

УДК 621.396:681.34

Д.В. ФЕВРАЛЕВ, В.В. ЛУКИН, А.А. ЗЕЛЕНСКИЙ

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Украина

ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВОССТАНОВЛЕННОГО СПЕКТРА СИГНАЛА НЕИЗВЕСТНОЙ ФОРМЫ ПРИ БИСПЕКТРАЛЬНОЙ ОБРАБОТКЕ ДАННЫХ

Исследованы характеристики шумов, присутствующих в комплексном Фурье-спектре сигнала, восстановленного по отсчетам биспектра. Проведено численное моделирование для трех тестовых сигналов при различных входных отношениях сигнал/шум. Показано, что даже в условиях, когда на вход системы биспектрально-фильтровой обработки воздействует Гауссовый шум, после выполняемых преобразований шумы являются нестационарными и закон их распределения может быть негауссовым.

биспектральный анализ, статистические параметры шумов

Введение

Благодаря успехам в развитии средств вычислительной техники за последние десятилетия инженерам и ученым стали доступны новые математические методы и алгоритмы обработки сигналов, требующие больших вычислительных мощностей. Один из таких методов, биспектральная обработка данных, нашел эффективное применение в приложениях цифровой обработки сигналов [1], радиоастрономии [2], биомедицине [3], подводной акустике [4], системах распознавания образов и радиолокации [5, 6]. Отличительной особенностью биспектрального анализа от обычного спектрально-корреляционного является возможность восстановления фазового Фурье-спектра сигнала, инвариантность к случайному смещению и подавление аддитивного шума с симметричной функцией плотности вероятности.

В частности, в системах радиолокационной идентификации объектов по дальностным портретам [7 – 9] на качество решения задач влияние могут оказывать многие факторы, в том числе, помехи различного происхождения, случайный характер движения цели и т.п. [10]. В таких условиях использование традиционных методов накопления сигнала является не эффективным. В то же время, биспектральные методы позволяют легко производить на-

копление наблюдаемого сигнала со случайным сдвигом. При этом имеет место и существенное подавление помех благодаря квази-когерентному накоплению наблюдаемых реализаций в биспектральной области.

Однако, в случае малых входных отношений сигнал/шум, обеспечиваемая степень подавления помех может быть недостаточной для надежного определения параметров сигнала. Одним из путей повышения качества восстановления сигнала может служить комбинированная биспектрально-фильтровая обработка [11 – 13]. Это может быть как двумерная фильтрация самого биспектра [11], так и одномерная фильтрация либо реальной и мнимой частей комплексного Фурье-спектра [12], либо Фурье-модуля и Фурье-фазы, восстановленных по отсчетам биспектра [13].

Для того, чтобы наилучшим образом выбрать фильтр для обработки сигналов заданного вида необходимо иметь представление как о свойствах самих сигналов, так и о характеристиках помех, которые предполагается подавлять. В работах [11 – 13] анализ свойств помех не проводился, а лишь исследовалась эффективность применения весьма ограниченного круга фильтров, которые пригодны при решении разнообразных задач вторичной обработки данных, но при этом не гарантируют достижение

предельной или близкой к ней эффективности фильтрации.

Целью данной работы является анализ статистических свойств помех, поступающих вместе с полезным сигналом на вход фильтров при комбинированной биспектрально-фильтровой обработке данных после восстановления Фурье-спектра сигнала из комплексного биспектра. Это должно способствовать более обоснованному выбору методов фильтрации для рассматриваемого приложения.

1. Особенности комбинированной биспектрально-фильтровой обработки

В [11 – 13] используется следующая модель наблюдаемых реализаций сигнала. Исходный информационный детерминированный одномерный сигнал $s(i)$ представлен совокупностью отсчетов, число которых $i = 0, 1, 2, \dots, I - 1$ ограничено интервалом наблюдения в измерительной системе. При этом тройная корреляционная функция (ТАКФ) сигнала полагается отличной от нуля.

