

УДК 681.321

**В.М. ИЛЮШКО¹, МОХАММЕД ДЖАСИМ МОХАММЕД¹, В.А. КРАСНОБАЕВ²,
Н.Н. ГОРА³**¹*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина*²*Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства, Украина*³*Приборостроительный завод им. Т.Г. Шевченко, Украина*

РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО РЕЗЕРВИРОВАНИЯ В МОДУЛЯРНОЙ АРИФМЕТИКЕ

Сформулирована и решена задача оптимального резервирования в модулярной арифметике (МА). Решение задачи оптимального резервирования представлено в виде вектора состояния резервированной системы обработки информации (СОИ) в МА, координаты которого соответствуют общему количеству трактов обработки информации в канале обработки информации по определенному модулю системы остаточных классов. Исходя из значений компонент векторов состояния для l -байтовых ($l = 1, 2, 3, 4, 8$) операндов получены математические структуры надежности СОИ в МА, а также отказоустойчивые структуры систем обработки информации реального времени в МА.

система обработки информации, модулярная арифметика, система счисления в остаточных классах, оптимальное резервирование, беспилотный летательный аппарат, резервированная структура

Введение

Постановка задачи. В настоящее время ведутся интенсивные поиски путей повышения эффективности обработки цифровой информации в реальном времени. Это обусловлено повышенными требованиями к системам обработки информации (СОИ) реального времени, и, в первую очередь, к таким характеристикам СОИ, как пользовательская производительность обработки информации и надежность (отказоустойчивость) функционирования. Результаты последних исследований, посвященные улучшению вышеперечисленных характеристик, показали, что одним из практически действенных путей является метод, основанный на использовании непозиционных кодовых структур в модулярной арифметике (МА) и, в частности, кодов в системе остаточных классов (СОК).

Если задача повышения производительности обработки информации на основе МА практически исследована и решена, то задачи повышения надежности, отказоустойчивости и живучести требуют отдельных дополнительных исследований.

Актуальность темы исследований и обзор литературных источников. Исходя из вышеизложенного, очевидна важность и актуальность исследований, посвященных поискам путей повышения отказоустойчивости функционирования СОИ реального времени (например, СОИ беспилотных летательных аппаратов (БПЛА)) на основе использования МА.

Так, в [1, 2] показано, что применения кодов в СОК позволяет существенно, по сравнению с широко используемым в позиционных системах счисления (ПСС) двоичными кодами, улучшить характеристики СОИ по производительности обработки информации в реальном времени. Исследования, результаты которых приведены в [3 – 5], показали, что использование СОК может существенно повысить отказоустойчивость, надежность и живучесть систем и средств обработки цифровой информации. Это обусловлено структурой исходной (нерезервированной) СОИ в модулярной арифметике, представленной на рис. 1.

В [6 – 9] определен класс (тип) задач цифровой обработки сигналов, где наиболее эффективно ис-

пользовать коды в МА. Это относится, в первую очередь, к классу задач модульной обработки цифровой информации, представленной в целочисленном виде.

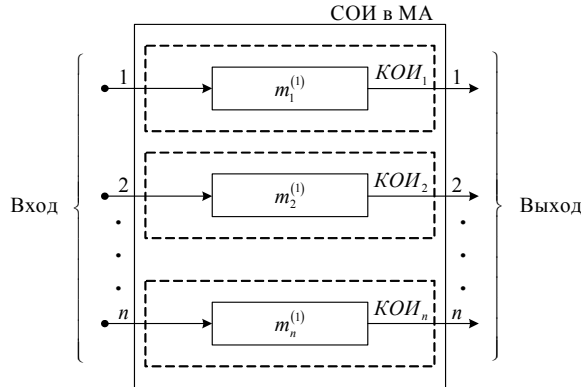


Рис. 1. Исходная структура резервированной СОИ в МА

Для получения окончательного ответа на вопрос об эффективности применения МА для повышения отказоустойчивости, лежащей в основе обеспечения надежности СОИ, необходимо четко сформулировать и решить задачу оптимального резервирования в МА, и также провести расчет и сравнительный анализ надежности СОИ в СОК и СОИ в ПСС. Результаты решения задач оптимального резервирования в МА могут ответить на два научно-практических вопроса:

- как обеспечить необходимый (заданный) уровень надежности $H_{СОИ}(t)$ СОИ при минимальной стоимости затрат (массогабаритных, энергетических и пр.) (прямая задача оптимального резервирования в теории надежности);
- каким образом обеспечить максимальное значение $H_{СОИ}(t)$ при заданных затратах (обратная задача оптимального резервирования).

В [10] в общем виде была математически сформулирована обратная задача оптимального резервирования в МА в следующем виде:

$$\begin{cases} H_{СОК}^{(l)}(t)[t = const] \rightarrow \max; \\ V_{СОК}^{(l)} \leq V_{зад}^{(l)}, \end{cases} \quad (1)$$

где $H_{СОК}^{(l)}(t)$ – надежность l -байтовой СОИ в МА;

$V_{СОК}^{(l)}$ – количество оборудования (стоимость затрат) СОИ в МА; $V_{зад}^{(l)}$ – заданное предельно возможное количество оборудования.

Известно [11], что для СОИ реального времени (например, для СОИ БПЛА) важно, в первую очередь, такое свойство надежности, как безотказность. В качестве показателя для количественной оценки безотказности СОИ целесообразно использовать вероятность безотказной работы $P(t)$. Кроме этого, в качестве значения $V_{зад}^{(l)}$ будем считать относительное количество оборудования позиционной троированной мажоритарной структуры (которая широко используется для повышения безотказности СОИ БПЛА в ПСС) l -байтовой СОИ, приведенное к единице разрядной сетки, т.е. $V_{зад}^{(l)} = 3 \cdot 8 \cdot l = 24 \cdot l$ (усл. един.). В качестве объема оборудования резервированной СОИ в МА будем считать относительное количество оборудования резервированной СОИ в СОК, которое определяется выражением $V_{СОК}^{(l)} = \sum_{i=1}^n x_i \cdot \alpha_i$, где $\alpha_i = [\log_2(m_i - 1)] + 1$; x_i – количество однотипных трактов информации (ТОИ) в канале обработки информации (КОИ) по модулю m_i СОК, из которых состоит резервирование СОИ в МА (рис. 2).

