

The background of the cover is a light blue color. It features several stylized, semi-transparent virus-like particles (spherical with spikes) and hand-like shapes, suggesting a focus on epidemiology or infectious diseases. The text is centered and reads:

Д.І. Чумаченко, Т.О. Чумаченко

# Математичні моделі та методи прогнозування епідемічних процесів

*монографія*

Харків 2020

Д.І. Чумаченко, Т.О. Чумаченко

**Математичні моделі та методи прогнозування  
епідемічних процесів**

монографія

Харків 2020

**УДК 004.032.91**

**Ч-90**

**Чумаченко Д.І., Чумаченко Т.О.**

Математичні моделі та методи прогнозування епідемічних процесів: монографія. – Харків: ТОВ «Планета-Прінт», 2020. – 180 с.

**Chumachenko D.I., Chumachenko T.O.**

Mathematical models and methods of epidemic processes forecasting: monograph. – Kharkiv: Planeta-Print, ltd, 2020. – 180 p.

**ISBN 978-617-7751-88-4**

**DOI 10.25313/978-617-7751-88-4**

Матеріал монографії містить дослідження на стику галузей інформаційних технологій та епідеміології із застосуванням методів математичного моделювання та штучного інтелекту.

У ній знайшли відображення сучасні підходи до моделювання епідемічних процесів і методи прогнозування їх динаміки. Зокрема інтелектуальні імітаційні моделі, мультиагентні моделі, застосування теорії нечітких множин до аналізу задач популяційної динаміки, статистичні підходи до прогнозування захворюваності. Епідемічні процеси формалізовано як об'єкти популяційної динаміки.

Для науковців, викладачів, аспірантів, студентів, співробітників наукових установ та ІТ компаній, лікарів-епідеміологів, спеціалістів громадського здоров'я.

The material of the monograph contains research at the intersection of the fields of information technology and epidemiology using methods of mathematical modeling and artificial intelligence.

It reflects modern approaches to epidemic processes modeling and methods for predicting their dynamics. In particular, intelligent simulation models, agent-based models, application of fuzzy set theory to the analysis of population dynamics problems, statistical approaches to predicting morbidity. Epidemic processes are formalized as objects of population dynamics.

For researchers, teachers, graduate students, students, employees of scientific institutions and IT companies, epidemiologists, public health specialists.

Рецензенти:

- доктор технічних наук, професор, професор кафедри штучного інтелекту Харківського національного університету радіоелектроніки С.В. Бодяньський
- доктор медичних наук, професор, директор Інституту мікробіології та імунології ім. І.І. Мечникова Національної академії медичних наук України В.В. Мінухін

Рекомендовано до видання вченою радою Національного аерокосмічного університету ім. М. Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут» (протокол №4 від 20 листопада 2019)

Рекомендовано до видання вченою радою Харківського національного медичного університету (протокол №10 від 21 листопада 2019)

УДК 004.032.91

ISBN 978-617-7751-88-4

DOI 10.25313/978-617-7751-88-4

© Д.І Чумаченко,  
Т.О. Чумаченко, 2020



D.I. Chumachenko, T.O. Chumachenko

**Mathematical Models and Methods  
of Epidemic Processes Forecasting**

monograph

Kharkiv 2020

## ЗМІСТ

ВСТУП	7
ЧАСТИНА 1. АНАЛІЗ МОДЕЛЕЙ ТА МЕТОДІВ МОДЕЛЮВАННЯ ЕПІДЕМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ	17
Глава 1. Моделі і методи інтелектуального імітаційного моделювання популяційної динаміки	17
Глава 2. Сучасні підходи в мультиагентному моделюванні	23
Глава 3. Прогнозування епідемічних процесів у системах популяційної динаміки	34
Глава 4. Епідемічні процеси як об'єкти популяційної динаміки	50
ЧАСТИНА 2. ЗАСТОСУВАННЯ СТАТИСТИЧНИХ МЕТОДІВ ДО МОДЕЛЮВАННЯ ЕПІДЕМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ	55
Глава 5. Аналіз часових рядів	55
Глава 6. Прогнозування методом ковзного середнього	60
Глава 7. Модель ARIMA	62
Глава 8. Експоненціальне згладжування	70
ЧАСТИНА 3. МУЛЬТИАГЕНТНЕ МОДЕЛЮВАННЯ	74
Глава 9. Розробка структури універсальної системи популяційної динаміки	74
Глава 10. Моделювання популяційної динаміки на основі інтелектуальних раціональних агентів	87
Глава 11. Інтелектуальна і логічна взаємодія агентів	94
Глава 12. Дослідження та реалізація інтелектуальної поведінки мультиагентної системи популяційної динаміки	107

ЧАСТИНА 4. ДОСЛІДЖЕННЯ ПОПУЛЯЦІЙНОЇ ДИНАМІКИ МЕТОДОМ НЕЧІТКИХ РЕКУРЕНТНИХ ВІДОБРАЖЕНЬ	113
Глава 13. Дослідження стійкості інтелектуальної моделі популяційної динаміки	113
Глава 14. Застосування нечітких правил до опису епідемічних процесів	115
Глава 15. Оцінка тривалості прогнозу моделі з точки зору хаотичної динаміки	125
ЗАКЛЮЧЕННЯ	146
ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ	147
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	149
SUMMARY IN ENGLISH	175

## ВСТУП

Термін «епідемічний процес» вперше запропонував видатний український епідеміолог Л. В. Громашевський у 1940-х роках. Він розглядав це явище як безперервний процес, ланцюг інфекційних станів людини (хворі, носії), що прямують один за одним, і який складається з трьох ланок – джерела збудника інфекції, механізму передачі та сприйнятливою організму [1]. Саме епідемічний процес є єдиною формою існування інфекційних хвороб. Збудники інфекційних хвороб, за думкою Л. В. Громашевського, це – паразити, для проживання яких потрібен живий організм людини або тварини, а для підтримки існування їх біологічного виду необхідно змінювати хазяїна [2].

Живий організм людини або тварини, тобто місце природного перебування збудника, де збудник мешкає, розмножується та виділяється тим чи іншим шляхом в навколишнє середовище, був названий джерелом збудника інфекції (далі джерело інфекції), а спосіб зміни збудником одного хазяїна іншим – механізмом передачі збудника. При реалізації механізму передачі збудник із організму джерела інфекції потрапляє в сприйнятливий організм, в якому патоген розмножується, накопичується та починає виділятися в оточуюче середовище, перетворюючись на джерело інфекції [1]. Епідемічний процес забезпечує безперервність послідовних генерацій збудника при постійній зміні хазяїв та його збереження як біологічного виду. Наслідком цього процесу є епідеміологічний стан населення [3].

Таким чином, введення категорії «епідемічний процес» дозволяє ясно усвідомити принципи розповсюдження захворювань в суспільстві, дає інструмент для розуміння



поняття «ліквідація інфекцій» та намічає шляхи боротьби з інфекційними хворобами.

Відомо, що інфекційні хвороби супроводжували народи впродовж всього існування людства, спричиняючи масові спустошливі епідемії, змінюючи результати війн та хід історії [4]. Наприклад, у 430 р. до н. е. під час Пелопонеської війни епідемія, яка спалахнула в Афінах, Греція, вбила понад 30 000 людей, зменшивши населення міста щонайменше на 20 % і змусила спартанців відмовитись від вторгнення в Атику. Юстиніанова чума, яка розпочалася в 541 р. і то виникала, то припинялася майже 200 років, за деякими оцінками вбила 50 мільйонів людей на Близькому Сході, в Азії та Середземноморському басейні. У XIV сторіччі в Європі відбулась епідемія чуми, яка була названа «чорною смертю» і забрала життя 25 млн. людей – майже третини населення Європи. Кір знищив цивілізацію інків і обезлюдив величезні території Центральної та Південної Америки, понад 200 млн осіб вмерло від кору. За оцінками, в результаті великої пандемії грипу 1918 – 1919 рр. у всьому світі загинуло від 30 до 50 мільйонів людей. Тому людство намагалось подолати епідемії, і вже в XX столітті досягло значних успіхів у боротьби з інфекційними хворобами. В 1980 р. було оголошено про глобальну ерадикацію натуральної віспи, на сьогодні передача дикого поліовірусу зберігається тільки в Пакистані та Афганістані, значно знизилась захворюваність на кір, дифтерію, кашлюк, правець новонароджених, сказ, сифіліс та ін.

