

УДК 658.51.012

Н.П. КОНДРАТЕНКО, А.В. ПОПОВ

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", Украина

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАПАСОВ ЛОГИСТИЧЕСКОЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ

*Рассматривается логистическая производственная система (ЛПС) с запасами, которые обеспечивают ее нормальное и бесперебойное функционирование. Предлагается метод оценки производительности ЛПС с учетом возможных отказов и сбоев с определением необходимого уровня запасов ремонтных средств на основе вероятностной модели. В качестве расчетной модели используется одноканальный эквивалент многоканальной модели с ограниченным буфером, что дает возможность несложным способом оценить динамику работы системы и ремонта. Приведен пример расчета, иллюстрирующий возможность находить оптимальные сочетания объема запасных блоков, числа рабочих мест для ремонта и суммарных затрат с учетом потерь от простоя ЛПС.*

**Ключевые слова:** логистическая производственная система, производительность системы, объем страхового запаса ремонтных средств, система массового обслуживания

### Введение

При работе производственной системы в современных рыночных условиях большое внимание уделяется логистическому менеджменту [1, 2].

С помощью методов логистики можно определить основные показатели производственной системы, в том числе обосновать минимальный объем требуемых страховых запасов оборудования в случае его отказов.

В данной работе рассматривается и решается актуальная задача расчета страховых запасов оборудования с учетом обеспечения бесперебойной работы производственной системы в приборостроении.

### Постановка задачи исследования

Рассмотрим функционирование логистической производственной системы (ЛПС), которая состоит из  $N$  блоков (производственных модулей). Такое представление позволяет упростить задачу оценки производительности работы ЛПС и определения рационального объема страховых запасов в виде  $\ell$  запасных блоков, которые будут использоваться в ЛПС при выходе одного или нескольких блоков из  $N$  функционирующих в системе [3].

Пусть выход из строя блоков происходит по экспоненциальному закону в виде ординарного входящего потока системы массового обслуживания, а ремонт неисправных блоков осуществляется с помощью нескольких ремонтных мест в количестве  $C$ . Число запасных блоков  $\ell = C + \hat{E}_A$ .

Данную задачу можно свести к следующей постановке в виде модели массового обслуживания  $M/M/C / < \infty / \infty / \text{Fifo}$ , в которой входной поток имеет интенсивность  $\lambda$  с размерностью  $[\text{ед.}/\text{ед.}\cdot\text{д.}]$ , интенсивность ремонта поступающих неисправных блоков на каждом из  $C$  рабочих мест равна  $\mu$  с размерностью  $[\text{ед.}/\text{ед.}\cdot\text{д.}]$ , объем запасов равен величине  $\ell = \tilde{N} + \hat{E}_A$ , обслуживание (ремонт) поступающих неисправных блоков осуществляется одним из свободных ремонтников на соответствующем рабочем месте [4]. Расчет проведем из допущения стационарного режима, когда поток неисправных блоков с интенсивностью  $\lambda$  обслуживается с помощью  $C$  ремонтных мест, неисправные блоки из буфера емкостью  $K_B$  выбираются на ремонт в порядке поступления. Входящий поток для простоты считаем бесконечным, а его обслуживание принимаем с одинаковой интенсивностью для всех ремонтных мест, т.е.  $\mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu$ .

Если все в процессе ремонта успевают обрабатываться все поступающие неисправные блоки, то система из  $N$  элементов работает в нормальном режиме. Если же поток неисправных блоков переполняет буфер емкостью  $K_B$ , то система из  $N$  блоков может находиться в следующих режимах:

- 1) система работает с пониженной производительностью из-за наличия ряда неисправных блоков из общего количества  $N$ ;
- 2) ЛПС будет находиться в аварийном состоянии и не будет выполнять своих основных функций по производству приборов.

### Выбор и обоснование математической модели

Изложенный выше режим работы системы можно представить в виде модели  $M/M/C/1/\infty/Fifo$ , которая учитывает динамику соотношения интенсивности входящего потока  $\lambda$  и интенсивности обслуживания неисправных блоков с помощью  $C$  ремонтных мест производительностью  $\mu$  на каждом рабочем месте при наличии буфера емкостью  $K_B$ , что позволяет на основе предложенной модели применять соответствующие расчетные соотношения, известные как выражения для второй модели Эрланга с ограниченным буфером [4].

