

МЕХАНІКА МІЖФАЗНОЇ ТРІЩИНИ ПРИ НАВАНТАЖЕННІ ХВИЛЕЮ ЗСУВУ

Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут», Україна;

Вступ. Подані в даній доповіді матеріали можуть бути актуальними при розрахунках щодо визначення напружено-деформованого стану та тріщиностійкості композитних матеріалів та деталей з покриттями.

Задачі про тріщину на межі розділу пружних середовищ без урахування контакту берегів при статичному навантаженні зсувом неодноразово розглядалися в наукових роботах, наприклад, в [1].

Вирішенню задач для тіл з міжматеріальними тріщинами при динамічному навантаженні без урахування контакту берегів присвячено робота [2], де отримано граничні інтегральні рівняння і виконано тестові розрахунки.

В [3] вперше представлено підхід до вирішення задачі механіки тріщин з урахуванням контакту берегів при динамічних навантаженнях.

Подані в цій роботі матеріали рішення нелінійної задачі для міжматеріальної тріщини ґрунтуються на розробленій в [2] методиці рішення лінійних задач для міжфазних тріщин і ідеї дослідження нелінійних задач механіки тріщин [3]. Автори провели чисельні дослідження, присвячені виявленню особливостей зсувів берегів міжматеріальної тріщини і прилеглої до неї інтерфейсної поверхні, розрахункам величин зон контакту берегів і виникаючих контактних сил.

Формулювання задачі. У двовимірному просторі розглянемо $R^2 = \{\bar{x} : x_3 = 0\}$ плоску деформацію двох лінійно-пружних напівплощин $x_2 \geq 0, x_2 \leq 0$ з різними механічними характеристиками (параметрами Ламе λ, μ і щільностями ρ), які жорстко зчеплені між собою вздовж лінії $x_2 = 0$ всюди, за винятком проміжку $-1 < x_1 < 1$, який представляє собою міжматеріальну тріщину. Береги тріщини () попередньо не навантажені. Перпендикулярно лінії зчеплення матеріалів (уздовж осі x_2) поширюється гармонічна хвиля зсуву з циклічною частотою $\omega = 2\pi/T$, де T – період коливань. Під дією динамічного навантаження протилежні берега тріщини деформуються, що призводить до їх розкриття і налягання з виникненням зон контакту та сил контактної взаємодії.

Напружено-деформований стан кожної з півплощини описується рівняннями лінійної динамічної теорії пружності в переміщеннях [3]

$$\begin{aligned} (\lambda^{(m)} + \mu^{(m)}) \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{u}^{(m)}(\mathbf{x}, t) + \mu^{(m)} \Delta \mathbf{u}^{(m)}(\mathbf{x}, t) = \\ = \rho^{(m)} \partial_t^2 \mathbf{u}^{(m)}(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{x} \in \Omega^{(m)}, \quad t \in [0, \infty), \end{aligned} \quad (1)$$

де $\mathbf{u}^{(m)}(\mathbf{x}, t)$ – вектор переміщень,

$m = 1, 2$;

Δ – оператор Лапласа; з наступними граничними умовами:

– на лінії зчеплення матеріалів (ділянки $-\infty < x_1 \leq -1$ і $1 \leq x_1 < \infty$) виконуються умови повного механічного контакту, які полягають у безперервності переміщень і напружень;

– на берегах тріщини () зусилля являє собою суперпозицію сил від падаючої хвилі і виникаючих контактних сил на заздалегідь невідомих ділянках налягання берегів.

Такі задачі відносять до нелінійних, незважаючи на лінійні рівняння (1) і вирішуються із залученням додаткових умов [3], що виключають взаємне проникнення берегів і існування розтягувальних зусиль у зонах контакту.

З метою зниження розмірності задачі перейдемо від задачі в двовимірній області до еквівалентної задачі на межах цієї області, використовуючи співвідношення Сомільяни і граничних рівностей для переміщень і зусиль [2], що впливають з них. В отриманих таким чином граничних інтегральних рівняннях представимо компоненти векторів сил і переміщень рядами Фур'є [3].

