_*) = \omega_*, \quad (4)$$

$$\langle \sigma_e \rangle = \begin{cases} \alpha\sigma_l + (1-\alpha)\cdot\sigma_i, & \sigma_e > 0 \\ 0, & \sigma_e \leq 0 \end{cases}, \quad (5)$$

де σ_l - максимальне головне напруження, σ_i - інтенсивність напружень, $B, D, n, m, k, l, r, \alpha$ - матеріальні константи, що визначаються за даними базових експериментів.

В роботі запропоновано чисельно-аналітичний метод розв'язування початково-крайових задач повзучості, що засновано на сполученні методу продовження рішення за часом та рішенням варіаційної рівності (2) на кроці часу. Для визначення деформацій повзучості та пошкоджуваності на кроці часу застосоване чисельне інтегрування рівнянь (4) методом Рунге-Кутта-Мерсона з автоматизованим вибором кроку у часі, а для пошуку стаціонарних точок змішаного функціоналу (2) - варіаційно-структурний метод теорії R-функцій [3].

Далі в роботі основні співвідношення (1, 2) конкретизовано у циліндричних координатах. Для такого випадку змішаний варіаційний функціонал у циліндричній системі координат для ізотропних осиметрично навантажених тіл обертання в умовах повзучості запишеться у вигляді:

$$\begin{aligned}R_{u\sigma} = \iint_{\Omega} \left\{ \sigma_{rr} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \sigma_{\theta\theta} \frac{u_r}{r} + \sigma_{zz} \frac{\partial u_z}{\partial z} + \sigma_{rz} \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) - \frac{1}{2E} \sigma_{rr}^2 - \right. \\ \left. - \frac{1}{2E} \sigma_{\theta\theta}^2 - \frac{1}{2E} \sigma_{zz}^2 - \frac{1}{G} \sigma_{rz}^2 + \frac{\nu}{E} \sigma_{rr} \sigma_{\theta\theta} + \frac{\nu}{E} \sigma_{zz} \sigma_{\theta\theta} + \frac{\nu}{E} \sigma_{rr} \sigma_{zz} - f_r u_r - f_z u_z - \right. \\ \left. - C_{rr} \sigma_{rr} - C_{\theta\theta} \sigma_{\theta\theta} - C_{zz} \sigma_{zz} - 2C_{rz} \sigma_{rz} \right\} d\Omega - \iint_{S_p} t_i u_i dS - \iint_{S_u} n_i \sigma_{ij} (u_i - u_i^*) dS.\end{aligned}\quad (6)$$

Умова стаціонарності цього змішаного варіаційного функціоналу запишеться так:

$$\begin{aligned}\iint_{\Omega} \left\{ \delta\sigma_{rr} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{1}{E} \sigma_{rr} + \frac{\nu}{E} \sigma_{\theta\theta} + \frac{\nu}{E} \sigma_{zz} - C_{rr} \right) + \right. \\ \left. + \delta\sigma_{zz} \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} - \frac{1}{E} \sigma_{zz} + \frac{\nu}{E} \sigma_{rr} + \frac{\nu}{E} \sigma_{\theta\theta} - C_{zz} \right) + \delta\sigma_{rz} \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} - \frac{1}{G} \sigma_{rz} - 2C_{rz} \right) - \right. \\ \left. + \delta\sigma_{\theta\theta} \left(\frac{u_r}{r} - \frac{1}{E} \sigma_{\theta\theta} + \frac{\nu}{E} \sigma_{rr} + \frac{\nu}{E} \sigma_{zz} - C_{\theta\theta} \right) + \right. \\ \left. - \delta u_r \left(\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} - \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + f_r \right) - \delta u_z \left(\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rz}}{r} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + f_z \right) \right\} d\Omega = 0.\end{aligned}\quad (7)$$

де Ω - двовимірний область, обмежена поздовжнім перетином тіла;

E, ν, G - модуль пружності, коефіцієнт Пуассона і модуль зсуву;

$C_{rr}, C_{\theta\theta}, C_{zz}, C_{rz}$ - компоненти тензора деформацій повзучості.