Вважалось, що людство наблизилось до глобальної перемоги над інфекційними хворобами. Але виникла проблема емерджентних та реемерджентних інфекцій. Діти продовжують вмирати від кору, дифтерії, кашлюку. Так, у 2017 р. кір став причиною 110 000 випадків смерті в світі, переважно дітей у віці

до 5 років, за оцінками ВООЗ у 2013 р. від кашлюку загинуло майже 63 тис. дітей у віці до 5 років [5]. Ліхоманки Ебола, Зіка, Тяжкий гострий респіраторний синдром, Близькосхідний респіраторний синдром та інші емерджентні інфекції продовжують забирати життя людей і в ХХІ столітті. Людство зіткнулось з проблемами антибіотикорезистентності збудників інфекційних хвороб. Прогрес в медицині, розвиток нових медичних, в тому числі інвазійних, технологій сприяв виникненню і розповсюдженню інфекцій, пов'язаних з наданням медичної допомоги. За оцінками, в країнах з високим рівнем доходу при наданні стаціонарної допомоги шкода заподіюється кожному десятому пацієнту. Щороку в результаті небезпечного надання медичної допомоги в лікарнях країн з низьким і середнім рівнем доходу відбувається 134 мільйони небажаних явищ, від яких щорічно вмирає 2,6 мільйона пацієнтів [6].

Стало зрозумілим, що інфекційні хвороби все ще є реальною загрозою для здоров'я і життя людини і потрібно розробляти та впроваджувати нові ефективні профілактичні програми.

Проблеми з оцінкою ефективності впровадження профілактичних програм, спрямованих на зниження інфекційної захворюваності, спонукали дослідників звернути увагу на побудову математичних моделей розповсюдження заразних хвороб з метою випробування на цих моделях певних втручань, оцінювання їх наслідків та прогнозування динаміки та проявів епідемічного процесу при застосуванні тих чи інших профілактичних програм, для чого необхідно мати відповідний інструмент. Ще однією причиною бурхливого розвитку моделювання епідемічних процесів була неможливість

з біоетичних міркувань проводити реальні експерименти з розповсюдженням патогенів в людській популяції.

Існують різні визначення поняття «модель». Модель – це спрощене представлення реального пристрою та/або процесів, явищ, що в ньому відбуваються; форма представлення реальності, аналог предмету або явища, що віддзеркалює ті чи інші його властивості; об'єкт, подібний до прототипу, який є засобом опису і/або розтлумачення, та/або прогнозування поведінки прототипу; явище, предмет або умовний образ (опис, схема та ін.), що знаходиться в деякій відповідності до об'єкта, що вивчається, і здатний замінити його впродовж дослідження, даючи інформацію про об'єкт [7-9]. Побудова та дослідження моделей полегшує вивчення закономірностей у реальних системах та процесах, тому в теперішній час їх широко використовують в задачах аналізу та синтезу [10]. Перевагою моделювання епідемічних процесів при вивченні закономірностей розповсюдження інфекційних хвороб є заміна експериментальних досліджень та визначення властивостей системи та встановлення взаємозв'язків між характеристиками системи.

Обмеженість ресурсів, необхідність перерозподілу сил, засобів, кадрів, матеріальних резервів при погіршенні епідеміологічного стану населення, потреба оцінки необхідної кількості профілактичних, діагностичних та лікувальних препаратів та обсягів виробництва, оснащення лікарень, підготовки персоналу тощо вимагають прогнозувати динаміку та особливості епідемічних процесів на певних територіях в суспільстві.

Методи прогнозування розповсюдження інфекційних хвороб активно розвиваються з початку ХХ століття і виявилися потужним інструментом вивчення закономірностей епідемічних

процесів та прогнозування їх розвитку в часі та просторі. Останнім часом спостерігається вдосконалення інформаційних систем епідеміологічного нагляду, з'явилися великі обсяги статистичних даних, доступних для аналізу, розроблені нові математичні підходи для їх обробки, збільшилась потужність електронно-обчислювальної техніки, що додало нові можливості для дослідження епідеміологічних даних прогнозування інфекційної захворюваності населення. Авторами накопичено певний досвід застосування різноманітних методів моделювання епідемічних процесів, результати якого викладені в даній роботі.

У **першій частині** монографії проаналізовано стан проблеми інтелектуального імітаційного моделювання популяційної динаміки, розглянуто основні принципи інтелектуального імітаційного моделювання і його класифікація, досліджено існуючі методи інтелектуального імітаційного моделювання систем популяційної динаміки. Виявлено та проаналізовано їх недоліки, серед яких можна виділити те, що в моделях передбачається, що всі індивіди однотипні і безперервно і рівномірно перемішуються на території, що моделюється, високу складність моделей та неможливість їх застосування до невеликих популяцій (в рамках міста чи області).

Проведено аналіз існуючих підходів в інтелектуальному мультиагентному моделюванні, розглянуто моделі і методи інтелектуального мультиагентного моделювання систем популяційної динаміки, які використовуються для розв'язання задачі прогнозування епідемічного процесу, виявлено обмеження існуючих інтелектуальних мультиагентних моделей епідемічного процесу систем популяційної динаміки. Серед основних недоліків існуючих моделей можна виділити їх високу

обчислювальну складність, розробку під конкретні території, фіксовані кроки дискретизації та низьку точність прогнозу.

Формалізовано клас епідемічних процесів популяційної динаміки, заснований на факторах та характеристиках, що впливають на динаміку популяції. Класу, що виділено, властиві наступні характеристики: циклічність епідемічного процесу, наявність нерегулярних підйомів і спадів захворюваності, сезонні та міжсезонні періоди. Таким чином, зроблено висновок, що при дослідженні епідемічного процесу цікавим є лише прогнозування епідемічного підйому, тобто періоду «*епідемія-спад*». Це пов'язано з тим, що динаміка процесу може поміняти правила розповсюдження після спалаху внаслідок вжитих протиепідемічних заходів, а також природного вимирання зараженої популяції.

**Частина 2** присвячено статистичним методам аналізу епідемічних процесів. Зокрема, розглянуто методи аналізу часових рядів, послідовностей упорядкованих у часі числових показників, що характеризують рівень стану і зміни досліджуваного явища. Надана характеристика часових рядів за формою подання рівнів, за відстанню між датами або інтервалами часу, за змістом показників тощо. Розглянуто поняття тренду, згладжування, помилки вимірювання, сезонності.

Описано метод ковзного середнього, що дозволяє виявити тенденції зміни фактичних значень параметра  $Y$  в часі і спрогнозувати майбутні значення  $Y$ . Отриману за допомогою методу модель можна ефективно використовувати у випадках, якщо для значень прогнозованого параметра спостерігається стала тенденція в динаміці. Основна ідея методу ковзного середнього полягає в заміні фактичних рівнів досліджуваного часового ряду їх середніми значеннями, щоб погашати

випадкові коливання. Таким чином, в результаті виходить згладжений ряд значень досліджуваного параметра, що дозволяє більш чітко виділити основну тенденцію його зміни.