У випадку гармонічного навантаження, що розглядається, граничні інтегральні рівняння для коефіцієнтів Фур'є мають вигляд:

$$-\int_{\Gamma^{(1)cr}} \tilde{p}_i^{k,(1)}(\mathbf{y})U_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y} = -\frac{1}{2}u_i^{k,(1)}(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma^{(1)cr}} u_i^{k,(1)}(\mathbf{y})W_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y} + \int_{\Gamma^*} u_i^{k,*}(\mathbf{y})W_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y} - \int_{\Gamma^*} p_i^{k,*}(\mathbf{y})U_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y}, \quad \mathbf{x} \in \Gamma^{(1)cr}, \quad (2)$$

$$-\int_{\Gamma^{(2)cr}} \tilde{p}_i^{k,(2)}(\mathbf{y})U_{ij}^{(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y} = -\frac{1}{2}u_i^{k,(2)}(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma^{(2)cr}} u_i^{k,(2)}(\mathbf{y})W_{ij}^{(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y} - \int_{\Gamma^*} u_i^{k,*}(\mathbf{y})W_{ij}^{(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y} + \int_{\Gamma^*} p_i^{k,*}(\mathbf{y})U_{ij}^{(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y}, \quad \mathbf{x} \in \Gamma^{(2)cr}, \quad (3)$$

$$-\int_{\Gamma^{(1)cr}} \tilde{p}_i^{k,(1)}(\mathbf{y})U_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y} = -\frac{1}{2}u_i^{k,*}(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma^{(1)cr}} u_i^{k,(1)}(\mathbf{y})W_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y} + \int_{\Gamma^*} u_i^{k,*}(\mathbf{y})W_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y} - \int_{\Gamma^*} p_i^{k,*}(\mathbf{y})U_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y}, \quad \mathbf{x} \in \Gamma^*, \quad (4)$$

$$-\int_{\Gamma^{(2)cr}} \tilde{p}_i^{k,(2)}(\mathbf{y})U_{ij}^{(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y} = -\frac{1}{2}u_i^{k,*}(\mathbf{x}) - \int_{\Gamma^{(2)cr}} u_i^{k,(2)}(\mathbf{y})W_{ij}^{(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y} - \int_{\Gamma^*} u_i^{k,*}(\mathbf{y})W_{ij}^{(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y} + \int_{\Gamma^*} p_i^{k,*}(\mathbf{y})U_{ij}^{(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k) d\mathbf{y}, \quad \mathbf{x} \in \Gamma^*, \quad (5)$$

де: $\tilde{p}_i^{k,(m)}(\mathbf{x})$, $p_i^{k,*}(\mathbf{x})$, $u_i^{k,*}(\mathbf{x})$ і $u_i^{k,(m)}(\mathbf{x})$ – коефіцієнти Фур'є зусиль і переміщень на берегах тріщини і поверхні зчеплення;

$U_{ij}^{(m)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k)$ і $W_{ij}^{(m)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega_k)$ – фундаментальні рішення динамічної теорії пружності.

Для приведення компонент векторів контактних сил і переміщень берегів тріщини у відповідність з контактними обмеженнями використовувався ітераційний алгоритм динамічної теорії пружності.

Для чисельного рішення граничних інтегральних рівнянь задачі (2–5) був використаний прямий метод граничних елементів з постійною апроксимацією параметрів задачі на кожному елементі. Верхній і нижній береги тріщини і лінія зчеплення матеріалів були апроксимовані одновимірними граничними елементами.

Розрахункові дослідження. Розрахунки виконано для тріщини-відрідка довжини $2L=2$ уздовж лінії з'єднання матеріалів сталь-алюміній. Матеріали характеризуються такими параметрами:

для сталі – модуль пружності $E = 207$ ГПа, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0,288$ і щільність $\rho = 7860$ кг/м³;

для алюмінію – модуль пружності $E = 70$ ГПа, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0,347$ і щільність $\rho = 2700$ кг/м³.