Предполагается, что на вход системы обработки поступает совокупность из M независимых реализаций сигнала, искаженного аддитивным шумом и случайным сдвигом. При этом каждая m -я ($m = 0, 1, 2, \dots, M$) реализация $x^{(m)}(i)$ содержит полезный сигнал неизвестной, но неизменной для всех реализаций формы $s(i)$, которую необходимо восстановить. Таким образом, m -я реализация $x^{(m)}(i)$ может быть представлена в виде

$$x^{(m)}(i) = s^{(m)}(i - \tau^{(m)}) + n^{(m)}(i), \quad (1)$$

где $n^{(m)}(i)$ – m -я реализация белого аддитивного стационарного гауссового шума с нулевым средним значением $\langle n(i) \rangle = 0$ и неизвестной дисперсией, равной $\sigma^{(m)2}$; $\tau^{(m)}$ – случайный целочисленный сдвиг исходного информационного сигнала $s(i)$. Помеха в (1) полагается некоррелированной с сигналом $s(i)$.

Напомним, что комбинированный биспектрально-фильтровой метод обработки сигнала [12, 13] предусматривает выполнение следующих этапов:

1) получение M выборочных оценок биспектра $\hat{B}^{(m)}(p, q)$ прямым методом [1] непосредственно из Фурье-спектра сигнала:

$$\hat{B}^{(m)}(p, q) = X^{(m)}(p)X^{(m)}(q)X^{(m)}(-p - q), \quad (2)$$

где $\dot{X}^{(m)}(\dots)$ – преобразование Фурье наблюдения (1); $p = 0, \dots, I - 1$ и $q = 0, \dots, I - 1$ – индексы частот в биспектральной области;

2) накопление оценок (2) и формирование усредненной оценки биспектра $\bar{B}(p, q)$;

3) восстановление оценок амплитудного $|\hat{S}_{bisp}(r)|$ и фазового $\hat{\phi}_{bisp}(r)$ ($r = 0, \dots, I - 1$) Фурье-спектров сигнала из оценки биспектра $\bar{B}(p, q) = |\bar{B}(p, q)|e^{j\hat{\phi}(p, q)}$ с использованием рекурсивных процедур [2]:

$$|\hat{S}_{bisp}(p + q)| = \frac{|\bar{B}(p, q)|}{|\hat{S}_{bisp}(p)||\hat{S}_{bisp}(q)|}; \quad (3)$$

$$\hat{\phi}_{bisp}(p + q) = \hat{\phi}_{bisp}(p) + \hat{\phi}_{bisp}(q) - \hat{\gamma}(p, q); \quad (4)$$

4) обработка (фильтрация) восстановленного Фурье-спектра сигнала тем или иным методом с получением $\hat{S}_{bisp}^{filt}(r)$;

5) восстановление формы полезного сигнала на основе процедуры:

$$\hat{s}(i) = Re\left(IFT\left\{\left|\hat{S}_{bisp}^{filt}(r)\right|e^{j\hat{\phi}_{bisp}(r)}\right\}\right), \quad (5)$$

где $IFT\{\dots\}$ означает процедуру обратного одномерного преобразования Фурье.

Отметим, что согласно результатам, представленным в [12], на этапе 4) целесообразно использовать фильтрацию реальной и мнимой частей комплексного спектра сигнала, восстановленного из биспектра на этапе 3).

Несмотря на то, что в соответствии с исходными предположениями полезный сигнал на входе системы биспектральной обработки подвергается воздействию аддитивного Гауссова шума, уже после получения оценок биспектра характеристики помех в биспектральной области становятся негауссовыми

[13, 14] и неаддитивными. Последующее восстановление амплитудного и фазового Фурье-спектров из биспектра также является нелинейной операцией, которая дополнительно изменяет статистические свойства помех. При этом получить аналитические выражения для описания их свойств весьма сложно. Поэтому ниже исследуем статистические свойства (характеристики) помех для реальной $Re\{\hat{S}_{Bisp}(r)\}$ и мнимой $Im\{\hat{S}_{Bisp}(r)\}$ частей комплексного Фурье-спектра, восстановленного по отсчетам биспектра.