С учетом вышеизложенного, а также с учетом результатов постановки задачи оптимального резервирования, сделанного в [10], сформулируем (в формализованном виде) соответственно прямую (2) и обратную (3) задачи оптимального резервирования в МА следующим образом:

$$\begin{cases} V_{СОК}^{(l)} \rightarrow \min; \\ P_{СОК}^{(l)}(t) \geq P_{зад}^{(l)}(t)[t = const], \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} P_{СОК}^{(l)}(t)[t = const] \rightarrow \max; \\ V_{СОК}^{(l)} \leq 24l. \end{cases} \quad (3)$$

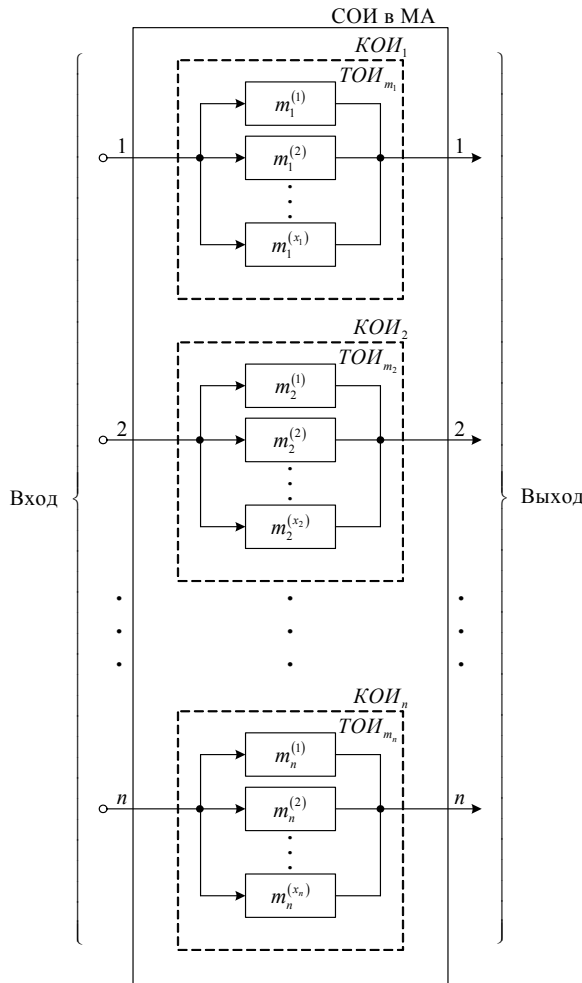


Рис. 2. Резервированная структура СОИ в МА

Основная часть

Надежностная модель СОИ в МА (рис. 2) представлена на рис. 3, где VR_i – участок резервирования, соответствующий KOI_{m_i} по модулю m_i СОК. В результате решения задачи оптимального резервирования в МА необходимо получить численные значения x_i координат вектора

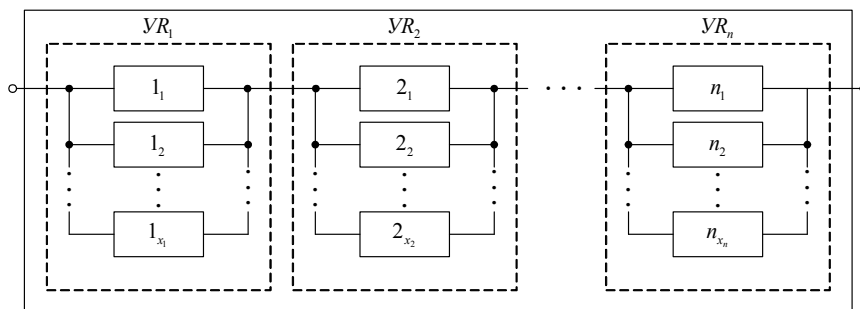


Рис. 3. Надежностная схема СОИ в МА

$$X_{СОК}^{(l)} = \{x_1 \| x_2 \| \dots \| x_i \| \dots \| x_n\}$$

состояния резервированной СОИ в МА, где x_i – общее количество TOI_i в KOI_{m_i} по модулю m_i СОК; $\|$ – операция конкатенации (склеивания); n – количество оснований в СОК.

В соответствии с основными этапами решения задачи оптимизации, изложенными в [6], рассмотрим конкретный практический пример для $l = 1$. В этом случае (табл. 11) набор оснований СОК определится следующей совокупностью модулей $m_1 = 3, m_2 = 4, m_3 = 5$ и $m_4 = 7$ (соответственно $\alpha_1 = \alpha_2 = 2$ и $\alpha_3 = \alpha_4 = 3$); $V_{зад}^{(l)} = 24$; $P_{зад}(t_{зад} = 1 \text{ час}) = 0,9999$ (см. [6]); вероятность безотказной работы одного TOI_{m_i} KOI_i СОИ за время $t_{зад} = 1$ час равняется $P_i(t) = e^{-\lambda_i t} = e^{-\alpha_i \lambda_{\ominus} t}$, где λ_{\ominus} – интенсивность отказов (сбоев) оборудования СОИ, отнесенного к единице разрядной сетки.

При этом при решении задач оптимального резервирования будем использовать рекомендуемый в [6] метод покоординатно наискорейшего спуска. Решение задачи оптимального резервирования методом покоординатно наискорейшего спуска основывается на отыскании экстремума некоторой функции путем последовательных шагов из начальной (исходной) точки решения по направлению градиента или в ряде случаев по одному из направлений, имеющих максимальное значение частной производной.

Сам процесс синтеза оптимального резервирования СОИ в МА можно представить в виде итерационного процесса. В начале процесса решения задачи анализируется исходная надежностная структура СОИ в МА (рис. 3). На первом шаге отыскивается UR системы, прибавления к которому одного $ТОИ$ дает наибольший выигрыш в приросте вероятности безотказной работы $P(t)$ СОИ в целом. На втором шаге отыскивается следующий UR (включая тот, у которого уже есть дополнительный (резервный) $ТОИ$), который характеризуется наибольшим приростом $P(t)$ при добавлении этого одного $ТОИ$. Аналогичным образом процесс продолжается далее. Методика решения задачи оптимального резервиро-

вания методом наискорейшего спуска описана в [6]. В этом случае первоначально заполняется соответствующим значением следующая табл. 1, где $P_i^{(K)}(t) = 1 - [1 - P_i^{(0)}(t)]^{K+1}$, где $P_i^{(0)}(t)$ – вероятность безотказной работы $КОИ_{m_i}$ по модулю m_i СОК, состоящего из одного $ТОИ_i$; $P_i^{(K)}(t)$ – вероятность безотказной работы $КОИ_{m_i}$ при применении K -кратного резервирования $ТОИ_i$; а $P_{\Sigma}^{(K)}(t) = \prod_{i=1}^n P_i^{(K)}(t)$ – вероятность безотказной работы СОИ в СОК при одновременном K -кратном резервировании в каждом из n $КОИ_{m_i}$, $K = \overline{0, 4}$.