Розглянуто моделі авторегресійного інтегрованого ковзного середнього (ARIMA), що є узагальненням моделі авторегресійного ковзного середнього. Ці моделі використовуються при роботі з часовими рядами для більш глибокого розуміння даних або передбачення майбутніх точок ряду. Зазвичай модель згадується як ARIMA (p, d, q), де p, d і q – цілі невід'ємні числа, що характеризують порядок для частин моделі (відповідно авторегресійної, інтегрованої і змінного середнього).

Окрему увагу приділено експоненціальному згладжуванню. Прогнози, отримані з використанням методів експоненціального згладжування, являють собою зважені середні значення минулих спостережень, при цьому ваги експоненціально зменшуються в міру того, як спостереження стають старше. Іншими словами, чим більше спостережень, тим більший зв'язок з вагою. Ця структура швидко генерує надійні прогнози і пропонує широкий діапазон часових рядів, що є значною перевагою і має важливе значення для застосунків в сфері охорони здоров'я.

**Третю частину** присвячено розробці інтелектуальної мультиагентної моделі епідемічних процесів систем популяційної динаміки, та методам інтелектуальної взаємодії агентів один з одним та з оточуючим середовищем.

Класичні епідемічні моделі не враховують багатьох чинників, що знижує точність моделювання та достовірність динаміки епідемічного процесу, що розглядається. Серед таких можна виділити: вертикальну передачу, векторну передачу, неоднорідність популяції, вікові групи населення, мінливу

інфекційність, неоднорідність навколишнього світу, набутий імунітет, тощо.

На підставі формалізованого класу епідемічних процесів розроблено універсальну інтелектуальну мультиагентну модель динаміки розповсюдження епідемічних процесів систем популяційної динаміки. Епідеміологічна модель заснована на концепції епідемічного процесу Л.В. Громашевського, згідно з якою, епідемічний процес існує при безперервній взаємодії трьох основних компонентів – джерела інфекції, механізму передачі і сприйнятливого організму.

Розглянуто задачу оптимального прийняття рішень агента: як агент може вибрати найкращу з можливих дій на кожному кроці часу, використовуючи свої знання про навколишній світ. Показник продуктивності, як правило, визначається користувачем (розробником агента) і відображає те, що користувач очікує від агента в задачі.

Розроблено програмну реалізацію інтелектуальної поведінки об'єктів мультиагентної системи за допомогою середовища NetLogo та мови програмування Prolog. Запропонована інформаційна технологія інтеграції декларативних мов із середовищем мультиагентного моделювання NetLogo може бути застосована для широкого кола завдань: експертні системи, автоматизація технологічних процесів з використанням робототехніки, системи екстреного реагування в надзвичайних ситуаціях, соціо-економічні моніторингові системи, тощо.

**В четвертій частині** формалізовано залежності в динаміці поведінки систем популяційної динаміки, максимально можливу кількість осіб популяції в залежності від вхідних даних, та зв'язок майбутніх та поточних станів системи.

Розглянуто низку перешкод при перевірці імітаційних моделей на точність та адекватність, а також при залученні експертів з області, що моделюється. Ці проблеми можуть бути успішно вирішені за допомогою використання моделей, заснованих на застосування нечітких лінгвістичних правил, які дозволяють враховувати невизначеності, пов'язані зі змінними, параметрами, граничними умовами і початковими станами і моделювати їх еволюцію, дотримуючись основних правил і закономірностей динаміки системи.

Розроблено лінгвістичну нечітку модель, що застосована до мультиагентної моделі, описаній в частині 3. Основна ідея такого підходу полягає в тому, що системна динаміка описується набором правил, які застосовуються ітеративно. Кожне правило передбачає вхід і вихід у вигляді нечітких множин або нечітких функцій. З емпіричного досвіду групи експертів можливо створити нечітку функцію належності для кожної змінної і/або параметра, а також лінгвістичні правила, які регулюють динаміку системи. Таким чином, нечітка модель складається з набору правил і відповідного логічного виводу кінцевого автомата.

Розроблену модель досліджено на хаотичність в сенсі Лі-Йорке. Дістав подальший розвиток метод інтелектуального аналізу популяційної динаміки, заснований на нечітких рекурентних моделях, що дозволяє оцінити можливість виникнення хаотичної динаміки системи, що моделюється. Визначено, що мінімальна кількість правил в інтелектуальній моделі системи популяційної динаміки Такагі-Сугено першого порядку для продукування хаосу дорівнює двом.

Дослідження профінансовано Міністерством охорони здоров'я України за рахунок державного бюджету, як фрагмент досліджень ДР №0118U000942 «Розробити науково



обґрунтовану систему епідеміолого-епізоотичного нагляду за інфекціями, спільними для людей і тварин, на прикладі сальмонельозу у контексті «Єдине здоров'я» та ДР №0118U000944 «Розробити науково обґрунтовану стратегію профілактики формування антибіотикорезистентності у збудників інфекцій, пов'язаних з наданням медичної допомоги, в лікувально-профілактичних закладах».

# **ЧАСТИНА 1.**

## **АНАЛІЗ МОДЕЛЕЙ ТА МЕТОДІВ МОДЕЛЮВАННЯ ЕПІДЕМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ**

Штучний інтелект – галузь комп'ютерної науки, що займається створенням комп'ютерних систем, які симулюють людське рішення проблемної поведінки з метою розуміння людського інтелекту [11].

Математичне моделювання – мультидисциплінарна галузь системної інженерії розробки програмного забезпечення та комп'ютерних наук, що спрямована на створення надійних методологій побудови комп'ютеризованих моделей з метою надання інструментів, які можуть допомогти людям у вивченні поведінки систем [12]. Хоча у кожній з цих дисциплін є своя основна задача, між ними існує багато перетинів і перехресного досвіду. В даній монографії моделювання розглядається як уявлення деяких фундаментальних і складних завдань, при вирішенні яких використовуються концепції і методи штучного інтелекту.

### **Глава 1. Моделі і методи інтелектуального імітаційного моделювання популяційної динаміки**

Для виділення класу імітаційних моделей необхідно попередньо визначити поняття моделі.

Модель – це система, дослідження якої служить засобом для отримання інформації про іншу систему, це спрощене уявлення реального пристрою і/або процесів та явищ, що перебігають в ньому [13].

Моделювання є основним методом досліджень у багатьох галузях знань і науково обґрунтованим методом оцінок

характеристик складних систем, що використовується для прийняття рішень в різних сферах соціальної діяльності. Системи, які існують і проектуються, можна ефективно досліджувати за допомогою математичних моделей, що реалізуються на сучасних електронних обчислювальних машинах (ЕОМ), які в цьому випадку виступають в якості інструменту експериментатора з моделлю системи [14].

Наприклад, будемо вважати, що існує певний об'єкт «реального світу», який цікавить дослідника, – цільовий об'єкт [15]. Необхідно створити модель цільового об'єкта, яка буде більш формалізованою для вивчення, ніж сам об'єкт. Передбачається, що висновки, зроблені про модель, будуть також застосовуватися і до цільового об'єкту, тому що структура моделі відповідає структурі реальної системи. Оскільки обчислювальні можливості обмежені, модель завжди буде простішою, ніж цільовий об'єкт [16].

При моделюванні соціальних процесів цільовий об'єкт завжди є динамічною сутністю, яка змінюється з перебігом часу і реагує на навколишнє середовище. Він має власну структуру і поведінку. Це означає, що модель також має бути динамічною. Опис моделі можливий в різних представленнях (математичні рівняння, логічні твердження, комп'ютерна програма), однак щоб дізнатися з представлення про динаміку процесів, що досліджуються, необхідно вивчити, яким чином модель розвивається з перебігом часу [17]. Одним із способів дослідження є застосування аналітичного підходу, який веде до отримання майбутньої структури моделі з опису за допомогою логіки або математичних методів [18].