2. Анализ результатов численного эксперимента

В качестве тестовых использовались три сигнала одного типа в виде двух близкорасположенных импульсов с амплитудами 2 и 6 (рис. 1, а, 2, а, 3, а). Расстояние между импульсами для всех тестовых сигналов было одним и тем же и составляло $\Delta t_{12} = 5$ отсчетов. Длительности импульсов Δt составляли 3, 7 и 11 отсчетов для соответственно первого, второго и третьего сигналов, при мощности 0,46, 1,06 и 1,60. Размерность сетки отсчетов I составила 256; $M = 200$.

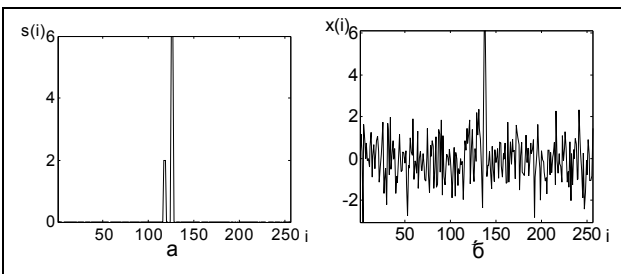


Рис. 1. Исходный тестовый сигнал $s(i)$ ($\Delta t = 3$) и одна из реализаций $x^m(i)$ при $\overline{SNR}_{inp} = 0,46$

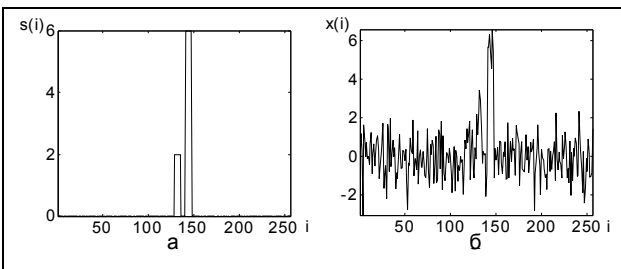


Рис. 2. Исходный тестовый сигнал $s(i)$ ($\Delta t = 7$) и одна из реализаций $x^m(i)$ при $\overline{SNR}_{inp} = 1,05$

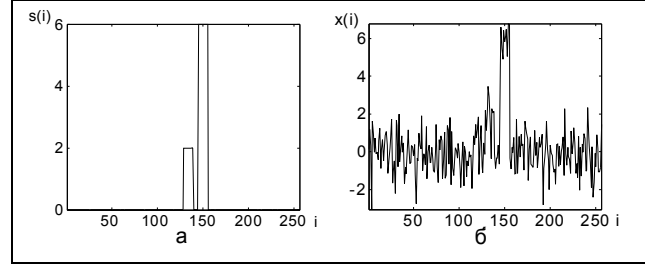


Рис. 3. Исходный тестовый сигнал $s(i)$ ($\Delta t = 11$) и одна из реализаций $x^m(i)$ при $\overline{SNR}_{inp} = 1,60$

На рис. 1, б, 2, б, 3, б представлены зашумленные реализации $x^m(i)$ для каждого из тестовых сигналов и указаны входные отношения сигнал-шум \overline{SNR}_{inp} , при которых они получены. Для каждого из зашумленных тестовых сигналов были рассчитаны несмещенная оценка дисперсии комплексного Фурье-спектра восстановленного по отсчетам биспектра:

$$\overline{\sigma}_{Re\,Ens}^{-2}(r) = \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K \left[Re\{\hat{S}_{Bisp}^k(r)\} - \overline{Re\{\hat{S}_{Bisp}(r)\}} \right]^2; \quad (6)$$

$$\overline{\sigma}_{Im\,Ens}^{-2}(r) = \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K \left[Im\{\hat{S}_{Bisp}^k(r)\} - \overline{Im\{\hat{S}_{Bisp}(r)\}} \right]^2, \quad (7)$$

где $\overline{Re\{\hat{S}_{bisp}(r)\}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K Re\{\hat{S}_{bisp}^k(r)\};$

$$\overline{Im\{\hat{S}_{bisp}(r)\}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K Im\{\hat{S}_{bisp}^k(r)\};$$

K – число экспериментов.

Также для K экспериментов по полученным $Re\{\hat{S}_{Bisp}^k(r)\}$ и $Im\{\hat{S}_{Bisp}^k(r)\}$ для каждой частоты (индекса r) были проведены исследования закона распределения помех на Гауссовость с помощью W -критерия Вилкоксона (далее W -тест) [14] (в нашем случае $K = 30$).

