УДК 681.322.06

О.Е. ФЕДОРОВИЧ, А.С. ГУБКА

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ЦИКЛИЧЕСКИХ РАСПИСАНИЙ РАБОТЫ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ ЛИНИЙ С ПОМОЩЬЮ ОПЕРАЦИЙ НАД КОМПОНЕНТАМИ ПРОИЗВОДСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ ГРАФОВ

Предложен метод построения циклического расписания с помощью операций над компонентами производственно-временных графов. Также предложен подход для получения реализуемого расписания с помощью специальных проверок.

метод, циклическое расписание, производственно-временной граф, операции над графами

Введение

Современный уровень развития производства характеризуется широким внедрением автоматизированных систем управления, что требует разработки методов управления автоматизированными комплексами различного уровня сложности. В состав автоматизированных комплексов входят автоматизированные линии различного назначения. Наиболее перспективными с точки зрения гибкости и производительности являются перенастраиваемые линии, работающие на принципах циклограмного и оперативного управления. Для каждого вида систем управления существует область преимущественного использования, где они обеспечивают наибольшую отдачу. Однако достижение требуемой производительности линий возможно только при применении методов и алгоритмов оптимального управления. Поскольку для управления автоматизированными линиями создаются расписания их работы, то данная задача относится к числу задач теории расписания [1, 2].

Анализ известных решений. Проведенный анализ известных постановок и методов решения задачи планирования работы и оценки эффективности функционирования автоматизированных комплексов позволил выявить ряд ограничений и недостатков [3]. Это объективно требует разработки моделей, методов и алгоритмов планирования и управления работой таких объектов. Одним из путей решения этой проблемы является использование графовых моделей [4]. В работе рассматриваются разработанные модели, методы и алгоритмы построения расписаний работы автоматизированного оборудования.

Метод решения

При построении расписания, соответствующего производственно-временному графу Q [5], состоящему из μ подграфов, возникает задача распределения реберных компонент между подграфами. Рациональная декомпозиция графа на подграфы по критерию равномерного распределения реберных компонент между подграфами позволяет добиться лучшей реализуемости расписания.

Процесс распределения реберных компонент реализуется одновременно с построением производственно-временного графа по формуле промежуточного расписания [5].

На первом этапе определяется суммарная длительность L_Σ реберных компонент множества E^p исходных элементарных графов. Длительность реберных компонент L^j в j-м элементарном графе равна

$$L^j = \sum_{i=1}^{u_j} L_i^j \ ,$$

где u_j – количество реберных компонент в j-м графе;

L_i^j – длительность i-й реберной компоненты в j-м графе.

Для реализации реберных компонент всех m исходных элементарных графов, объединяемых в циклическое расписание, требуется время, равное суммарной длительности реберных компонент, т.е.

$$L_\Sigma = \sum_{j=1}^{m} L^j = \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{u_j} L_i^j \ .$$

На втором этапе определяем среднюю длительность реберных компонент каждого подграфа

$$\bar{t} = \frac{L_\Sigma}{\mu} \ ,$$

где μ – количество подграфов, соответствующее количеству транспортных роботов.

На следующем этапе находим граничные вершины в производственно-временном графе, которые разбивают множество вершин графа на μ подмножеств. Длительность реберных компонент каждого подграфа, выделяемого граничными вершинами, должна быть близка к $\bar{t}$ по условию равномерного распределения реберных компонент между подграфами.

Пусть требуется определить граничную вершину между r-м и $(r + 1)$-м подграфами ($r = \overline{1, \mu - 1}$). Предложим следующую процедуру поиска. Рассмотрим две любые соседние вершины производственно-временного графа, например, вершины i и $i + 1$. Выделим среди всех реберных компонент элементарных графов такие, которые включает в себя указанные вершины. Отдельные компоненты формируются на базе отдельных фаз движения транспортного робота. На участке между i-й и $(i + 1)$-й вершинами может реализоваться или полная компонента, или одна из ее фаз (начальная, средняя, конечная). В первом случае длительность реберной компоненты находится из матрицы длительностей реберных компонент. Во втором случае на основе формулы для длительностей реберных компонент определяется длительность той фазы каждой из компонент, которая лежит на указанном участке. Последовательно прибавляя длительность каждой компоненты участка к длительности t_r ранее назначенных подграфу Q_r компонент, проверяем на каждом шаге выполнения условия $t_r \le \bar{t}$.