Однак аналітичні рішення не завжди існують, а ті, що існують, не завжди просто знайти. Тоді застосовують імітаційне моделювання [19], яке є динамічним. Імітаційну

модель можна розглядати як множину правил (диференціальних рівнянь, карт станів, автоматів, мереж тощо), які визначають, у який стан система перейде в майбутньому із заданого поточного стану. Імітація тут – це процес «виконання» моделі, який проводить її через зміни стану у часі [20]. У загальному випадку для складних проблем, де час і динаміка важливі, імітаційне моделювання являє собою більш потужний засіб аналізу.

В аналітичних моделях відношення між моделлю і цільовим об'єктом виходять з представлення моделі [21]. Як показано на рис. 1.1, дослідник розробляє модель (наприклад, набір рівнянь) через абстракцію від соціальних процесів, що передбачаються, до прогнозованих даних. Ці рівняння будуть включати параметри, величини яких визначаються в процесі оцінки отриманих прогнозованих даних (на даному етапі, як правило, використовується статистичний пакет). Також при розробці моделі дослідник збирає деякі статистичні дані для оцінки адекватності отриманих прогнозів.

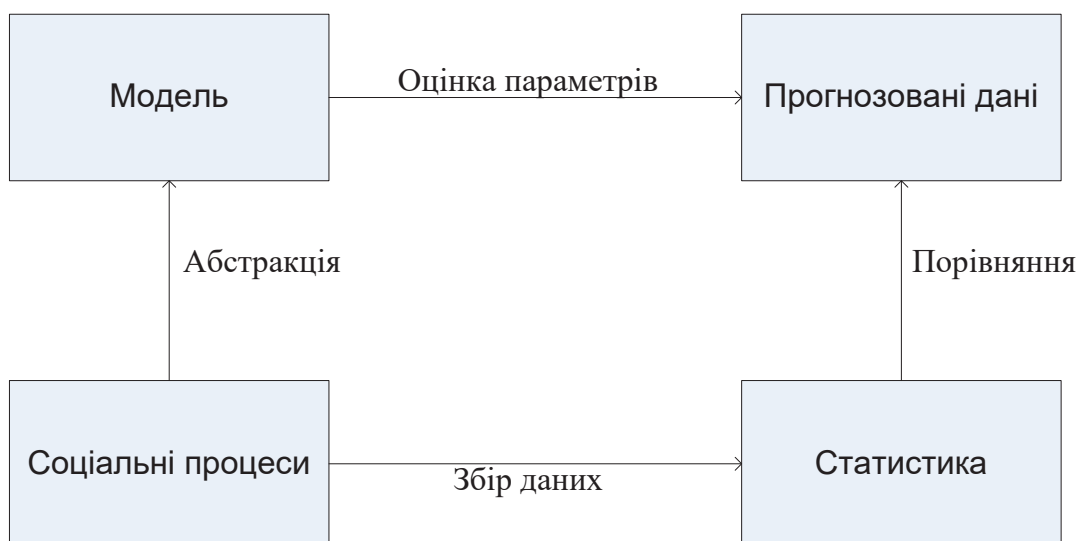


Рисунок 1.1 – Логіка аналітичного моделювання

Аналогічна логіка покладена в основу використання імітаційних моделей (рис. 1.2). Дослідник також розробляє модель, засновану на соціальних процесах, що передбачаються, однак на цей раз модель ґрунтується на комп'ютерній програмі, а не на дискретних рівняннях [22]. Модель «запускається», та її поведінка вимірюється, тобто використовується для генерації змодельованих даних. Отримані модельні дані потім порівнюються зі статистичними даними, щоб перевірити, чи отримуються за допомогою моделі результати, аналогічні реальним процесам.

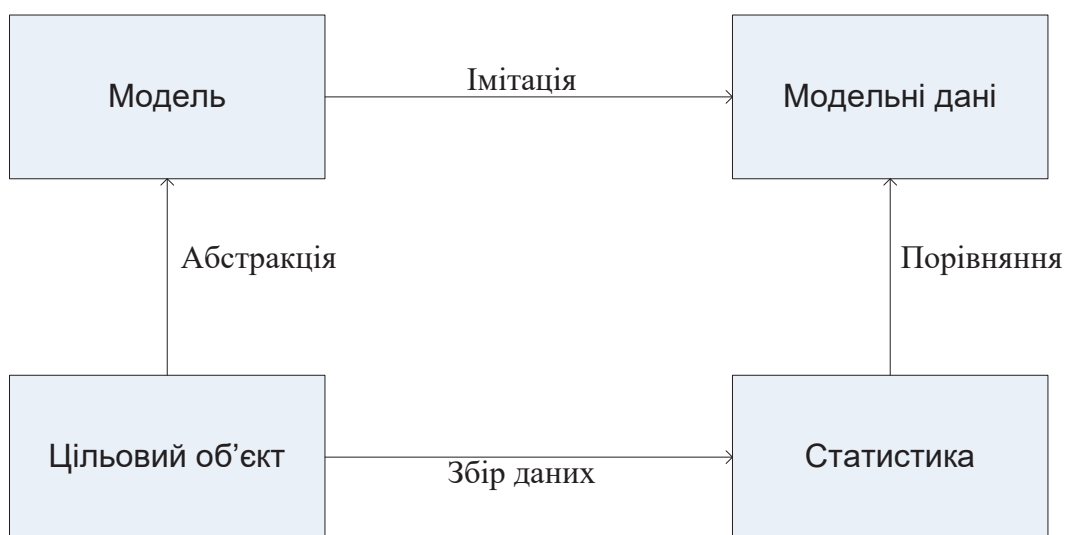


Рисунок 1.2 – Логіка імітаційного моделювання

Імітаційне моделювання можна розділити на чотири основні підходи [23]:

- системна динаміка;
- динамічні системи;
- дискретно-подієве моделювання;
- мультиагентне моделювання.

Системна динаміка (СД) була розроблена і запропонована Дж. Форрестером наприкінці 1950-х як «дослідження інформаційних зворотних зв'язків у промисловій діяльності

з метою показати, як організаційна структура, посилення (в політиках) та затримки (в прийнятті рішень та дій) взаємодіють, впливаючи на успішність підприємства» [24]. Додатки СД включають також соціальні, урбаністичні, екологічні системи. Процеси, що відбуваються в реальному світі, в СД представляються в термінах накопичувачів (наприклад, матеріальних об'єктів, знань, людей, грошей), потоків між цими накопичувачами, і інформації, яка визначає величину цих потоків. СД абстрагується від окремих об'єктів і подій і передбачає «агрегатний» погляд на процеси. Моделюючи із застосуванням підходу СД, структура і поведінка системи представляється як множина позитивних і негативних зворотних зв'язків і затримок, що взаємодіють [25]. Математично системно-динамічна модель – це система диференціальних рівнянь.

Динамічні системи моделювалися задовго до виникнення СД і є її прообразом. Моделювання динамічних систем використовується інженерами в механіці, електроніці, енергетиці, хімії як частина стандартного процесу розробки. Зазвичай при розробці систем управління для різних галузей використовують структурні схеми [26]. Відповідна математична модель, як і в разі СД, буде складатися з набору змінних стану і системи алгебро-диференціальних рівнянь над ними. На відміну від системної динаміки тут змінні стану природно безперервні, не є агрегатами дискретних об'єктів і мають прямий «фізичний» зміст: координата, швидкість, тиск, концентрація, тощо. Математична різноманітність і складність в динамічних системах можуть бути значно вище, ніж в системній динаміці, так що будь-яке завдання із застосуванням СД може бути вирішене інструментами для моделювання динамічних систем, і навіть з більш високою точністю (завдяки більш досконалим

чисельним методам). Однак, такі інструменти, розроблені під інженерні потреби, не є зручними для аналітиків системної динаміки.