На рис. 4, а, б, а и 8, а представлены графики одной из реализаций $Re\{\hat{S}_{Bisp}(r)\}$ (сплошная линия) и $\overline{\sigma}_{Re\,Ens}^{-2}(r)$ (пунктирная линия). Соответственно, на рис. 5, а, 7, а и 9, а приведены графики одной из реализаций $Im\{\hat{S}_{Bisp}(r)\}$ (сплошная линия) и $\overline{\sigma}_{Im\,Ens}^{-2}(r)$ (пунктирная линия).

Также на всех рисунках 4, б – 9, б присутствует результат W-теста. Для отсчетов (частот), закон распределения которых является Гауссовым, значения $W(r)$ равны единице. Если же распределение признано негауссовым, то значения $W(r)$ равны 0.

Рисунки 4 – 5 соответствуют тестовому сигналу первого типа, 6 – 7 – второго, 8 – 9 – третьего типа.

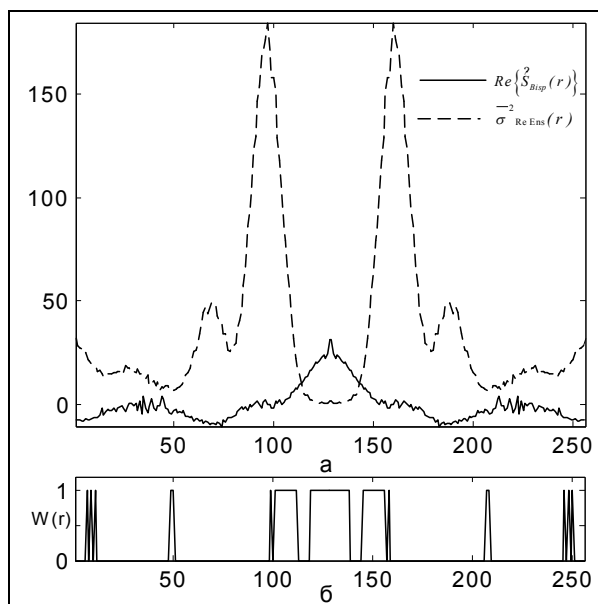


Рис. 4. $Re\{\hat{S}_{Bisp}(r)\}$, $\sigma^2_{Re\,Ens}(r)$ и W-тест при $\overline{SNR}_{inp} = 0,46$ (сигнал 1-го типа, $\Delta t = 3$)

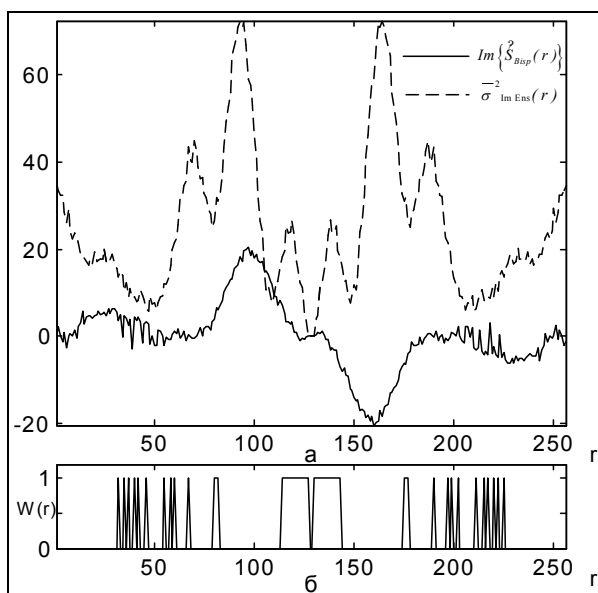


Рис.5. $Im\{\hat{S}_{Bisp}(r)\}$, $\sigma^2_{Im\,Ens}(r)$ и W-тест при $\overline{SNR}_{inp} = 0,46$ (сигнал 1-го типа, $\Delta t = 3$)