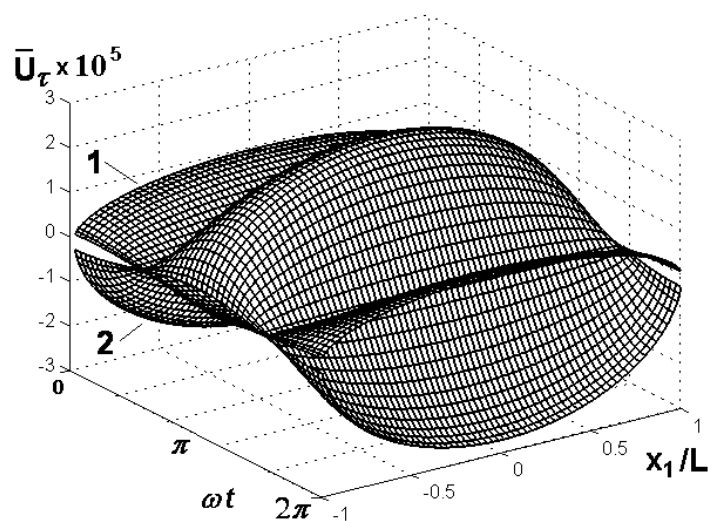
Навантаження на берегах тріщини було задано за законом плоскої гармонічної хвилі зсуву, спрямованої по нормалі до лінії зчеплення матеріалів. Частота гармонічного навантаження характеризувалася зведеним хвильовим числом $k_2L = \omega L/c_2$, де c_2 – швидкість поперечних хвиль в алюмінії. Зведене хвильове число в розрахунках становило $k_2L = 1,0$. Вважалося, що контакт протилежних берегів тріщини здійснюється з тертям, при цьому коефіцієнт тертя задавався рівним $k_\tau = 0,5$.

Досліджувалися напрямки і величини зсувів берегів міжматеріальної тріщини, протяжність зони контакту берегів і контактні сили, що виникають на берегах тріщини.

На рис. 1, 2 представлено результати розрахункових досліджень дотичних компонент переміщень ($\bar{U}_\tau = U_\tau/L$) берегів міжматеріальної тріщини і ділянок лінії зчеплення біматеріалу.

Рис. 1 ілюструє розподіл дотичних компонент переміщень протилежних берегів уздовж довжини тріщини протягом періоду навантаження при параметрі (1 – сталь, 2 – алюміній).

На рис. 2 представлено розподіл максимальних дотичних компонент переміщень ділянок лінії зчеплення біматеріалу в порівнянні з переміщеннями протилежних берегів уздовж довжини тріщини. Тут 1 і 2 – переміщення берегів тріщини, 3 – переміщення ділянок лінії зчеплення сталі та алюмінію.



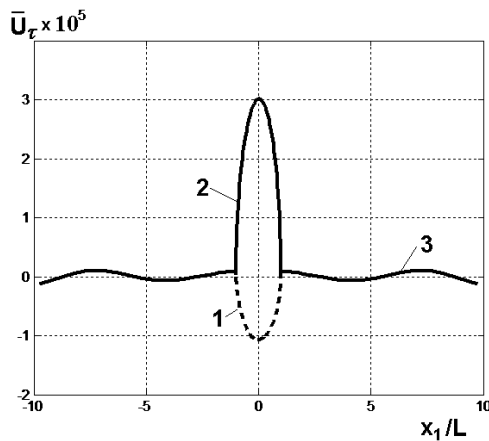
1 – сталь, 2 – алюміній

Рисунок 1 – Розподіл дотичних компонент переміщень протилежних берегів уздовж довжини тріщини протягом періоду навантаження при параметрі

Аналіз параметрів свідчить що максимальні дотичні компоненти переміщення лінії зчеплення матеріалів і берегів тріщини відрізняються на порядок.

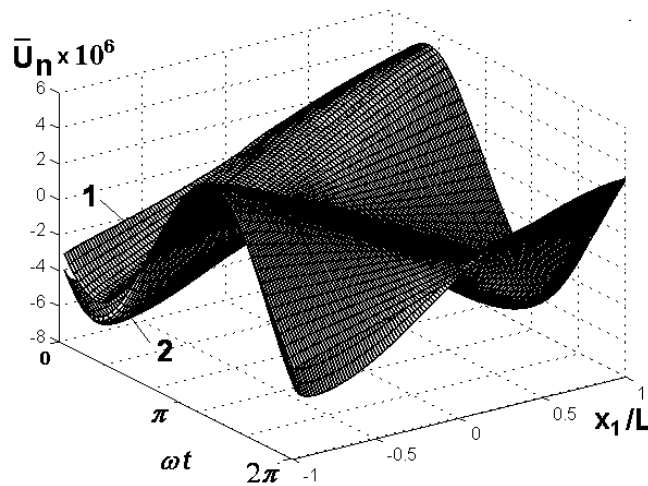
На рис. 3, 4 представлено результати розрахункових досліджень нормальних компонент переміщень ($\bar{U}_n = U_n/L$) берегів міжфазної тріщини і ділянок лінії зчеплення біматеріалу.