В основі дискретно-подієвого моделювання покладена концепція заявок, ресурсів і потокових діаграм, що визначають потоки заявок і використання ресурсів. Цей підхід запропонований Дж. Гордоном, який в 1960-х придумав мову GPSS [27].

Заявки – це пасивні об'єкти, що представляють людей, деталі, документи, задачі, повідомлення тощо. Вони подорожують через потокові діаграми, стоячи в чергах, обробляючись, захоплюючи та звільняючи ресурси, розділяючись, з'єднуючись тощо. Існує близько сотні комерційних інструментів, що так чи інакше підтримують подібний підхід моделювання: деякі з них – загального призначення, більшість інструментів націлені на певні ніші: обслуговування, бізнес-процеси, виробництво, логістика і таке інше. Їх інтерфейси, призначені для користувача, можуть значно відрізнитися із-за спеціалізації, але за ними неодмінно стоїть більш-менш однакове дискретно-подієве ядро комп'ютерної програми, що виконує основні функції моделювання. Дискретно-подієву модель можна розглядати як глобальну схему обробки заявок, зазвичай зі стохастичними елементами [28].

За допомогою мультиагентного моделювання проводиться багато досліджень та розробок в різних галузях знань, наприклад, в штучному інтелекті, теорії складних систем, теорії ігор тощо. В науковій літературі відсутнє загальновизнане визначення, що таке агент. Досі існують різні думки про те, які якості повинен мати об'єкт, щоб називатися агентом: ініціативність і реактивність, орієнтація в просторі, здатність

навчатися, спілкуватися, інтелект тощо [29]. Однак всі мультиагентні моделі значно децентралізовані. На відміну від системної динаміки або дискретно-подієвих моделей тут немає такого місця, де поведінка системи в цілому визначалася б централізовано. Замість цього аналітик визначає поведінку на індивідуальному рівні, а глобальна поведінка виникає як результат діяльності багатьох (десятків, сотень, тисяч, мільйонів) агентів, кожен з яких дотримується власних правил, живе в загальному середовищі та взаємодіє із середовищем та іншими агентами [30]. Тому мультиагентне моделювання називають ще моделюванням від низу до верху. Мультиагентні моделі мають більш широкий спектр застосування і використовуються від фізичного рівня абстракції до стратегічного.

## **Глава 2. Сучасні підходи в мультиагентному моделюванні**

М. Н. Хухнс та М. П. Сінг вказують, що в цілому немає визначення того, що є «агентом», цей термін зазвичай використовується для опису автономних програм, які можуть контролювати свої дії на основі їх представлення про своє операційне середовище [31]. Програмування агентів стає важливим у соціальному моделюванні. Наприклад, в моделі П. Маеса [32] агенти будуються, щоб не упустити інформацію по мірі її надходження через Інтернет, та інформують користувача при знаходженні відповідних джерел. Агент отримує вказівку щодо тем, які вважаються цікавими, та постійно відстежує відомі джерела для елементів, встановлених в анкеті. Інші агенти будуються, щоб допомогти з електронним управлінням мережею, бізнес-процесами



та напрямком людей для більш ефективного використання програмного забезпечення.

Метою проектування агента є створення програм, які взаємодіють «інтелектуально» з їх навколишнім середовищем. Б. Чаїбдра і Ф. Дігнум стверджують, що програмне забезпечення агента знаходиться під сильним впливом теорії математичного моделювання реальних процесів, особливо розподіленого штучного інтелекту [33]. Останній вирішує задачі, пов'язані з властивостями і проектуванням мереж агентів, що взаємодіють один з одним. Наприклад, виявити як можна спроектувати групу агентів, де кожен має різний досвід і знання, щоб агенти даної групи взаємодіяли для вирішення поставленої задачі [34]. З урахуванням інтересу розподіленого штучного інтелекту в побудові мереж «інтелектуальних» агентів і дослідження їх властивостей в даній галузі існують методи для моделювання соціальних процесів [35].

Концепція мультиагентних систем, як правило, використовується для передачі природи характеру людської діяльності. При її застосуванні до агентів, як до об'єктів комп'ютерної моделі, обсяг мультиагентної системи значно менший реальних систем. Т. Рахвал зазначає, що комп'ютерні агенти зазвичай мають такі властивості [36]:

- 1) автономія – агенти працюють без інших осіб, які мають безпосереднє управління над їхніми діями і внутрішнім станом;
- 2) соціальні вміння – агенти взаємодіють з іншими агентами за допомогою якоїсь «мови» (комп'ютерної, а не природної);
- 3) реакційна здібність – агенти здатні сприймати навколишнє середовище (яке може бути фізичним світом,

віртуальним світом електронних мереж або світом, що моделюється та включає інших агентів) і взаємодіяти з ним;

4) ініціативність – аналогічно з взаємодією з навколишнім середовищем агенти також в змозі взяти на себе ініціативу для спільної участі в цілеспрямованій поведінці.

Агентам часто приписують властивість інтенціональності, тобто їх поведінка інтерпретується в термінах метафоричної лексики переконань, бажань, мотивів, емоцій – понять, які найчастіше застосовуються для людей, а не для комп'ютерних програм. Наприклад, в моделі, що запропонована Ю. Шохамом і К. Лейтоном-Брауном, агент, побудований для збору відповідних елементів зі стрічки новин статей, «намагався» знайти щось підходяще для користувача, «хотів» отримати найбільш відповідну статтю і «вважав», що статті на схожі теми також були б цікаві [37]. Необхідно розглядати властивість інтенціональності з точки зору моделювання: комп'ютерний агент не володіє інтенціональністю, але побудований так, щоб імітувати деякі аспекти людських намірів.

Агенти повинні ґрунтувати свої дії на знаннях про навколишнє середовище, яке включає і інших агентів [38]. Частина отриманої інформації може бути некоректною через неправильне сприйняття, помилкових висновків з отриманих даних або неповного знання. Така інформація зветься інформацією помилкового сприйняття [39].

З огляду на велику кількість переконань агенти можуть отримувати додаткову інформацію один від одного. Наприклад, вважаючи, що агент А нещодавно «з'їв» деяку «їжу», агент Б може зробити висновок, що місце, де знаходиться їжа, неподалік від місцезнаходження агента А. Однак такі висновки можуть містити помилки (агент А з'їв всю їжу).

Деякі агенти можуть мати здібність дізнатися про взаємозв'язки між іншими агентами в оточуючому їх світі [40], наприклад, що агент А нещодавно взаємодіяв з агентом В. На підставі таких фрагментів даних агенти можуть зібрати картину соціальних відносин в їхньому середовищі – тобто уявлення про «соціальну модель». Також агенти можуть отримувати уявлення про модель і в інших аспектах. Вони можуть розробити модель «географії» навколишнього середовища. Уявлення агентів про модель значно відрізняються від імітаційної моделі, що розробляється аналітиком.

Для того, щоб побудувати свої припущення про модель, агенту необхідний спосіб представлення своїх тверджень. Одним із популярних підходів є використання предикатної логіки для зберігання декларативних тверджень, таких як «Існує їжа в комірці 12», і формул, таких як «Якщо агент їсть в комірці X, то в комірці X існує їжа», де X – змінна, яка заповнюється в залежності від того, що агент бачить навколо себе.

Інший підхід, який може бути використаний окремо або в поєднанні з предикатною логікою [41], ґрунтується на семантичних мережах, в яких об'єкти і їх атрибути пов'язані один з одним, часто ієрархічно. Наприклад, агент може знати, що харчування є джерелом енергії, але також знати про декілька конкретних видів продуктів харчування з різними енергетичними рівнями і різними способами вилучення цієї енергії. Ці факти будуть пов'язані у вигляді деревовидної структури з найбільш загальними фактами про їжу в корені і більш конкретними фактами про різні типи їжі в її гілках.