Числові результати. У різних областях машинобудування широко використовуються оберткові диски і ротори, які моделюються товстостінними циліндрами. Для підвищення високих параметрів роботи турбомашин необхідні розрахунки на довговічність таких елементів, на підставі яких забезпечується необхідний термін їхньої служби.

У якості приклада розглядається повзучість та пошкоджуваність товстостінного

циліндра з вільними краями, що знаходиться під дією внутрішнього розподіленого по довжині тиску $p_1^0 = 25 \text{ МПа}$. Матеріал циліндра дюралюмінієвий сплав Д16АТ. Фізико-механічні сталі даного матеріалу в рівняннях стану (3) за температури $T=300^\circ \text{ С}$, прийняті рівними: $E = 65 \text{ ГПа}$, $B = 0.34 \cdot 10^{-7} \text{ МПа}^{-n}/\text{год}$, $D = 1.9 \cdot 10^{-7} \text{ МПа}^{-m}/\text{год}$, $n = m = k = l = 2.93$, $r = 1$, $\nu = 0.3$, $\alpha = 0$. Геометричні параметри, що використовувались в розрахунках циліндра, мають наступні значення: $R_1 = 0.1 \text{ м}$, $R_2 = 0.5 \text{ м}$ – внутрішній та зовнішній радіуси відповідно, $2h = 0.6 \text{ м}$ – довжина циліндра.

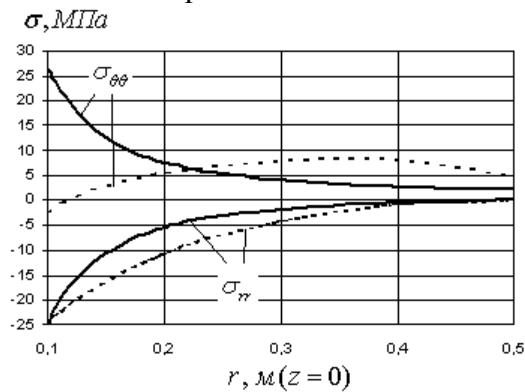


Рисунок 1 – Розподіл радіальних та окружних напружень

На рис. 1 наведено розподіл радіальних і окружних напружень у центральному перерізі циліндра в початковий момент часу $t_0 = 0 \text{ год}$ (суцільна крива) і перед руйнуванням $t_* = 109 \text{ год}$ (штрихова крива). Слід зазначити значний перерозподіл окружних напружень на внутрішній і зовнішній поверхні.

Висновки. Запропоновано чисельно-аналітичний метод та програмне забезпечення для оцінювання довготривалої міцності на етапі проектування елементів машинобудівних конструкцій, які містять покрокове інтегрування рівнянь стану повзучості та пошкоджуваності у часі з розв’язанням на кожному кроці варіаційної рівності для змішаного варіаційного функціоналу відносно параметрів напружено-деформованого стану. Для задачі повзучості циліндра з вільними краями, навантаженого внутрішнім тиском, проведено чисельні дослідження збіжності рішень при варіюванні кількістю утримуваних компонентів структур і числом точок дискретизації області циліндра. За результатами проведених розрахунків можна зробити висновок про істотний вплив повзучості на перерозподіл напружень циліндра.

Список використаних джерел

1. Naumenko K. On the use of the first order shear deformation models of beams, plates and shells in creep lifetime estimations. *Tech. Mech.*, 20, (2000), 215-226.
2. Altenbach H., Morachkovsky O., Naumenko K., Sychov A. Geometrically nonlinear bending of thin - walled shells and plates under creep - damage conditions. *Arch. Appl. Mech.*, 67, (1997), p. 339 - 352.
3. Савін О.Б. Змішаний варіаційний функціонал в задачах повзучості та пошкоджуваності стержнів при згині / О.Б. Савін, В.М. Соболев // Опір матеріалів і теорія споруд: Науково-технічний збірник. – Вип. 100. – К.: КНУБА, 2018. – С. 115 – 123.