Таблица 1

Расчетные значения надежности СОИ

Кратность K резервирования	$P_1^{(K)}(t)$ (m_1)	$P_2^{(K)}(t)$ (m_2)	$P_3^{(K)}(t)$ (m_3)	$P_4^{(K)}(t)$ (m_4)	$P_{\Sigma}^{(K)}(t)$
0	$P_1^{(0)}(t)$	$P_2^{(0)}(t)$	$P_3^{(0)}(t)$	$P_4^{(0)}(t)$	$P_{\Sigma}^{(0)}(t)$
1	$P_1^{(1)}(t)$	$P_2^{(1)}(t)$	$P_3^{(1)}(t)$	$P_4^{(1)}(t)$	$P_{\Sigma}^{(1)}(t)$
2	$P_1^{(2)}(t)$	$P_2^{(2)}(t)$	$P_3^{(2)}(t)$	$P_4^{(2)}(t)$	$P_{\Sigma}^{(2)}(t)$
3	$P_1^{(3)}(t)$	$P_2^{(3)}(t)$	$P_3^{(3)}(t)$	$P_4^{(3)}(t)$	$P_{\Sigma}^{(3)}(t)$
4	$P_1^{(4)}(t)$	$P_2^{(4)}(t)$	$P_3^{(4)}(t)$	$P_4^{(4)}(t)$	$P_{\Sigma}^{(4)}(t)$
...					

Так $P_1^{(0)}(t) = e^{-\lambda_1 t} = e^{-\alpha_1 \cdot \lambda_3 \cdot t} = e^{-2 \cdot \lambda_3 \cdot t}$;

$$P_2^{(0)}(t) = e^{-\lambda_2 t} = e^{-\alpha_2 \cdot \lambda_3 \cdot t} = e^{-2 \cdot \lambda_3 \cdot t};$$

$$P_3^{(0)}(t) = e^{-\lambda_3 t} = e^{-\alpha_3 \cdot \lambda_3 \cdot t} = e^{-3 \cdot \lambda_3 \cdot t};$$

$$P_4^{(0)}(t) = e^{-\lambda_4 t} = e^{-\alpha_4 \cdot \lambda_3 \cdot t} = e^{-3 \cdot \lambda_3 \cdot t},$$

а
$$P_{\Sigma}^{(0)}(t) = \prod_{i=1}^4 P_i^{(0)}(t) = P_1^{(0)}(t) \cdot P_2^{(0)}(t) \times$$

$$\times P_3^{(0)}(t) \cdot P_4^{(0)}(t) = e^{-2 \cdot \lambda_3 \cdot t} \cdot e^{-2 \cdot \lambda_3 \cdot t} \times$$

$$\times e^{-3 \cdot \lambda_3 \cdot t} \cdot e^{-3 \cdot \lambda_3 \cdot t} = e^{-10 \cdot \lambda_3 \cdot t}.$$

Результаты расчетов вероятности безотказной работы для значений $l=1$, $\lambda_3 = 10^{-4}$ [1/час] и

$t_{зад} = 1$ [час] помещены в табл. 2.

На основании результатов расчетов, помещенных в табл. 2, и в соответствии с алгоритмом оптимизации [1], а также учитывая «стоимость» α_1 $ТОИ_i$, проведем расчет значений $Z_i^{(j)}$ (табл. 3).

$$Z_i^{(j)} = \frac{P_i^{(j)}(t) - P_i^{(j-1)}(t)}{\alpha_i \cdot P_i^{(j-1)}(t)}$$

для $i = \overline{1, n}$ и $j = \overline{1, k}$.

В нашем случае (при $l=1$) имеем: $i = \overline{1, 4}$; $j = \overline{1, 4}$; $\alpha_1 = \alpha_2 = 2$ и $\alpha_3 = \alpha_4 = 3$. Результаты расчетов для $l=1$ помещаем в табл. 4.

Таблица 2

Расчетные значения вероятности безотказной работы для $l = 1$

Кратность	Степень	$P_i^{(K)}(t)$				$P_{\Sigma}^{(K)}(t)$
		$m_1 = 3$	$m_2 = 4$	$m_3 = 5$	$m_4 = 7$	
0	1	0,999800019998667	0,999800019998667	0,999700044995500	0,999700044995500	0,999000499833375
1	2	0,999999960007999	0,999999960007999	0,999999910026995	0,999999910026995	0,999999740070013
2	3	0,999999999992002	0,999999999992002	0,99999999973012	0,99999999973012	0,99999999930029
3	4	0,999999999999998	0,999999999999998	0,999999999999992	0,999999999999992	0,999999999999981
4	5	1,000000000000000	1,000000000000000	1,000000000000000	1,000000000000000	1,000000000000000
5	6	1,000000000000000	1,000000000000000	1,000000000000000	1,000000000000000	1,000000000000000

Таблица 3

Расчетные данные значений $Z_i^{(j)}$

Кратность K резервирования	$Z_1^{(j)}$	$Z_2^{(j)}$	$Z_3^{(j)}$	$Z_4^{(j)}$
0	–	–	–	–
1	$Z_1^{(1)}$	$Z_2^{(1)}$	$Z_3^{(1)}$	$Z_4^{(1)}$
2	$Z_1^{(2)}$	$Z_2^{(2)}$	$Z_3^{(2)}$	$Z_4^{(2)}$
3	$Z_1^{(3)}$	$Z_2^{(3)}$	$Z_3^{(3)}$	$Z_4^{(3)}$
4	$Z_1^{(4)}$	$Z_2^{(4)}$	$Z_3^{(4)}$	$Z_4^{(4)}$

Таблица 4

Расчетные данные значений $Z_i^{(j)}$ для $l = 1$

Кратность резервирования K	Основания СОК для $l = 1$							
	$m_1 = 3$		$m_2 = 4$		$m_3 = 5$		$m_4 = 7$	
0	–		–		–		–	
1	0,0000999900006666	1	0,0000999900006666	1	0,0000999850014999	2	0,0000999850014999	2
2	0,0000000199920025	4	0,0000000199920025	4	0,0000000299820083	3	0,0000000299820083	3
3	0,0000000000039980	6	0,0000000000039980	6	0,0000000000089933	5	0,0000000000089933	5
4	0,000000000000008	8	0,000000000000008	8	0,000000000000027	7	0,000000000000027	7
5	0,000000000000000	9	0,000000000000000	9	0,000000000000000	9	0,000000000000000	9

Далее проводится анализ содержимого табл. 3 с точки зрения величин содержимого этой таблицы. Проводим нумерацию всех значений $Z_i^{(j)}$ в порядке их убывания, т.е. составим таблицу со значениями $Z_{iN}^{(j)} \parallel (N)$, где $N = 1, 2, 3, \dots$. При этом $Z_{i1}^{(j)} > Z_{i2}^{(j)} > Z_{i3}^{(j)} > \dots$. После этого проводится

многоэтапный процесс оптимизации.