Оскільки агенти будуються для того, щоб бути автономними, цілеспрямованими і брати участь у взаємодіях, то вони повинні мати необхідність задоволення деякою внутрішньою метою, такою, як виживання. Вживання, у свою

чергу, може вимагати виконання допоміжних цілей, таких як набуття енергії і уникнення смертельної небезпеки. Задачею проектувальника є вирішення питань, як дати зрозуміти агенту, які підцілі мають відношення до ситуації, що моделюється [42].

Також можуть бути труднощі в прийнятті рішення, як керувати кількома цілями, у яких може бути різна ступінь важливості і актуальності і які можуть конфліктувати між собою. Тому агент повинен мати якийсь спосіб визначення, чи призведе його поведінка до задоволення своїх цілей. Це можна реалізувати досить легко: наприклад, агент може бути запрограмований таким чином, щоб відступити, якщо він виявиться поруч з більш сильним або агресивним нападником. Такі прості продукційні правила, що приймають форму «Якщо агент знаходиться в стані X, то необхідно виконати дію Y», можуть бути дуже ефективними, якщо вони використовуються в комбінаціях, як показано у Л. Стілса [43]. Часто бажано, щоб агенти використовували більш складні правила планування своєї поведінки. Планування включає в себе роботу в зворотному порядку від бажаного результату: визначення, які дії призведуть до досягнення поставленої мети, в якому стані перед дією повинен знаходитись агент, який вплив приведе до такого стану тощо, до тих пір, поки агент не опиниться у своєму звичайному становищі. Дослідники розробили кілька складних планувальників, однак, як стверджує Р. А. Брукс, вони не є реалістичною моделлю людського планування, тому що значною частиною діяльності людини рухає рутинна реакція на особливості ситуації, а не точно розрахований план [44].

Всі мультиагентні моделі включають в себе деяку форму взаємодії між агентами, або, як мінімум, між окремими агентами і середовищем, в якому вони існують. У деяких моделях взаємодія може передавати тільки фактичний або ненавмисний

зміст. На відміну від модельного світу люди розмовляють з наміром спілкування з іншими людьми. Такі взаємодії повинні бути змодельовані з визначенням «мови» для спілкування. Були спроби створення комп'ютерних мов для комунікації між агентами (найбільш відомий приклад KQML [45]), але вони були розроблені для стислості, лаконічності, простоти впровадження і інших аналогічних характеристик, а не для моделювання соціальної взаємодії. По даній тематиці проведені наукові дослідження [46-49], однак моделювання людської мови залишається великою складністю і предметом для суперечок. Дж. Холлан, Є. Хутчінс і Д. Кірш стверджують, що існує відповідність між словами зі словника агента і середовищем, що його оточує [50]. Один із способів уникнення деяких з цих труднощів полягає в припущенні, що повідомлення проходять безпосередньо між агентами. В залежності від об'єкта таке припущення може значно спростити процес моделювання.

Окрім людської мови, важливим аспектом при моделюванні поведінки суспільства є емоції. Та хоча люди і переживають щастя, горе і гнів, питання про те, як вони можуть бути найкраще змодельовані, вивчалось мало, і до сих пір існують деякі питання про емоції, які варто уточнити [51-52]. Також одним з невирішених питань залишається взаємозв'язок між емоціями і цілями. Наприклад, якщо досягнення мети вдається, чи є це причиною щастя, або щастя є метою само по собі? Також емоції розглядають як форми сигналів управління, наприклад, якщо агент сумний через те, що не досяг мети, він скоректує мету, щоб стати щасливим. Тобто, як стверджує Т. Брош, емоційний стан мотивує зміну мети [53].

І. Райт каже, що емоції, по суті, епіфеноменальні, наприклад, агент щасливий, якщо інший агент мав успіх

у взаємодії з навколишнім середовищем, і засмучений, якщо чийсь плани не спрацювали [54].

Однак А. Хохшилд вважає, що жодна з цих теорій не підкреслює соціального наслідку емоцій, таких як очікування того, що ті, хто дотримується певних соціальних ролей, будуть залучені в «емоційну працю» шляхом надання утіх, підтримки тощо [55].

При моделюванні мультиагентних систем необхідно виділяти ті цілі, які важливі для об'єкта, що моделюється, і нехтувати тими, що не мають ключового значення.

Традиційний підхід теорії математичного моделювання до побудови агентів з когнітивними здібностями відомий як символна парадигма. Вона ґрунтується на гіпотезі про фізично-символьну систему, що сформульована А. Невеллом і Х. А. Саймоном [56] і маніпулює символами відповідно до символічно закодованих наборів інструкцій і здатна згенерувати інтелектуальну дію. Наприклад, агент може отримати символ «Привіт» в повідомленні від іншого агента і відреагувати відповідним чином. У такому випадку агент повинен розпізнати вхідний сигнал і мати можливість згенерувати відповідь, можливо, за допомогою співставлення зі зразком або правилом, яке свідчить, що відповідь «Чи можу я вам допомогти?» повинна бути відправлена щоразу, коли буде отримано сигнал «Привіт».

Проте символна парадигма породила велику кількість складних задач, що здаються невіршеними, хоча їх можна уникнути або звести до мінімуму в деяких конкретних застосуваннях. Ці проблеми можуть бути узагальнені як

– вразливість (система може добре працювати в конкретному контексті, однак не здатна успішно справлятися навіть з найменшими змінами параметрів);

– складність (деякі задачі, наприклад задачі планування, вимагають розробки алгоритмів високої складності);

– труднощі в рішенні деяких задач, які для людей проблеми не представляють (наприклад, застосування «здорового глузду» або будь-яких загальноприйнятих етичних норм).

Методами, які долають ці труднощі для мультиагентного моделювання, є:

- виробничі системи;
- об'єктно-орієнтований підхід;
- мова синтаксичного аналізу;
- методи машинного навчання тощо, описані Н. Гільбертом і К.С. Тріццем в роботі [39].

Більшість агентів у мультиагентних моделях використовують деякі системи правил, найпростішою з яких є продукційна система. Продукційна система має три компоненти:

- набір правил;
- робочу пам'ять;
- інтерпретатор правил.

Кожне правило складається з двох частин:

– частина умови, яка визначає, коли правилу варто запуститися;

– частина дії, яка визначає, при якому стані агента який вплив він повинен виконувати, якщо правило дотримується.

Наприклад, агент-робот може мати наступне правило: «Якщо (А) ваша рука піднята, та (Б) варто підняти об'єкт, та (В) предмет лежить на столі, тоді опустити руку». Перевірка чи задоволена умовна частина агента полягає в тому, щоб у робочій пам'яті агента проаналізувати стан положення руки, поточну мету агента та стан навколишнього середовища

[57]. Роботою частини дії агента є перевірка виконання умови правила та при необхідності виконання відповідної дії.

Основною перевагою продукційних систем те, що проектувальник не повинен заздалегідь знати послідовності виконання правил. На відміну від більш поширеного порядку виконання правил, який складається зі звичайних програм або блок-схем, агент може сам адекватно реагувати та розуміти, які правила варто виконувати в залежності від його робочої пам'яті, його минулого досвіду та стану навколишнього середовища. Також проектувальник системи повинен вирішити, що повинен робити інтерпретатор, якщо умовні частини декількох правил задоволені одночасно. Він може прийняти такі рішення: виконувати перше правило, умовна частина якого була задоволена; виконувати всі правила, які можуть бути виконані; або використовувати якусь іншу процедуру для розв'язання конфлікту. Останнє особливо важливо за умови, коли бази правил включають в себе правила, що відносяться до конкретних ситуацій, а також правила, які застосовуються в багатьох ситуаціях, у тому числі в тих, які охоплені більш конкретними правилами.