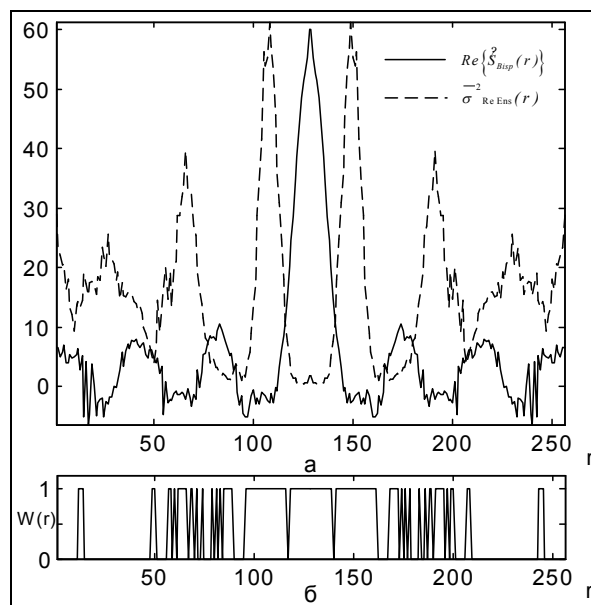


Рис. 6. $Re\{\hat{S}_{Bisp}(r)\}$, $\sigma^2_{Re\,Ens}(r)$ и W-тест при $\overline{SNR}_{inp} = 1,05$ (сигнал 2-го типа, $\Delta t = 7$)

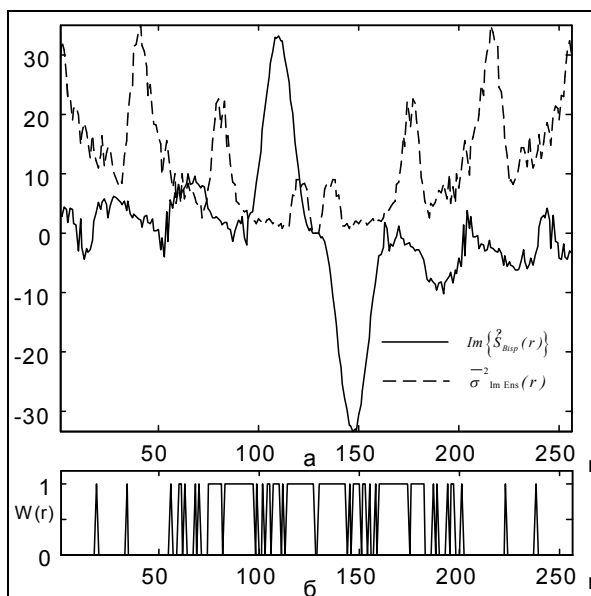


Рис. 7. $Im\{\hat{S}_{Bisp}(r)\}$, $\sigma^2_{Im\,Ens}(r)$ и W-тест при $\overline{SNR}_{inp} = 1,05$ (сигнал 2-го типа, $\Delta t = 7$)

Как можно заметить из анализа данных, приведенных на рис. 4 – 9, помеховая составляющая обладает свойством нестационарности (дисперсия существенно зависит от частоты). Кроме того, распределение является гауссовым не для всех частот, а преимущественно только в области низких частот (в

центральной части рис. 4, б – 9, б, отсчет с индексом $r = 129$ соответствует нулевой частоте). К тому же, как можно видеть по графикам W-теста (рис. 4 – 9, все б), число частот $N_W = \sum_{r=0}^I W(r)$ зависит как от типа сигнала, так и от значения сигнал/шум на входе системы обработки \overline{SNR}_{inp} .