Для упрощенного анализа ЛПС можно использовать следующие модели:

1.  $M/M/C/\infty/\infty/Fifo$ , т.е. модель с неограниченным буфером (вторая модель Эрланга);
2.  $M/M/C/<\infty/\infty/Fifo$  (модель с ограниченным буфером);
3. Модель в виде одноканального эквивалента, в которой производительность равна сумме производительностей  $C$  ремонтных мест.

Рассмотрим пример ЛПС в виде сборочного приборостроительного производства, в которой типовые блоки (технологическое оборудование разных типов) выходят из строя с интенсивностью  $\lambda = 1$  [аё/ää.äð.], а ремонт этих блоков осуществляется на  $C$  ремонтных местах с интенсивностью  $\mu = 1$  [аё/ää.äð.]. Будем полагать, что число ремонтных мест  $C$  может быть равно  $1,2,3,4,\dots$ . Загрузка  $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = 1$ . Условная стоимость одного запасного блока  $C_{çäï} = 10$  ден.ед. Пусть запасных блоков может быть  $\ell = 2,3,4,\dots (\ell = C + \hat{E}_A)$ . Примем в качестве оценки эффективности работы системы общий критерий затрат:

$$C = \ell \cdot C_{çäï} + \tilde{N}_{\Gamma\delta} \cdot \dot{O}_\delta \cdot \mathbb{E}_{1\delta\delta},$$

где  $\dot{O}_\delta$  – время производственного цикла, на протяжении которого рассматривается функционирование системы ( $\dot{O}_\delta = 100, 200, 300, 500$  ч.);  $\mathbb{E}_{1\delta\delta}$  – вероятность отказа системы (аварийного режима или состояния);  $\tilde{N}_{\Gamma\delta}$  – стоимость простоя системы в единицу времени.

Для данных условий получаем следующую расчетную схему (рис. 1):

Общее количество запасных блоков в производственной системе равно  $\ell = K_B + C$  при превышении которого ЛПС будет находиться в аварийном состоянии, т.к. система обслуживания не будет ус-

певать ремонтировать поступающие блоки, которые должны оперативно устанавливаться вместо вышедших из строя.

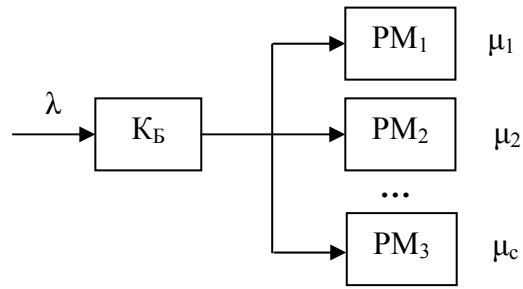


Рис. 1. Расчетная схема для исследования ЛПС

Подбирая значения  $C$  и  $K_B$  при заданной интенсивности  $\lambda$  выхода из строя блоков, можно определить, с учетом принятого критерия наиболее подходящие значения количества ремонтников (бригад)  $C$  и  $K_B$ .

С целью выбора компромисса между величинами  $C$  и  $K_B$  будем использовать простейшую модель СМО в виде одноканального эквивалента второй модели Эрланга с ограниченным буфером [4].

Получим:

$$P_0 = \frac{1 - \lambda / \mu}{1 - (\lambda / \mu)^{\ell+1}}, \quad \rho = \frac{\lambda}{C \cdot \mu},$$

где  $\ell$  – общая емкость системы.

$$P_k = \frac{1 - \rho}{1 - \rho^{\ell+1}} \cdot \rho^k, \quad (0 \leq k \leq \ell)$$

$$\ell = K_A + 1,$$

где  $P_k$  – вероятность того, что в системе находится  $k$  заявок.

А. При  $\ell = 2$  получим: ( $\lambda = 1, \mu = 1, C = 2, \mu^1 = 2\mu, K_B = 0$ ):

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu \cdot 2} = \frac{1}{2};$$

$$P_0 = \frac{1 - 0,5}{1 - 0,5^3} = \frac{0,5}{1 - 0,125} = \frac{0,5}{0,875},$$

где  $P_0$  – вероятность того, что в системе нет заявок.

$$P_{k=2} = P_0 \cdot \rho^k = P_0 \cdot 0,5^2 = 0,14,$$

где  $P_{k=2}$  – вероятность отказа в ремонте для случая двух ремонтных мест ( $\ell = 2$ ) и  $K_B = 0$ :

Б. При  $\ell = 3$ : ( $C = 2, K_B = 1, \rho = 0,5$ )

$$P_0 = \frac{0,5}{1 - 0,5^4} = \frac{0,5}{1 - 0,0625} = \frac{0,5}{0,9375} \approx \frac{5}{9,375}$$

$$P_{k=3} = P_0 \cdot 0,5^3 = 0,066,$$

где  $P_{k=3}$  – вероятность отказа в ремонте для случая двух ремонтных мест.