Первый этап. Из табл. 4 выбираем максимальное значение $Z_{i1}^{(j)} \parallel (1)$. По значению i выражения $Z_{i1}^{(j)}$ (i – номер столбца табл. 2) и по значению $K = 1$ (номер строки) с табл. 2, по соответствующим координатам $(m_i, K = 1)$ выбираем необходимое

значение $P_i^{(1)}(t)$. После чего определяется значение

$$P_{COI}^{(1)}(t) = \frac{P_i^{(1)}(t)}{P_i^{(0)}(t)} \cdot P_{\Sigma}^{(0)}(t), \text{ где } P_{\Sigma}^{(0)}(t) = \prod_{i=1}^n P_i^{(0)}(t)$$

(табл. 2), а также значение «стоимости» СОИ

$$V_{COI}^{(1)} = \sum_{i=1}^n \alpha_i \cdot P_{COI}^{(1)}(t) \text{ и } V_{COI}^{(1)}$$

заносятся в итоговую таблицу решений (табл. 5).

Таблица 5

Таблица решений задачи оптимального резервирования

Номер этапа решения задачи	Кратность резервирования ГОИ	$P_i^{(K)}(t)$				$P_{COI}(t) = P_{\Sigma}^{(K)}(t)$	V_{COI} – суммарная стоимость
		m_1	m_2	m_3	m_4		
0	0	0	0	0	0		
1	1						
2	2						
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
M	M						

Второй этап. Из табл. 5 выбираем значение $Z_{i2}^{(j)} \parallel (2)$, в соответствии с которым по табл. 1

($K = 1, K = 2, K = 3$ или $K = 4$) выбираем соответствующее значение $P_i^{(2)}(t)$ или $P_{\rho \neq i}^{(1)}(t)$. После чего

определяем значение $P_{COI}^{(2)}(t) = \frac{P_{\rho}^{(1)}(t)}{P_{\rho}^{(0)}(t)} \cdot P_{COI}^{(1)}(t)$

$$\text{или } P_{COI}^{(2)}(t) = \frac{P_i^{(2)}(t)}{P_i^{(1)}(t)} \cdot P_{COI}^{(1)}(t). \text{ Вычисляется зна-}$$

чение «стоимости» $V_{COI}^{(2)}$. Полученные значения заносятся в итоговую табл. 5 (для $l = 1$ – табл. 6).

Далее данный многоэтапный процесс продолжается при использовании отношения

$$P_{COI}^{(M)}(t) = \frac{P_i^{(M)}(t)}{P_i^{(M-1)}(t)} \cdot P_{COI}^{(M-1)}(t). \quad (4)$$

Все полученные данные сводятся в итоговую табл. 5.

Процесс вычислений прекращается на шаге

$$M = \sum_{i=1}^n m_i,$$

либо когда для прямой задачи оптимального резервирования выполняется условие

$$P_{COI}^{(M-1)}(t) < P_{\text{треб}}(t) < P_{COI}^{(M)}(t),$$

либо когда для обратной задачи оптимального резервирования выполняется условие

$$V_{COI}^{(M)} \leq V_{\text{зад}}^{(l)} < V_{COI}^{(M+1)}.$$

Таблица 6

Таблица решений задачи оптимального резервирования

Кратность резервирования K	$P_i^{(K)}(t)$				$P_{\Sigma}^{(K)}(t)$	$V_{COI}^{(l)}$
	m_1	m_2	m_3	m_4		
0	0,999800019998667	0,999800019998667	0,999700044995500	0,999700044995500	0,999000499833375	10
1	0,999999960007999 1	0,999800019998667	0,999700044995500	0,999700044995500	0,999200279954664	12
2	0,999999960007999	0,999999960007999 2	0,999700044995500	0,999700044995500	0,999400100027981	14
3	0,999999960007999	0,999999960007999	0,999999910026995 3	0,999700044995500	0,999699875089482	17
4	0,999999960007999	0,999999960007999	0,999999910026995	0,999999910026995 4	0,999999740070013	20
5	0,999999960007999	0,999999960007999	0,99999999973012 5	0,999999910026995	0,999999830016014	23
6	0,999999960007999	0,999999960007999	0,99999999973012	0,99999999973012 6	0,999999919962024	26

Анализ значений итоговой табл. 5 показывает, что независимо от того, какая задача решается, данный метод гарантированно обеспечивает минимальную «стоимость» (минимальное количество оборудования $V_{СОИ}^{(l)} = \min$) СОИ при решении прямой задачи оптимального резервирования в МА, и максимально возможное значение вероятности безотказной работы $P_{СОИ}^{(l)}(t)$ при решении обратной задачи оптимального резервирования в МА.

На основе результатов решение задачи оптимального резервирования в МА (см. итоговую табл. 6) можно получить искомый вектор

$$X_{СОК}^{(l)} = \{x_1 \| x_2 \| \dots \| x_i \| \dots \| x_n\} \quad (5)$$

состояния СОИ в СОК. В этом случае КОИ по модулю m_i содержит x_i ТОИ (один основной и $x_i - 1$ резервных). Количество оборудования СОИ в МА

$$\text{равно } V_{СОК}^{(l)} = \sum_{i=1}^n x_i \cdot \alpha_i .$$

Исходя из структуры вектора X состояния не трудно получить математическую модель надежности СОИ в МА для заданного значения $t_{зад}$. Так, для вектора (5) состояния в общем виде математическая модель надежности СОИ в МА будет иметь следующий вид

$$P_{СОК}^{(l)}(t) = \left\{ 1 - \left[1 - P_1^{(0)}(t) \right]^{x_1+1} \right\} \times \left\{ 1 - \left[1 - P_2^{(0)}(t) \right]^{x_2+1} \right\} \times \dots \times \left\{ 1 - \left[1 - P_n^{(0)}(t) \right]^{x_n+1} \right\} . \quad (6)$$

Для СОК с $n = 4$ ($l = 1$) табл. 3 будет иметь вид табл. 4, а итоговая таблица (таблица решений) имеет вид табл. 6. Исходя из содержимого табл. 6, составим надежностные структуры СОИ в МА (табл. 7).