Природним способом програмування агентів є об'єктно-орієнтовані мови програмування. В їх контексті об'єктами є програмні структури, в яких можуть міститися як дані, так і процедури для роботи з ними.

В об'єктно-орієнтованому програмуванні дані зберігаються в слотах об'єктів, а процедури мають назву методи. Як стверджує Д. Кларк, в об'єктно-орієнтованих мовах програмування об'єкти створюються з шаблонів, які зветься класами, що визначають композицію об'єкта, дані, які об'єкт зберігає, і методи, які використовує [58]. Всі об'єкти, що належать одному і тому ж класу, мають аналогічні слоти



і методи, а значення даних різних об'єктів можуть відрізнятися. Класи мають ієрархічну структуру з класами-нащадками, що успадковують властивості і методи батьківських класів, а також додатково додають до них свої. Розглянемо, наприклад, імітацію пішохідного потоку через торговий центр, описану Д. Хелбінгом в роботі [59]. В системі може бути клас, що представляє структуру і процедури пішохода, що моделюється. Клас буде визначати слоти для зберігання даних, наприклад, розташування агента-пішохода і його поточний напрямок, і методи, що визначають, як варто рухатися. Цей основний клас агента може мати два класи-нащадки, один для поодиноких пішоходів і другий для пішоходів, що є частиною групи. Обидва успадкують від батьківського класу слоти, які описують місцезнаходження і напрямок руху, але другий клас-нащадок буде зберігати ще і слот зі списком пішоходів, які прямують з ним в групі. Клас для членів групи буде також мати загальний метод для руху в групі, наприклад, зменшити швидкість руху, якщо агент сильно відірвався від групи.

Перевагою об'єктно-орієнтованого підходу є те, що слоти можуть являти собою внутрішні стани агента (в тому числі його робочу пам'ять і правила, якщо він був розроблений як система виробництва), в той час як методи можуть реалізовувати інтерпретатор правил. Вказавши правила на рівні класу, всі агенти, що належать до цього класу, мають одні й ті ж правила, в той час як вміст їх пам'яті може відрізнятися один від одного. Крім того, об'єктно-орієнтований підхід призводить до корисних інкапсуляцій з кожним агентом, чітко помітним в рамках програми. Відповідність між об'єктно-орієнтованим підходом і мультиагентним моделюванням так близька, що практично всі мультиагентні моделі написані

з використанням об'єктно-орієнтованих мов програмування. Прикладами таких мов є C++ [60], Objective C [61], Lisp [62], Smalltalk [63], Java [64], C# [65].

У будь-якій мультиагентній моделі агент знаходиться в навколишньому середовищі. Що буде представляти із себе середовище, залежить від того, яка система моделюється. Якщо агенти є людьми, а не організаціями, то однією з головних функцій навколишнього середовища буде забезпечення просторового контексту. Кожен з агентів буде розташований в просторі, що моделюється, таким самим чином, як клітинні автомати розташовані на сітці. У багатьох моделях агенти можуть переміщатися в середовищі, і хоча просторовий світ найбільш поширений в моделюванні, існують також і інші варіанти представлення середовища. Наприклад, агенти можуть переміщатися через мережу вузлів або зв'язків.

Оскільки агенти розташовані в середовищі, вони мають потребу в датчиках, що сприймають їх місцезнаходження, а також деяких методах впливу на навколишнє середовище. Як правило, зв'язок між агентами проходить через навколишнє середовище, яке направляє повідомлення відповідному одержувачу. В цьому випадку агенти також повинні мати здібність отримувати повідомлення, що приходять з навколишнього середовища, а також відправляти їх в середу для подальшої передачі.

Також розробник моделі повинен вирішити, в якому порядку агентам має розподілятися обчислювальний час, в ідеалі всі агенти повинні працювати паралельно. Так як більшість моделей розроблені в послідовних, а не паралельних системах, бажана паралельна робота повинна бути змодельована окремо, як правило, шляхом циклічного програмного коду для кожного агента або шляхом вибору

наступного агента випадковим чином. Порядок, в якому відбувається звернення до агентів, може зробити істотний вплив на хід моделювання, якщо не буде вжито відповідних заходів обережності. Наприклад, в моделі, описаній М. А. Фішером [66], якщо агент А посилає повідомлення агенту Б, але агент Б запущений раніше агента А, то агент Б не отримає повідомлення від А до наступного кола циклу, за який повідомлення може перестати бути актуальним. У більшості випадків необхідним рішенням є буферизація повідомлень в межах навколишнього середовища. Протягом кожного часового кроку повідомлення від агентів збираються і зберігаються в навколишньому середовищі. На початку наступного часового кроку всі збережені повідомлення доставляються адресатам.

### **Глава 3. Прогнозування епідемічних процесів у системах популяційної динаміки**

У західній літературі введено поняття епідемічного моделювання (epidemic modeling) [67] для моделювання процесів і систем, поведінка яких схожа з динамікою розповсюдження захворюваності і виникнення епідемій. Такі моделі побудовані для аналізу поведінки популяції в соціальних мережах [68], побудови ботнетів [69], аналізу розповсюдження шкідливого програмного забезпечення в мережах різного типу [70-71], дослідження логістичних систем [72] та інших динамічних систем і процесів.

В охороні здоров'я та епідеміології такі моделі застосовуються для кількісної оцінки адекватності різних методів боротьби і профілактики, таких як ізоляційно-обмежувальні заходи, проведення вакцинації і вибір контингентів для імунізації, виявлення груп ризику

захворюваності та ін. [73], що необхідно для того, щоб органи охорони здоров'я могли прийняти найбільш раціональні і дієві заходи в боротьбі з інфекціями. Тільки правильно сформульовані математичні моделі дозволяють підійти до строгого вивчення всіх аспектів цієї проблеми, незалежно від того, чи йде мова про епідеміологічну діагностику, оцінку ефективності існуючих профілактичних та протиепідемічних заходів або про заходи, що плануються органами охорони здоров'я та санітарно-епідеміологічної служби.

Крім кількісних оцінок результатів тих чи інших видів динамічних систем, варто зазначити й інше важливе застосування математичних моделей – прогнозування [74]. Несподіване виникнення епідемічної поведінки в різних системах призводить до формування складної обстановки, що швидко змінюється. В умовах надзвичайної ситуації поспішні або хаотичні дії фахівців різних служб можуть негативно вплинути на організацію та реалізацію заходів боротьби з проблемою [75].

Слід наголосити на важливості застосування математичних методів у галузі охорони здоров'я, про що свідчать дані наукової літератури. Наприклад, одним з головних висновків спільних зборів фахівців Національної інженерної академії США (National Academy of Engineering) та Інституту медицини США (Institute of Medicine) була необхідність будувати сучасні підходи до боротьби з захворюваністю на основі співпраці між інженерами та епідеміологами [76]. В країнах СНД в рамках системної модернізації охорони здоров'я пропонується впровадження методів системного, кореляційного та регресійного аналізу, нейронних мереж та інших математичних методів в практику охорони здоров'я [77]. В Україні наказом Міністерства охорони здоров'я від 1998 р.

передбачена інформатизація сфери охорони здоров'я шляхом впровадження в неї комп'ютерних технологій [78].

Для того, щоб вибрати найкращий та актуальний спосіб моделювання розповсюдження захворюваності, розглянемо найбільш популярні та практично значущі з уже існуючих моделей.