Если значение t_r при учете очередной компоненты участка превысит $\bar{t}$, то граничной выбирается вершина $i + 1$. В противном случае аналогично рассматриваются участки между вершинами $i + 1$ и $i + 2$, $i + 2$ и $i + 3$ и так далее, пока t_r не превысит $\bar{t}$.

Выполняя указанную процедуру (μ – 1) раз, получим граничные вершины k_r, $r = \overline{1, \mu - 1}$ для всех μ подграфов [5].

Таким образом, произведено разбиение множества вершин $V = \{v_i\}$, $i = \overline{1, p}$ производственно-временного графа Q на μ подмножеств таких, что

$$\sum_{s=1}^{k_1} \sum_{j=1}^{m} L_s^j \approx \sum_{s=k_1+1}^{k_2} \sum_{j+1}^{m} L_s^j \approx \ldots \approx \sum_{s=k_{\mu-1}+1}^{p} \sum_{j=1}^{m} L_s^j \approx \bar{t} \ .$$

На заключительном этапе решается вопрос об окончательном распределении реберных компонент между подграфами. Реберные компоненты, лежащие между граничными вершинами k_{r-1} и k_r, назначаются подграфу Q_r. Рассмотрим ситуацию, когда реберная компонента начинается в вершине, принадлежащей r-му подграфу, а заканчивается в вершине, принадлежащей $(r + 1)$-му подграфу. В этом случае требуется решить вопрос о назначении компоненты одному из подграфов.

Предложим простое и эффективное правило принятия решения о назначении реберных компонент в указанном случае. Пусть реберная компонента $E^{s_1 s_2}$ начинается в вершине s_1 и заканчивается в вершине s_2, причем $s_1 < k_r < s_2$.

Тогда

$E^{s_1 s_2} \in E_r$, если $|s_1 - k_r| > |s_2 - k_r|$;

и $E^{s_1 s_2} \in E_{r+1}$, если $|s_1 - k_r| \le |s_2 - k_r|$,

где E_r – множество компонент подграфа Q_r.

Таким образом, предложенный способ позволяет распределить реберные компоненты между подграфами производственно-временного графа с учетом равной суммарной длительности компонент в каждом подграфе.

Метод построения расписания на уровне операций над компонентами производственно-временных графов предполагает последовательное построение промежуточных расписаний, что выражается следующей формулой

$$Q_g = (Q_{g-1} \cup_G E_l^j) \cup_G (Q_{g-l} \cap_G E_l^j), \qquad (1)$$

где Q_g – промежуточное расписание на g-м шаге построения, $g = 1, 2, ...$;

E_l^j – l-я пара компонент (вершинная и реберная) j-го элементарного графа G_j ($l = \overline{1, u_j/2}$);

u_j – количество компонент графа G_j, $j = \overline{1, m}$,

m – количество элементарных графов, объединяемых в расписание.

Формула (1), отражающая предложенный подход к построению расписаний, должна быть конкретизирована для случая построения циклических расписаний с учетом специфики выполнения введенных операций и состава проверок.

По определению [5], операция пересечения $\cap_G$ имеет смысл только для реберных компонент, принадлежащих множеству E^p. Тогда этап построения промежуточного расписания на g-м шаге может быть записан в следующем виде:

$$Q_g = (Q_{g-1} \cup_G E_{l1}^j) \cup_G ((Q_{g-1} \cup_G E_{l2}^j) \cup_G$$
$$\cup_G (Q_{g-1} \cap_G E_{l2}^j)), \qquad (2)$$

где E_{l1}^j – вершинная компонента графа G_j;

E_{l2}^j – реберная компонента графа G_j.

Формула (2) учитывает последовательное достроение вершинных и реберных компонент элементарного графа G_j, $j = \overline{1, m}$ к уже построенному промежуточному расписанию Q_{g-1}.