Рис. 3 ілюструє розподіл нормальних компонент переміщень протилежних берегів уздовж довжини тріщини протягом періоду навантаження (1 – сталь, 2 – алюміній).



1 і 2 – переміщення берегів тріщини, 3 – переміщення ділянок лінії зчеплення сталі та алюмінію.

Рисунок 2 – розподіл максимальних дотичних компонент переміщень ділянок лінії зчеплення біматеріалу в порівнянні з переміщеннями протилежних берегів уздовж довжини тріщини



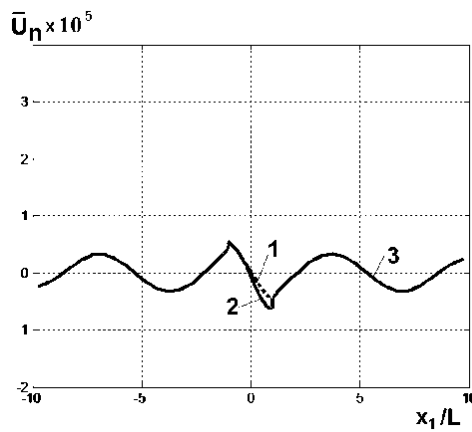
1 – сталь, 2 – алюміній

Рисунок 3 – Розподіл нормальних компонент переміщень протилежних берегів уздовж довжини тріщини протягом періоду навантаження

Встановлено, що протягом періоду навантаження змінюється положення на тріщині зони контакту і зони розкриття протилежних берегів. Рис. 3 наочно відображає цей факт:

- на початку і в кінці періоду навантаження ($\omega t = 0, \omega t = 2\pi$) зона розкриття знаходиться на лівій половині тріщини, а зона контакту – на правій;
- в середині періоду навантаження ($\omega t = \pi$) на лівій половині тріщини знаходиться зона контакту, а на правій знаходиться зона розкриття.

На рис. 4 представлено розподіл максимальних нормальних компонент переміщень ділянок лінії зчеплення біматеріалу у порівнянні з переміщеннями протилежних берегів уздовж довжини тріщини. Тут 1 і 2 – переміщення берегів тріщини, 3 - переміщення ділянок лінії зчеплення сталі та алюмінію.



1 і 2 – переміщення берегів тріщини, 3 - переміщення ділянок лінії зчеплення сталі та алюмінію

Рисунок 4 – Розподіл максимальних нормальних компонент переміщень ділянок лінії зчеплення біматеріалу у порівнянні з переміщеннями протилежних берегів уздовж довжини тріщини

Аналіз розподілів показує, що максимальні нормальні компоненти зміщення берегів тріщини і лінії зчеплення матеріалів мають близькі значення (на відміну від дотичних компонент на рис. 2).

Результати досліджень величини зони контакту і контактних сил на берегах міжматеріальної тріщини представлено на рис. 5, 6.

Рис. 5 ілюструє положення і протяжності зон контакту берегів і розподілу нормальних компонент контактних сил ($\bar{q}_n = q_n/\sigma_0$, σ_0 – амплітуда напруги хвилі зсуву) уздовж довжини тріщини протягом періоду навантаження.

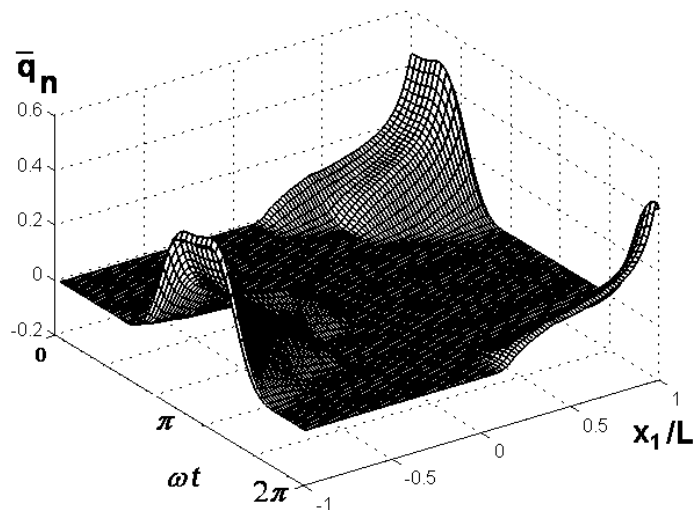


Рисунок 5 – Положення і протяжності зон контакту берегів і розподілу нормальних компонент контактних сил