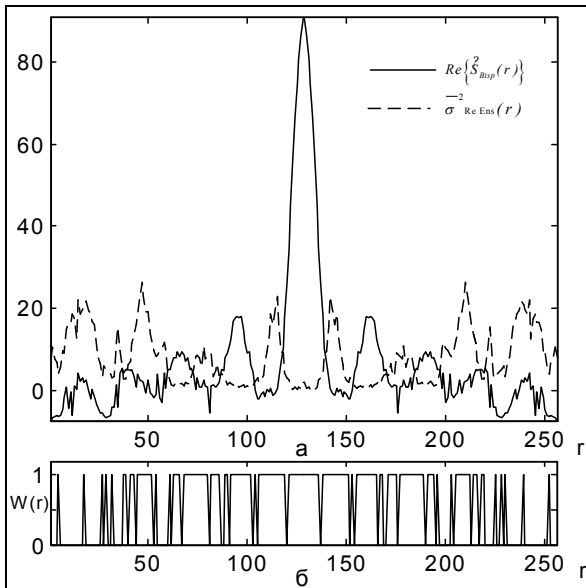


Рис. 8. $Re\{\hat{S}_{Bisp}^2(r)\}$, $\sigma^2_{Re\,Ens}(r)$ и W-тест при $\overline{SNR}_{inp} = 1,60$ (сигнал 3-го типа, $\Delta t = 11$)

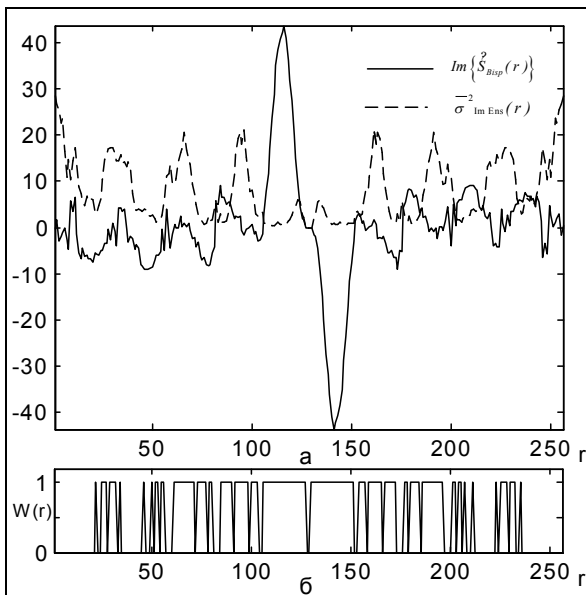


Рис. 9. $Im\{\hat{S}_{Bisp}^2(r)\}$, $\sigma^2_{Im\,Ens}(r)$ и W-тест при $\overline{SNR}_{inp} = 1,60$ (сигнал 3-го типа, $\Delta t = 11$)

В табл. 1 представлены значения N_W (с соответствующими нижними индексами) для обработанных реализаций $Re\{\hat{S}_{Bisp}^k(r)\}$ и $Im\{\hat{S}_{Bisp}^k(r)\}$ ($k=1\dots K$) при различных \overline{SNR}_{inp} для трех тестовых сигналов.

Таблица 1
Зависимость N_W от типа сигнала и \overline{SNR}_{inp}

Тип сигнала	Сигнал 1-го типа ($\Delta t = 3$)				
\overline{SNR}_{inp}	2,30	1,53	0,92	0,46	0,23
$N_W(Re\{\hat{S}_{Bisp}(r)\})$	96	102	84	56	44
$N_W(Im\{\hat{S}_{Bisp}(r)\})$	56	58	48	54	36
Тип сигнала	Сигнал 2-го типа ($\Delta t = 7$)				
\overline{SNR}_{inp}	3,50	2,10	1,05	0,53	0,35
$N_W(Re\{\hat{S}_{Bisp}(r)\})$	180	130	114	78	74
$N_W(Im\{\hat{S}_{Bisp}(r)\})$	172	134	106	92	82
Тип сигнала	Сигнал 3-го типа ($\Delta t = 11$)				
\overline{SNR}_{inp}	3,20	1,60	0,80	0,53	0,32
$N_W(Re\{\hat{S}_{Bisp}(r)\})$	190	156	120	126	96
$N_W(Im\{\hat{S}_{Bisp}(r)\})$	180	144	116	104	80

Анализируя данные, приведенные в табл. 1, можно сделать вывод, что при уменьшении \overline{SNR}_{inp} в целом имеет место тенденция к уменьшению N_W , т.е. свойства помеховой составляющей становятся все в большей степени негауссовыми. Отметим, что аналогичная тенденция к изменению статистических характеристик помех (все большему отклонению закона их распределения от гауссова при уменьшении \overline{SNR}_{inp}) наблюдается и для самих оценок реальной и мнимой частей биспектра, в результате обработки которого собственно и восстанавливается комплексный спектр сигнала [15].