Расписанием является такое промежуточное расписание [6], которое удовлетворяет множеству проверок $\pi = \{\pi_1, \pi_2 ... \pi_s\}$. Указанный состав проверок позволяет полностью проверить реализуемость циклического промежуточного расписания. Невыполнение условий любой из проверок вызывает необходимость перехода на этап преобразования элементарных графов, причем тождественные преобразования выполняются за счет изменения длительности компонент всегда, кроме случая невыполнения условий проверки π_4. При пересечении вершинной компоненты E_l^j (T_1,T_2) графа G_j со срезом окончания цикла $C(T)$ (невыполнение условий проверки π_4), эту компоненту можно представить в виде объединения двух компонент $E_l^j (T_1,T_2) = E_{l1}^j (T_1,T) \cup E_2^j (T,T_2)$. Тогда, выполняя сдвиг компоненты ($E_2^j (T,T_2)$, на величину $- T$), получаем компоненту $E_2^j (0,T_2-T)$, которая по длительности равна длительности компоненты $E_2^j (T,T_2)$. Из свойства 2 – тождественности графов [5] следует, что полученный элементарный граф тождественен исходному элементарному графу G_j.

Последовательность построения циклического расписания на уровне операций над компонентами, с учетом конкретного состава проверок $\pi_1, ..., \pi_6$, может быть записана в формульном виде для k-го этапа следующим образом:

$$Q_k = \left(Q_{k-1} \cup_G E_{2i-1}^j |_{\pi_4}\right)|_{\pi_1} \cup_G$$
$$\cup_G \left(\left(Q_{k-1} \cup_G E_{2i}^j\right) \cup_G \left(Q_{k-1} \cap_G E_{2i}^j\right)\right)|_{\pi_2,\pi_3,\pi_5,\pi_6} .$$

Также разработан алгоритм построения циклических расписаний, реализующий разработанный метод, записанный в терминах производственно-временных графов.

Рассмотренный в [6] способ реализации процесса построения расписания на уровне операций над компонентами предполагает перестроение компонент строящегося элементарного графа G_j при невыполнении условий, которым должно удовлетворить реализуемое расписание. Условия реализуемости задаются множеством проверок $\pi = \{\pi_i\}$, где π_i – элементарная проверка. Как было указано, невыполнение условий проверки, кроме π_4, вызывает необходимость частичного перестроения расписания за счет изменения длительности вершинных компонент графа G_j в пределах заданных допусков. Если резервы по длительности всех компонент строящегося графа исчерпаны, то необходимо увеличить длительность цикла расписания и перестроить расписание.

Способ предусматривает три фазы преобразования расписания. Первые две фазы связаны с тождественными преобразованиями вершинных и реберных компонент элементарных графов, объединяемых в производственно-временной граф. Изменение длительности компонент в пассивных вершинах V^n выделено в отдельную фазу в связи с тем, что существует допуск на длительность компонент в активных вершинах V^A. Это дает возможность, в ряде случаев, построить реализуемое расписание без изменения длительности компонент в активных вершинах.

Если же резерв на длительность компонент в пассивных вершинах исчерпан, то осуществляется фаза преобразования элементарных графов за счет изменения длительности компонент в активных вершинах.

Рассмотрим способ выполнения тождественных преобразований компонент элементарных графов. Пусть E_{ji} – строящаяся i-я реберная компонента элементарного графа G_j, которая не удовлетворяет условию некоторой проверки $\pi_i \in \pi$. Величина сдвига, вычисленная по способу проверки реберных компонент, равна Δt. Тогда первоначально пытаемся устранить конфликт за счет имеющихся резервов на длительность компонент E_{jk} графа G_j в вершинах $v_{jk} \in V_j^n$, $k \in [1, i-1]$. Обозначим операцию сдвига правой границы компоненты E на величину t через $F(E,t)$, а операцию сдвига компоненты E на величину Z через $Z(E,t)$. Тогда если резерв ближайшей предшествующей пассивной компоненты E_{jk_1} не меньше Δt, то тождественное преобразование $E_{jk_1} = F(E_{jk_1}, \Delta t)$ устраняет возникший конфликт.