Таблица 7

Надежностные структуры СОИ в МА для $l = 1$

Кратность резервирования	Номер структуры	Вид структуры				$V_{СОК}^{(l)}$
		$m_1 = 3$	$m_2 = 4$	$m_3 = 5$	$m_4 = 7$	
0	1					10
1	2					12
2	3					14
3	4					17
4	5					20
5	6					23

Если необходимо обеспечить заданный уровень безотказности СОИ в МА $P_{зад}(t) = 0,9999$ при минимальном количестве оборудования $V_{СОК}$ (прямая

задача оптимального резервирования) для $l = 1$, то по табл. 6 (строка – кратность резервирования $K = 4$) определяем, что для заданного уровня

$P_{зад}(t)$ безотказности имеем

$P_{\Sigma}^{(K)}(t) = 0,9999997 > P_{зад}(t) = 0,9999$, что обеспе-

чивается при $V_{СОК}^{(l)} = 20$. При этом оптимальная надежностная структура СОИ в МА определяется структурой с номером 5 табл. 7.

Максимальное значение вероятности безотказной работы $P_{\Sigma}^{(K)}(t)$ СОИ в МА при заданном ограничении на количество $V_{зад}^{(l)} = 24$ оборудования (обратная задача оптимального резервирования) будет равна $P_{\Sigma}^{(K)}(t) = 0,99999999997$ (табл. 6,

$K = 5$), при этом $V_{СОК}^{(l)} = 23$. Оптимальная надежностная структура СОИ в МА для вышеприведенных исходных данных определяется под номером 6 в табл. 7. На основании данной надежностной структуры синтезирована структура СОИ в МА, которая представлена на рис. 4.

Для оценки эффективности использования МА для повышения отказоустойчивости СОИ проведем расчет и сравнительный анализ надежности СОИ в СОК и СОИ в ПСС. В качестве СОИ в ПСС будем брать широко используемую на практике трехканальную мажоритарную структуру. В этом случае вероятность безотказной работы СОИ в ПСС определяется известным выражением

$$\begin{aligned} P_{СОИ}^{(l)}(t) &= 3 \cdot P_0^2(t) - 2 \cdot P_0^3(t) = \\ &= e^{-16 \cdot l \cdot \lambda_3 \cdot t} (3 - 2 \cdot e^{-8 \cdot l \cdot \lambda_3 \cdot t}), \end{aligned} \quad (7)$$

где $P_0(t) = e^{-\lambda_0 \cdot t} = e^{-8 \cdot l \cdot \lambda_3 \cdot t}$ – вероятность безотказной работы одного (каждого) из трех каналов обработки информации СОИ. Воспользуемся вышеприведенными исходными данными: $l = 1$ (восемь двоичных разрядов); $\lambda_3 = 10^{-4} [1/час]$; $t_{зад} = 1 [час]$;

$V_{зад}^{(l)} = 3 \cdot 8 \cdot l = 24 \cdot l [усл.един.]$. В этом случае по формуле (7) рассчитаем значение вероятности безотказной работы

$$P_{СОИ}^{(1)}(t) = e^{-16 \cdot 10^{-4}} (3 - 2 \cdot e^{-8 \cdot 10^{-4}}) = 0,999998.$$

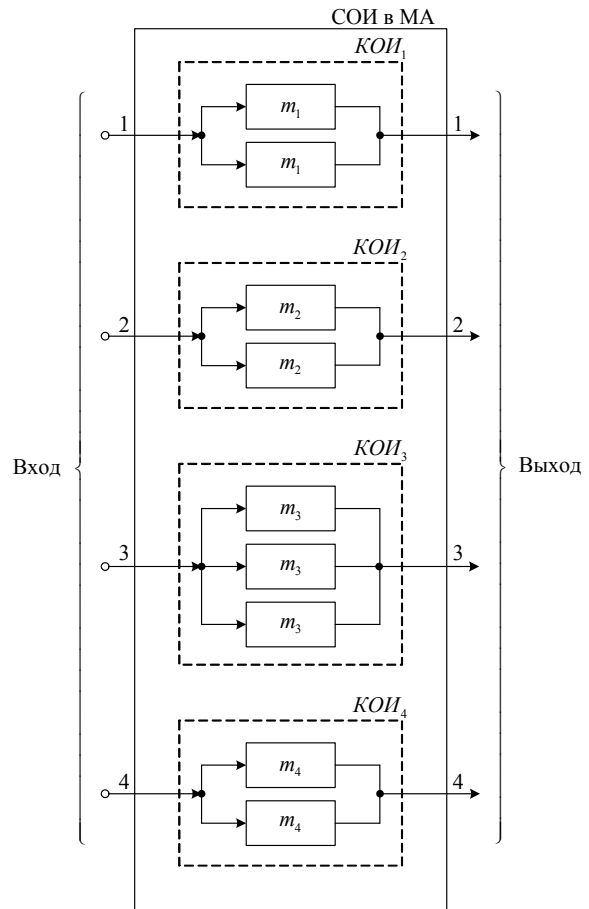


Рис. 4. Резервированная структура СОИ в МА при $l = 1$

Сравнение значений вероятности безотказной работы СОИ в МА $P_{СОК} = 0,99999999997$ и в ПСС $P_{ПСС} = 0,999998$ показывает, что при заданных исходных данных применение непозиционных кодовых структур в СОК для повышения надежности (отказоустойчивости) систем обработки информации гораздо эффективнее троированной мажоритарной структуры в ПСС.

Аналогичным образом решена задача оптимального резервирования для значений $l = 2, 3, 4, 8$ (при одних и тех же исходных данных: $t_{зад} = 1 час$ и $\lambda_3 = 10^{-4} [1/сек]$). Результаты решения (совокупность вектором $X_{СОК}^{(l)}$ состояний) для $l = \overline{1, 4, 8}$ представлены в табл. 8.

Таблица 8
Результаты решения задачи оптимального резервирования

l	$X_{СОК}^{(l)}$
1	2,2,3,2
2	2,2,2,3,3,3
3	3,2,3,3,3,3,3
4	2,2,2,2,3,2,3,3,3,3
8	2,2,2,2,2,2,3,3,3,3,2,3,3,3,3,3,3

Исходя из значений компонент векторов $X_{СОК}^{(l)}$ состояний (табл. 8) в соответствии с выражением (6) получаем совокупность математических моделей, представленных в табл. 9, где $P_i^{(0)}(t) = e^{-\lambda_i t} = e^{-a_i \lambda_3 t} = e^{-[\log_2(m_i-1)+1] \lambda_3 t}$ – ве-

роятность безотказной работы одного тракта обработки информации i -го канала обработки информации (по модулю m_i) СОИ. Содержимое табл. 8 также определяет надежные структуры СОИ БПЛА, которые представлены в табл. 10. Из полученных надежных структур синтезируем отказоустойчивые структуры СОИ в МА, которые представлены на рис. 5 – 8.

Совокупность оптимальных оснований $\{m_i\}$ СОК и их соответствующих «весов» $\{a_i\}$ для l -байтового машинного слова СОИ представлены в табл. 11.