Выводы

Таким образом, можно констатировать, что в общем случае в процессах (реальной и мнимой составляющих восстановленного спектра сигнала),

которые при использовании комбинированных биспектрально-фильтровых методов восстановления формы сигнала подвергаются вторичной обработке, присутствует нестационарный и, с большой вероятностью, негауссов шум. Этот вывод позволяет при проведении дальнейших исследований сузить круг методов, которые применимы для фильтрации рассматриваемых процессов.

Литература

1. Nikias C. L., Radhuveer M.R. Bispectral estimation: A digital signal processing framework // Proc. IEEE. – 1987. – 75, No 7. – P. 869 – 891.
2. Bartelt H., Lohmann A.W., Wirtzner B. Phase and amplitude recovery from bispectra // Applied Optics. – September, 1984. – 23. – P. 3121 – 2129.
3. Nakamura M. Waveform estimation from noisy signal with variable signal delay using bispectrum averaging // IEEE Trans. On Biomedical Engineering. – 1993. – 40, No 2. – P. 118 – 127.
4. Trucco A. Detection of objects buried in the seafloor by a pattern-recognition approach // IEEE Journal of Oceanic Engineering. – 2001. – 26, No 4. – P. 769 – 782.
5. Jouny I., Garber F.D., Moses R.I. Radar target identification using the bispectrum: a comparative study // IEEE Trans. On Aerospace and Electronic Systems. – 1995. – 31, No 1. – P. 69 – 77.
6. Zhang X. D., Yu Shi, Zheng Bao. A new feature vector using selected bispectra for signal classification with application in radar target recognition // IEEE Trans. On Signal Processing. – 2001. – 49. – P. 1875 – 1885.
7. Barton D.K. Modern radar system analysis. – Artech House, USA, 1998. – 590 p.
8. Радиоэлектронные системы: основы построения и теория: Справочник / Я.Д. Ширман, Ю.И. Лосев, Н.Н. Минервин и др.; под ред. Я.Д. Ширмана. – М.: ЗАО “МАКВИС”, 1998. – 828 с.
9. Skolnik M.I. Introduction to radar systems. Second Edition. – McGraw-Hill, 1980. – 581 p.
10. Radar range-polarization Profile Estimation using bispectrum based reconstruction of naval object shape / A.V. Totsky, A.V. Popov, I.V. Kurbatov, V.V. Lukin, J.T. Astola, K.O. Egiazarian // Zarubezhnaya radioelektronika, Moscow (Russia). – 2004. – No 7. – P. 40 – 50.
11. Combined bispectrum-filtering techniques for radar output signal reconstruction in ATR applications / A.V. Totsky, V.V. Lukin, I.V. Kurbatov, J.T. Astola, K.O. Egiazarian // Proc. International Conf. “Automatic Target Recognition”. XIII. – Orlando (USA). – April, 2003. – Vol. 5094. – P. 301 – 312.
12. Февралев Д.В., Лукин В.В., Тоцкий А.В. Применение одномерной фильтрации реальной и мнимой составляющих спектра сигнала неизвестной формы при биспектральной обработке данных // Радиоэлектронные и компьютерные системы. – 2004. – № 3. – С. 19 – 28.
13. Восстановление сигналов по оценкам биспектров в присутствии гауссовых и негауссовых помех / А.В. Тоцкий, Я.Т. Астола, К.О. Егизарян, А.А. Зеленский, В.В. Лукин // Зарубежная радиоэлектроника. – 2002. – №11. – С. 44 – 58.
14. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 540 с.
15. Combined Bispectrum-Median Reconstruction of 1-D Signal Waveform / A.V. Totsky, A.A. Roenko, V.V. Lukin, A.A. Zelensky, J.T. Astola, K.O. Egiazarian // Proceedings of the 2004 International TICSP Workshop on Spectral Methods and Multirate Signal Processing, SMMSP2004. – Vienna (Austria). – Sept., 2004. – P. 87 – 93.

Поступила в редакцию 8.11.2004

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.К. Волосюк, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Харьков