Иначе тождественное преобразование

$$E_{jk_1} = F(E_{jk_1}, L_{jk_1}^{\max} - L_{jk_1})$$

позволяет уменьшить величину сдвига. Оставшаяся часть величины $d = \Delta t(L_{jk}^{\max} - L_{jk})$ сравнивается с резервом предшествующей пассивной компоненты и так до тех пор, пока не будет устранен конфликт.

Если $\sum\limits_{v_{jk} \in V_j^{\Pi}} \left(L_{jk}^{max} - L_{jk} \right) < \Delta t$, то для устранения конфликта тождественные преобразования аналогично выполняются и над компонентами E_{jk} графа G_j в вершинах $v_{jk} \in V_j^A$.

Если

$$\sum_{\upsilon_{JK} \in V_j^r \cup V_j^A} \left(L_{jk}^{\max} - L_{jk} \right) \geq \Delta t,$$

то устранение конфликта обеспечивают преобразования $E_{jk} = F\left(E_{jk}, \xi\right)$, где

$$\xi = \begin{cases} L_{jk}^{\max} - L_{jk,} \text{ если } d > 0; \\ \Delta t, \text{ если } d \leq 0. \end{cases}$$

В противном случае переходим к фазе преобразования расписания за счет изменения длительности цикла.

Фаза преобразования расписания за счет изменения длительности цикла является завершающей и служит для обеспечения построения реализуемого расписания при условии реализуемости каждого элементарного графа. Последнее означает, что элементарные графы, объединенные в расписание, должны быть реализуемы на заданном множестве V и при заданном распределении вершин между подграфами $G_i \subset G$. Например, если две последовательные вершинные компоненты E^1_{ji} и $E^n_{j,j+2}$ элементарного графа G_j принадлежат вершинам υ_1 и υ_n, то уже при количестве подграфов, равном двум, реберная компонента $E^{1n}_{j,j+1}$ не может быть распределена между подграфами, так как нарушается условие реализуемости реберных компонент смежных подграфов. В дальнейшем будем подразумевать, что условие независимой реализуемости элементарных графов соблюдается, если противное специально не оговорено.

Способ выбора длительности цикла расписания обеспечивает нахождение длительности цикла из условия максимальной нагрузки "узкого места". В процессе построения может оказаться, что циклическое расписание нереализуемо за счет неполной информации о распределении реберных компонент множества E^x. Нереализуемость понимается в том смысле, что за счет тождественных преобразований исходных элементарных графов не удается устранить накладки между компонентами. Тогда увеличение длительности цикла позволяет компенсировать погрешность первоначальной оценки и добиться реализуемости расписания.

Выводы

Процесс преобразования расписания за счет изменения длительности цикла является конечным и, при сделанном замечании относительно исходных элементарных графов, обеспечивает построение реализуемого расписания.

Действительно, в предельном случае длительность цикла может быть такой, что расписание будет предусматривать последовательное включение в него исходных элементарных графов. Такое расписание является простейшим и всегда реализуемо, что доказывает конечность процесса преобразования и его результативность. Расписания, построенные с помощью предложенных методов, могут применяться в различных областях народного хозяйства Украины, в том числе и в аэрокосмической, приборостроительной и машиностроительной.

Литература

1. Конвей Р., Максвелл В., Миллер Л. Теория расписаний. – М.: Наука, 1975. – 260 с.
2. Танаев В.С., Шкурба В.В. Введение в теорию расписаний. – М.: Наука, 1975. – 256 с.
3. Федорович О.Е., Губка А.С. Моделирование автоматизированной агрегатной линии // Авиационно-космическая техника и технология. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т "Харк. авиац. ин-т". – 2003. – Вып. 43. – С. 132-136.
4. Харрари Ф. Теория графов. – М.: Мир, 1973. – 360 с.
5. Губка А.С. Модель построения расписаний работы производственных объектов // Авиационно-космическая техника и технология – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «Харк. авиац. ин-т». – 2002. – Вип. 27. – С. 212-217.
6. Федорович О.Е., Губка А.С. Оперативное управление приборостроительным производством на базе постреляционной технологии // Авиационно-космическая техника и технология. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «Харк. авиац. ин-т». – 2003. – Вып. 37/2. – С. 134-138.

Поступила 31.01.2006

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Э.Г. Петров, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.