Далее используем критерий затрат

$$C = \ell \cdot C_{\text{ц\ddot{a}i}} + C_{\text{i}\delta} \cdot T_{\delta} \cdot P_{\text{i}\delta\hat{e}}$$

для рассматриваемого случая при разных значениях  $\ell$  и соответствующих неизменных значениях  $\tilde{N}_{\text{i}\delta}$ ,  $\hat{O}_{\delta}$ , при этом значение  $\hat{D}_{\text{i}\delta\hat{e}}$  будет зависеть от  $\ell$ .

Из изложенного следует алгоритм оптимизации запасов по критерию суммарных затрат.

1. Расчет вероятностей состояний систем  $P_K$  при заданной модели и исходных данных  $P_{\hat{E}} = f(\lambda, \mu, \tilde{N})$  для моделей:

$$M / M / C / \infty / \infty / \text{Fifo},$$

$$M / M / C / < \infty / \infty / \text{Fifo},$$

$$M / M / 1 / < \infty / \infty / \text{Fifo}, \mu^1 = \mu \cdot \tilde{N}.$$

При  $\ell = K_{\text{б}} + C$  получаем вероятность отказов  $P_1 = P_{\text{i}\delta\hat{e}}$ .

2. Расчет суммарных затрат:

$$S = \ell \cdot C_{\text{ц\ddot{a}i}} + \tilde{N}_{\text{i}\delta} \cdot \hat{O}_n \cdot P_{\text{i}\delta\hat{e}};$$

$$S = f(\ell, P_{\text{i}\delta\hat{e}});$$

$$P_{\text{i}\delta\hat{e}} = f(\ell),$$

где  $\ell$  – суммарная емкость системы ( $\ell = K_{\hat{A}} + \tilde{N}$ ),  $C_{\text{ц\ddot{a}i}}$  – стоимость одного запасного блока.

3. Определение суммарных затрат  $S$  при условиях  $\tilde{N}_{\text{ц\ddot{a}i}} = \text{const}$ ,  $\tilde{N}_{\text{i}\delta} = \text{const}$ ,  $\hat{O}_n = \text{const}$ ,  $\ell = \text{var}$ ,  $P_{\text{i}\delta\hat{e}} = \text{var}$ ,  $P_{\text{i}\delta\hat{e}} = f(\ell)$ .

4. Определение оптимальных затрат

$$\ell = K_{\hat{A}} + \tilde{N} \text{ и } P_{\text{i}\delta\hat{e}}$$

при  $S = S_{\text{min}}$ .

Данный алгоритм предполагает процедуры последовательных приближений.

Для более подробного анализа приведем расчетные формулы для других характеристик моделей

$$M / M / 1 / < \infty / \infty / \text{Fifo},$$

полученные из модели

$$M / M / n / 1 / < \infty / \text{Fifo}$$

при  $n = 1$ ,  $\rho = \frac{\lambda}{\mu \cdot n}$ .

1. Вероятность того, что канал занят и требование станет в очередь:

$$D = \frac{1 - \rho^{\ell}}{1 - \rho^{\ell+1}} \cdot \rho.$$

2. Функция распределения времени ожидания:

$$P(\hat{O}_{\text{i}\delta} < t) = 1 - \frac{D \cdot \ell^{-\mu t}}{1 - \rho^{\ell}} \sum_{s=0}^{m-1} \frac{(\mu t)^s}{s!} [\rho^s - \rho^m],$$

где  $m = \hat{E}_{\hat{A}}$ .

3. Время нахождения в очереди:

$$\hat{O}_{\text{i}\delta} = \frac{L_{\text{i}\delta}}{\lambda},$$

где  $L_{\text{i}\delta}$  – длина очереди.

$$L_{\text{i}\delta} = \frac{\hat{D}_1}{(1 - \rho)^2} [\rho - (m + 1) \cdot \rho^{m+1} + m \cdot \rho^{m+2}],$$

где  $P_1 = P_0 \cdot \rho$ .