Таблица 11

Совокупность оптимальных оснований СОК

l	a_i	Основания СОК															
		m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6	m_7	m_8	m_9	m_{10}	m_{11}	m_{12}	m_{13}	m_{14}	m_{15}	m_{16}
1		3	4	5	7	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
		2	2	3	3	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
2		2	5	7	9	11	13	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
		1	3	3	4	4	4	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
3		3	4	5	11	13	17	19	–	–	–	–	–	–	–	–	–
		2	2	3	4	4	5	5	–	–	–	–	–	–	–	–	–
4		2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	–	–	–	–	–	–
		1	2	3	3	4	4	5	5	5	5	–	–	–	–	–	–
8		2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	53
		1	2	3	3	4	4	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6

Выводы

В данной статье решены прямая и обратная задачи оптимального резервирования в МА. Результаты решения задачи оптимального резервирования для $l=1$ и $t_{зад}=1$ час показали высокую эффективность использования модулярной арифметики для повышения отказоустойчивости СОИ реального времени.

При разработке методики оценки надежности СОИ в МА для произвольных значений l -байтовых разрядных длин обрабатываемых операндов необходимо уточнять формулу (6) для оценки вероятности безотказной работы $P_{СОК}^{(l)}(t_{зад})$, где $\{i\}$ – сово-

купность значений, соответствующая временам $t_{i зад}$ оценки вероятности безотказной работы СОИ. После определения (задания) совокупности $\{t_{i зад}\}$ временных значений методом наискорейшего спуска определяется соответствующие значения $\{P_{СОК}^{(l)}(t_{i зад})\}$.

По полученным значениям строится дискретная функция

$$P_{СОК}^{(l)}(t) = F(t_{i зад}),$$

после чего, используя известные математические методы, можно получить график непрерывной функции $P_{СОК}^{(l)}(t)$ вероятности безотказной работы.

Математические модели $P_{\text{COX}}^{(l)}(t)$ СОИ в МА

Таблица 9

l	$P_{\text{COX}}^{(l)}(t)$
1	$P_{\text{COX}}^{(1)}(t) = \left\{ 1 - \left[1 - e^{-2\lambda_3 t} \right]^{-3} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-2\lambda_3 t} \right]^{-3} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-3\lambda_3 t} \right]^{-4} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-3\lambda_3 t} \right]^{-4} \right\}.$
2	$P_{\text{COX}}^{(2)}(t) = \left\{ 1 - \left[1 - e^{-\lambda_3 t} \right]^{-3} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-3\lambda_3 t} \right]^{-3} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-3\lambda_3 t} \right]^{-4} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-4\lambda_3 t} \right]^{-4} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-4\lambda_3 t} \right]^{-4} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-4\lambda_3 t} \right]^{-4} \right\}.$
3	$P_{\text{COX}}^{(3)}(t) = \left\{ 1 - \left[1 - e^{-2\lambda_3 t} \right]^{-4} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-2\lambda_3 t} \right]^{-3} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-3\lambda_3 t} \right]^{-4} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-4\lambda_3 t} \right]^{-4} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-4\lambda_3 t} \right]^{-4} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-5\lambda_3 t} \right]^{-4} \right\} \times \\ \times \left\{ 1 - \left[1 - e^{-5\lambda_3 t} \right]^{-4} \right\}.$
4	$P_{\text{COX}}^{(4)}(t) = \left\{ 1 - \left[1 - e^{-\lambda_3 t} \right]^{-3} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-2\lambda_3 t} \right]^{-3} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-3\lambda_3 t} \right]^{-3} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-4\lambda_3 t} \right]^{-4} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-4\lambda_3 t} \right]^{-3} \right\} \times \\ \times \left\{ 1 - \left[1 - e^{-5\lambda_3 t} \right]^{-4} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-5\lambda_3 t} \right]^{-4} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-5\lambda_3 t} \right]^{-4} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-5\lambda_3 t} \right]^{-4} \right\}.$
8	$P_{\text{COX}}^{(8)}(t) = \left\{ 1 - \left[1 - e^{-\lambda_3 t} \right]^{-3} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-2\lambda_3 t} \right]^{-3} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-3\lambda_3 t} \right]^{-3} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-4\lambda_3 t} \right]^{-3} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-4\lambda_3 t} \right]^{-3} \right\} \times \\ \times \left\{ 1 - \left[1 - e^{-5\lambda_3 t} \right]^{-4} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-5\lambda_3 t} \right]^{-4} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-5\lambda_3 t} \right]^{-4} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-5\lambda_3 t} \right]^{-4} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-5\lambda_3 t} \right]^{-3} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-6\lambda_3 t} \right]^{-4} \right\} \times \\ \times \left\{ 1 - \left[1 - e^{-6\lambda_3 t} \right]^{-4} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-6\lambda_3 t} \right]^{-4} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-6\lambda_3 t} \right]^{-4} \right\} \cdot \left\{ 1 - \left[1 - e^{-6\lambda_3 t} \right]^{-4} \right\}.$