Рис. 6 ілюструють положення і протяжності зон контакту берегів і розподілу дотичних компонент контактних сил ($\bar{q}_\tau = q_\tau/\sigma_0$, σ_0 – амплітуда напруги хвилі зсуву) уздовж довжини тріщини протягом періоду навантаження.

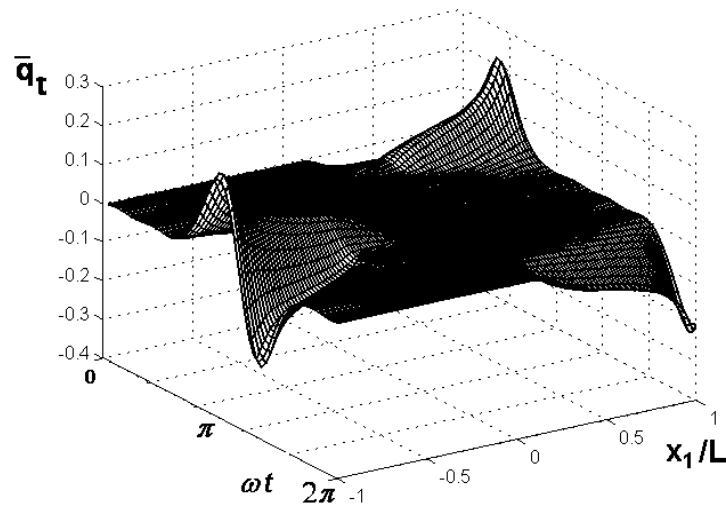


Рисунок 6 – положення і протяжності зон контакту берегів і розподілу дотичних компонент контактних сил

Аналіз представлених параметрів демонструє, що:

- довжина ділянки контакту берегів уздовж тріщини не є постійною величиною (як у статичному випадку), а змінюється протягом періоду навантаження;
- максимальне значення довжини ділянки контакту становить 44–45% довжини тріщини;
- максимальне значення нормальних і дотичних компонент контактних сил досягаються у вершинах тріщини та змінюють своє положення протягом періоду навантаження.

Висновок. Проведено розрахункові дослідження впливу гармонічного навантаження хвилею зсуву біматеріалу з міжматеріальною тріщиною на дотичні і нормальні компоненти зсувів берегів тріщини і лінії зчеплення матеріалів, на довжину ділянки контакту берегів, на величини нормальних і дотичних компонент контактних сил.

Для дотичних і нормальних компонент зсувів берегів тріщини показано, що максимальні дотичні компоненти переміщення лінії зчеплення матеріалів і берегів тріщини відрізняються на порядок, в той час як максимальні нормальні компоненти зміщення берегів тріщини і лінії зчеплення матеріалів мають близькі значення.

Для ділянки контакту протилежних берегів показано, що довжина ділянки контакту не є постійною величиною, а змінюється протягом періоду навантаження.

Для контактних сил на берегах тріщини показано, що максимальне значення нормальних і дотичних компонент контактних сил досягаються у вершинах тріщини та змінюють своє положення протягом періоду навантаження.

Список використаних джерел

1. Chai, H., Bao, Y. and Zhang, Z. Numerical solutions of hypersingular integral equations for interface circular crack under axisymmetric loadings. // Eng. Anal. Bound. Elem. – 2021. – **122**. – P. 35–42.

2. Menshykov O.V., Guz I.A., Menshykov V.A. Boundary integral equations in elastodynamics of interface cracks // Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. – 2008. – V. 366. – 1871. – P. 1835–1839.

3. Гузь А.Н., Зозуля В.В. Неклассические проблемы механики разрушения: в 4-х томах. Кн.2. Хрупкое разрушение материалов при динамических нагрузках. – К.: Наук. думка, 1993. – 236 с.