4. Время пребывания заявки в системе:

$$T_{\ell} = \frac{L_C}{\lambda},$$

$$L_C = L_{\text{i}\delta} + \frac{1 - \rho^{m+1}}{1 - \rho} \cdot P_1 + P_0 \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{(k-1)!} \cdot \rho^k.$$

Вычислив значение критерия затрат для разных величин буфера и количества ремонтных мест для ремонта запасных блоков, можно получить наиболее рациональное соотношение между затратами, связанными с запасными блоками и ремонтными бригадами, значение  $\hat{D}_{\text{i}\delta\hat{e}}$  и величину условных затрат.

Заметим, что наряду с изложенным выше, можно применить модель в виде одноканального эквивалента с ожиданием  $M / M / 1 / \infty / \infty / \text{Fifo}$ .

Кроме того, для полноты анализа можно использовать замкнутую модель  $M / M / 1 / \infty / m / \text{Fifo}$  с ожиданием, в которой выделены  $m$  источников запросов на ремонт ( $m \leq N$ ), что характерно для процессов обслуживания станочного парка в производственных условиях.

## Заключение

В данной работе проведен анализ ЛПС, элементы которой могут отказывать и оперативно заменяться исправными. Обоснована вероятностная модель СМО для рассматриваемого режима работы производственной системы, величина буфера и число ремонтных мест.

Динамический режим производственной системы при заданных  $\lambda$ ,  $\mu$  и числе ремонтных мест  $C$  может быть исследован с помощью предложенной модели массового обслуживания с ограниченным буфером, переполнение которого указывает на то, что интенсивность отказов элемента производственной системы является критической величиной, и необходимо либо увеличивать емкость буфера, либо количество рабочих мест для ремонта неисправных блоков.

Рациональные соотношения величин  $K_B$  и  $n$  при заданных  $\lambda$  и  $\mu$ , а также значениях коэффициента затрат  $\tilde{N}_{\text{сгп}}$  целесообразно находить с помощью итерационной процедуры, что связано с нелинейностью целевой функции.

Предложенный подход целесообразно использовать при реконструкции и модернизации производства, когда в результате диверсификации предприятия определяются новые объемы производственной программы

## Литература

1. *Логистика: управление в грузовых транспортно-логистических системах* / Под ред. Л. Б. Миротина. – М.: Юристъ, 2002. – 414с.
2. *Логистика* / Под ред. Б. А. Аникина: 3-е изд., перераб. и доп. – М.: ИНФРА-М, 2002. – 368с.
3. *Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. Пер. с англ./Пер. И. И. Грушко; ред. В. И. Нейман.* – М.: Машиностроение, 1979. – 432с.

Поступила в редакцию 15.05.2008

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф., заведующий каф. 304 А.Ю. Соколов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков

## МОДЕЛЮВАННЯ ЗАПАСІВ ЛОГІСТИЧНОЇ ВИРОБНИЧОЇ СИСТЕМИ

*М.П. Кондратенко, А.В. Попов*

Розглядається логістична виробнича система (ЛВС) із запасами, які забезпечують її нормальне й безперебійне функціонування. Пропонується метод оцінки продуктивності ЛПС із урахуванням можливих відмов і збоїв з визначенням необхідно рівня запасів ремонтних засобів на основі імовірнісної моделі. Як розрахункова модель використасться одноканальний еквівалент багатоканальної моделі з обмеженим буфером, що дає можливість нескладним способом оцінити динаміку роботи системи ремонту. Наведено приклад розрахунку, що ілюструє можливість знаходити оптимальні сполучення обсягу запасних блоків, числа робочих місць для ремонту й сумарних витрат з урахуванням втрат від простою ЛВС.

**Ключові слова:** логістична виробнича система, продуктивність системи, обсяг страхового запасу ремонтних засобів, система масового обслуговування

## MODELING OF THE LOGISTIC MANUFACTURING SYSTEM RESOURCES

*N.P. Kondratenko, A.V. Popov*

We consider the logistics Production System (LPS) with reserves, which provide its normal and smooth operation. We propose a method for evaluating the productivity of LPS in the light of possible failures and failures in determining the level of reserves needed repair funds based on the probabilistic model. An estimated one model used many channels equivalent channel model with a limited buffer that enables easy way to assess the dynamics of the system and justified choose a replacement unit and the number of jobs for repairs. An example calculation illustrates the opportunity to find the best combination of the amount of spare blocks, the number of jobs for repair and spend with the loss of downtime LPS.

**Key words:** logistical production system, system performance, the level of insurance reserve funds repairs, the system mass service

**Кондратенко Николай Пантелеймонович** - соискатель Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

**Попов Андрей Вячеславович** – канд. техн. наук, доцент кафедры 302 Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.