Таблиця 10

Надежные структуры СОО БПЛА

	Виды надежных структур СОО БПЛА
1	
2	
3	
4	
8	

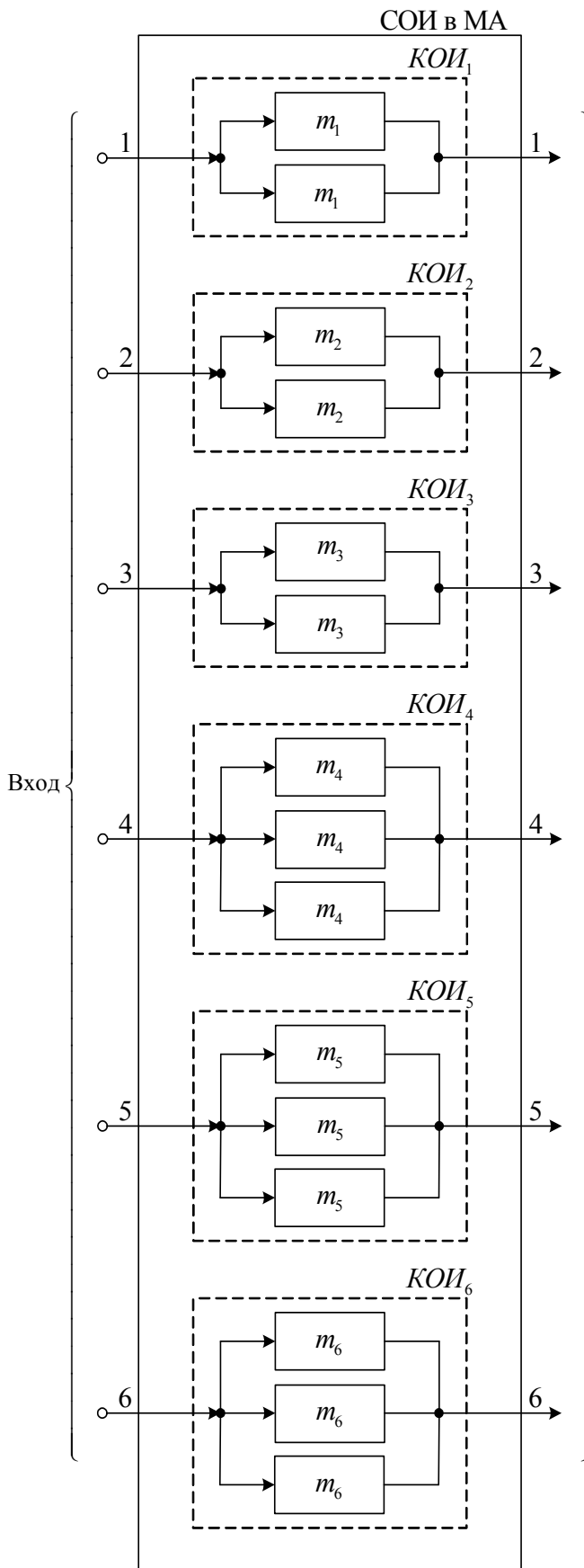


Рис. 5. Резервированная структура СОИ в МА при $l = 2$

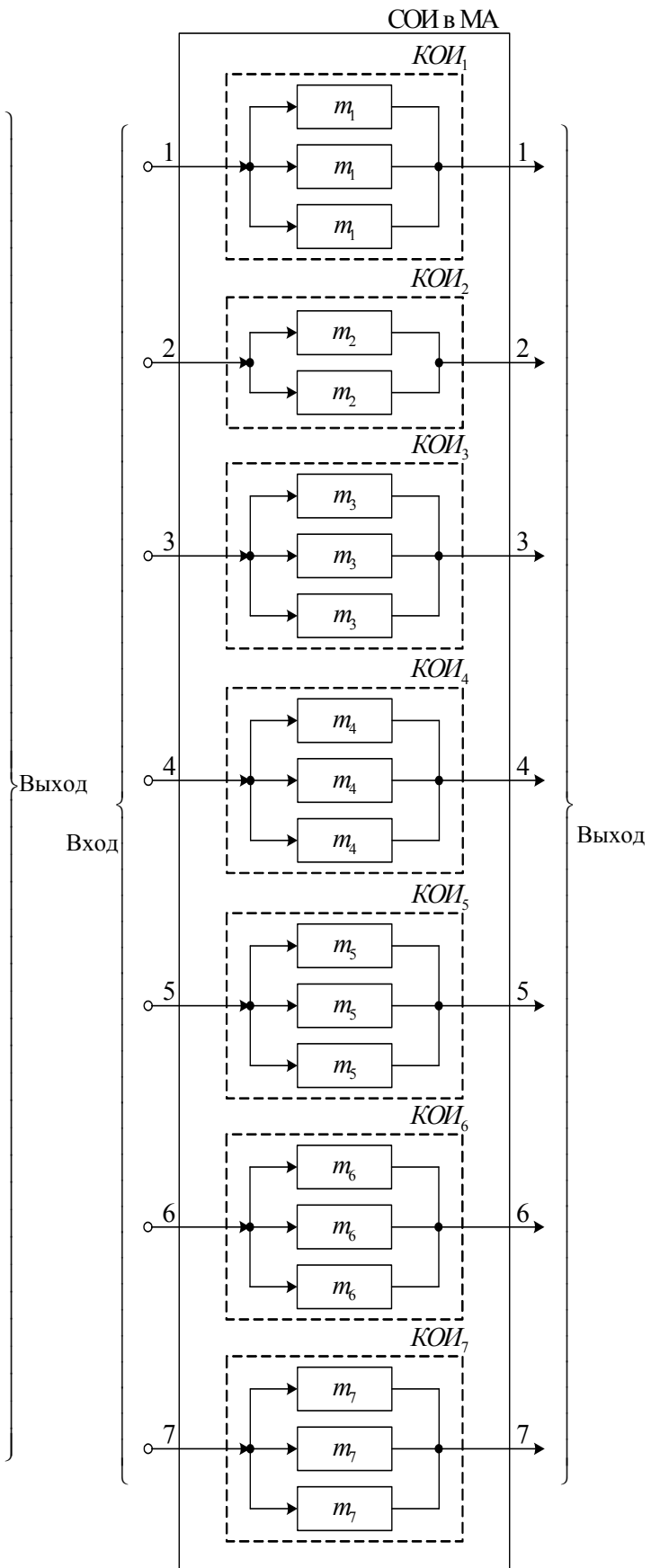


Рис. 6. Резервированная структура СОИ в МА при $l = 3$

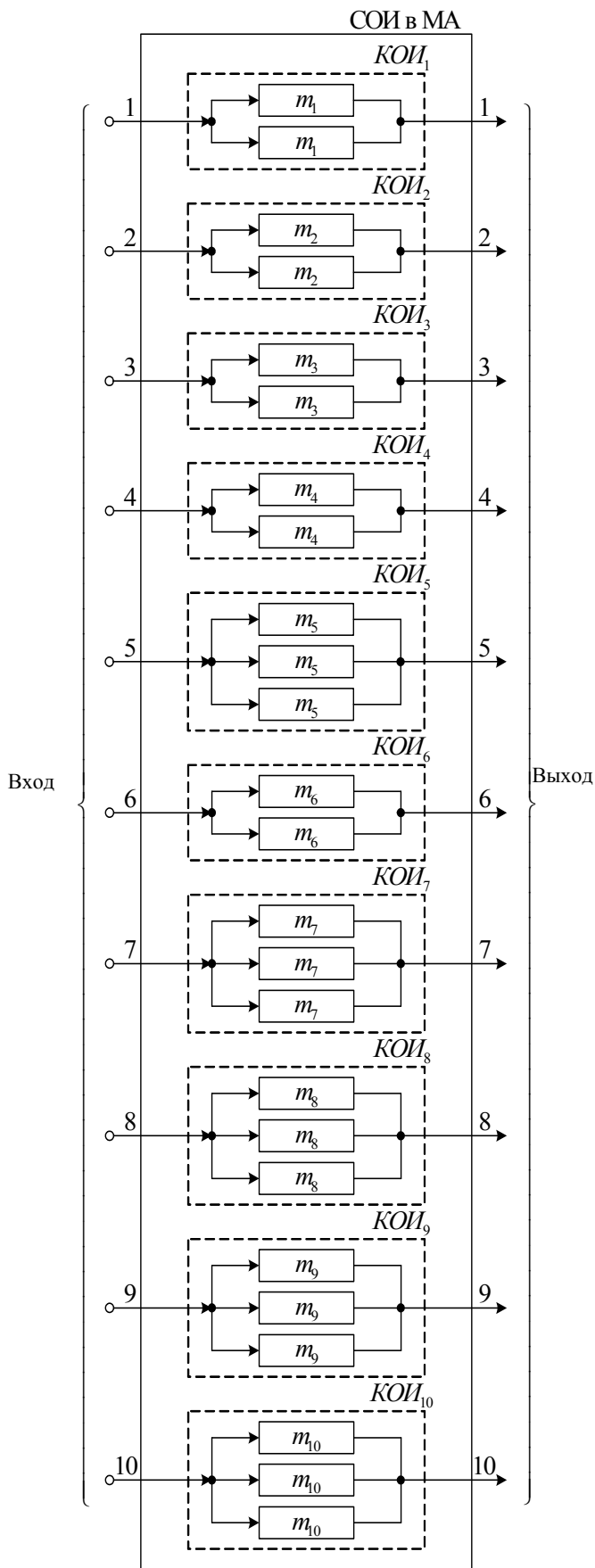


Рис. 7. Резервированная структура СОИ в МА при $l = 4$

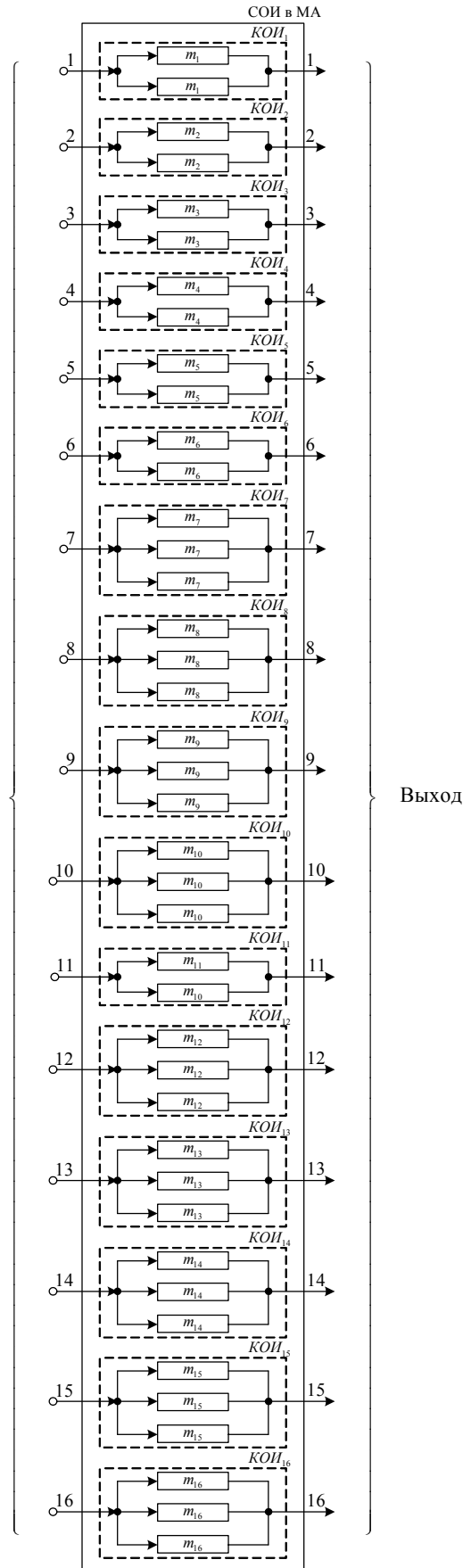


Рис. 8. Резервированная структура СОИ в МА при $l = 8$

Литература

1. Акушкин И.Я., Юдицкий Д.И. Машинная арифметика в остаточных классах. – М.: Сов. радио, 1968. – 440 с.
2. Краснобаев В.А. Метод и алгоритмы коррекции ошибок в системах цифровой обработки информации // Радиотехника. Всеукр. Межвед. науч.-техн. сб. – 2002. – Вып. 126. – С. 231-237.
3. Жихарев В.Я., Юнес Эль Хандасси, Краснобаев В.А. Пути повышения производительности и отказоустойчивости ЭВМ // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «Харк. авиац. ин-т». – 2003. – Вып. 19. – С. 269-282.
4. Жихарев В.Я., Юнес Эль Хандасси, Краснобаев В.А. Методы и алгоритмы реализации арифметических операций в классе вычетов // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «Харк. авиац. ин-т». – 2003. – Вып. 20. – С. 84-101.
5. Краснобаев В.А., Илюшко Я.В., Замула А.А. Универсальные алгоритмы сжатия табличных цифровых данных результатов выполнения арифметических операций в системе остаточных классов // Радиотехника. Всеукр. Межвед. науч.-техн. сб. – 2005. – Вып. 141. – С. 217-225.
6. Основи надійності цифрових систем: Підручник / В.С. Харченко, В.Я. Жихарев, В.М. Ілюшко, В.А. Краснобаєв, П.М. Куликов, Е.В. Лисенко, М.В. Нечипорук, Г.М. Тимонькін. – Х.: Нац. аерокосм. ун-т «Харк. авиац. ін-т», 2004. – 542 с.
7. Абстрактные алгебраические системы и цифровая обработка сигналов / Л.В. Вариченко, В.Г. Лабунец, М.А. Раков. – К.: Наук. думка, 1986. – 248 с.
8. Валах Е. Последовательно-параллельные вычисления: Пер. с англ. – М.: Мир, 1985. – 456 с.
9. Илюшко В.М., Мохаммед Джасим Мохаммед, Краснобаев В.А. Исследование влияния свойств модулярной арифметики на структуру и принципы функционирования систем обработки информации реального времени // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2005. – №2 (10). – С. 132-139.
10. Илюшко В.М., Мохаммед Джасим Мохаммед, Краснобаев В.А. Постановка и решение задачи оптимального резервирования в системе остаточных классов // Моделювання та інформаційні технології. – К.: НАНУ. – 2005. Вип. 32. – С. 93-97.
11. Илюшко В.М., Мохаммед Джасим Мохаммед, Краснобаев В.А. Концепция проектирования отказоустойчивых систем обработки информации реального времени // Системи обробки інформації. – Х.: ХУ ПС. – 2005. – Вип. 3(43). – С. 56-59.

Поступила 22.02.2006

Рецензент: д-р техн. наук, проф. И.А. Фурман, Харьковский Национальный технический университет сельского хозяйства им. Петра Василенка, Харьков.