Задача моделювання поведінки соціальних процесів відома давно, об'єктом моделювання служили епідемії. Початок застосування математичних методів при вивченні динамічних процесів був покладений в XVII ст. кількісною роботою Дж. Граунта і У. Петті, що склали «біллі про смертність в Лондоні» [79]. У своїй роботі, що ґрунтується на статистиці смертності в Лондоні, зібраній за двадцять років, вони оцінювали ймовірність загинути від того чи іншого виду захворювання [80].

Д. Бернуллі представив роботу з аналізу смертності від віспи. В ній за допомогою найпростішого математичного апарату, заснованого на диференціальних рівняннях, він оцінював ефективність профілактичних заходів [81]. Роботу Д. Бернуллі можна вважати першою моделлю розповсюдження захворюваності.

Наступним етапом розвитку моделювання соціальних процесів стали роботи У. Фарра [82]. Він вивчав і моделював статистичні показники смертності населення Англії (Уельсу) від епідемії натуральної віспи в 1837-1839 рр. і отримав математичні моделі показників «руху» епідемії натуральної віспи у вигляді статистичних закономірностей. Отримані моделі дозволили йому скласти прогностичну модель цієї епідемії. На початку XX ст. статистичний підхід У. Фарра у вивченні епідемій був переосмислений і потім розвинений в роботах Дж. Браунлі [83].

Принцип, який і досі лежить в основі епідемічного моделювання, заснований на диференціальних рівняннях, був сформульований В. Хамером в 1906 році [84]. Нехай  $x(t)$  – число індивідів з популяції, що моделюється, здорових і схильних до захворювання, а  $y(t)$  – число вже хворих (інфікованих) індивідів. Тоді зміну числа інфікованих індивідів з часом можна описати таким чином:  $\frac{dy}{dt} = \beta xy$ , де  $\beta$  – параметр, що визначає інтенсивність передачі інфекції.

Подальший розвиток моделі епідемічної поведінки динамічних процесів отримали з розвитком ЕОМ в 60-х – 70-х рр. ХХ століття. Більша частина існуючих моделей епідемічного процесу – безперервні, засновані на застосуванні апарату диференціальних рівнянь. В цих моделях динаміка процесу описується системою диференціальних рівнянь. В якості змінних станів виступають кількості об'єктів різного типу на території, що моделюється. Рішенням системи рівнянь є рівень процесу, що розглядається в кожний момент модельного часу. Подібні підходи в моделюванні активно використовуються і сьогодні [85-87].

Найбільш відомими серед цих моделей є моделі SIR і SEIR. Модель SIR була запропонована В. Кермаком і А. Мак-Кендриком в 1927 р. [88]. У цій моделі вся популяція на території, що моделюється, поділяється на групи: «Susceptible» – люди, сприйнятливі до певного впливу (S); «Infectious» – люди, під впливом певного процесу (I); «Recovered» – люди, які зазнали певного впливу, більш до нього не сприйнятливі (R). Враховуючи, що загальне число індивідів у популяції залишається незмінним, приріст числа людей в кожній з виділених груп можна описати за допомогою наступної системи рівнянь:

$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI, \frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I, \frac{dR}{dt} = \gamma I, \quad (1.1)$$

де  $\beta$  – інтенсивність контактів між індивідами,  $\gamma$  – інтенсивність переходу індивідів у стан  $R$ .

Існують модифікації моделі SIR, виконані для врахування особливостей того чи іншого процесу, що моделюється. У більшості випадків вони використовуються для моделювання динаміки епідемічного процесу захворюваності. Наприклад, для моделювання розповсюдження грипу підходить модель SEIR [89]. У ній до перелічених вище груп індивідів, що моделюються в моделі SIR, додається ще одна: «Exposed» – люди, захворювання у яких знаходиться в інкубаційному періоді (E). Тоді система рівнянь, що описує приріст числа хворих індивідів, буде

$$\frac{dS}{dt} = B - \beta SI - \mu S, \frac{dE}{dt} = \beta SI - (\varepsilon + \mu)E, \frac{dI}{dt} = \varepsilon E - (\gamma + \mu)I, \frac{dR}{dt} = \gamma I - \mu R, \quad (1.2)$$

де  $B$  – середній рівень народжуваності індивідів на території, що моделюється,  $\mu$  – середній рівень смертності індивідів на території, що моделюється,  $1/\varepsilon$  – середня тривалість інкубаційного періоду захворювання.

Завдяки своїй простоті моделі SIR і SEIR можуть реалізовуватися як в будь-якій системі комп'ютерної математики, так і на цільовій мові програмування [90]. Модель не вимагає великих обчислювальних витрат, і експерименти з нею можуть бути проведені на будь-якому персональному комп'ютері. Дж. Кауфманом, С. Едлундом і Дж. Дугласом створено навіть середовище моделювання STEM [91-92], в якому моделі SIR і SEIR вже реалізовані в різних варіантах і можуть бути використані після мінімальної настройки.

Система епідеміологічного нагляду за грипом та ГРЗ розвивалася в СРСР як частина міжнародної системи нагляду за грипом під егідою ВООЗ. З кінця 1950-х до 1970 р при Інституті вірусології ім. Д. І. Іванівського АМН СРСР діяв Всесоюзний центр з грипу та ГРЗ, основними завданнями якого були розробка і впровадження в практику методів ідентифікації вірусів грипу та інших гострих респіраторних інфекцій. В цю систему входило 30 великих міст країни, з яких в центр надходила інформація про результати лабораторних досліджень і про захворюваність населення на грип та ГРЗ за кожен декаду місяця [93].

У 1970 р функції Всесоюзного центру з грипу та ГРІ були передані знову організованому в 1967 р Всесоюзному інституту грипу Міністерства охорони здоров'я України. Перед колективом лабораторії загальної епідеміології та кібернетики в 1970 була поставлена задача розробити інформаційно-обчислювальну систему прогнозування епідемій грипу для території СРСР [94]. Опорні бази, список яких був розширено до 50 міст, представляв відомості про захворюваність в центр цілий рік щотижня, а столиці всесоюзних республік - щодня. У період епідемій грипу все опорні бази представляли в центр щоденні дані про захворюваність. Це дозволяло своєчасно, протягом декількох днів реєструвати початок епідемій грипу в країні і вводити в математичну модель епідемії необхідні щоденні дані. Для фіксації початку епідемії грипу в місті використовувалося вперше запропоноване поняття епідемічного порогу і його обчислення [95].

Найбільш широко відома сьогодні модель, запропонована академіком О. В. Барояном і професором Л. А. Рвачевим [96-97] і є однією з кращих детермінованих моделей епідемічної



поведінки динамічних систем, заснованих на диференціальних рівняннях. О. В. Бароян і Л. А. Рвачев застосовували модель для прогнозування розповсюдження захворюваності на грип. Модель Барояна – Рвачева можна умовно віднести до моделей типу SEIR, проте вона має ряд істотних відмінностей.

У ній виділені ті самі чотири групи індивідів, що і в моделі SEIR, але для опису прирощення числа людей в кожній з груп використовується наступна система нелінійних інтегродиференціальних рівнянь в частинних похідних [98]:

$$\frac{dS(t)}{dt} = -\frac{\lambda}{p(t)} S(t) \int I(t, \tau) d\tau, \frac{\partial E(t, \tau)}{\partial t} + \frac{\partial E(t, \tau)}{\partial \tau} = -\gamma(\tau) E(t, \tau),$$

$$\frac{\partial I(t, \tau)}{\partial t} + \frac{\partial I(t, \tau)}{\partial \tau} = \gamma(\tau) E(t, \tau) - \delta(\tau) I(t, \tau), \frac{dR(t)}{dt} = \int \delta(\tau) I(t, \tau) d\tau, \quad (1.3)$$

де  $t$  – календарний час розвитку епідемії,  $\lambda$  – середня частота передачі збудника від інфікованих хворих до чутливих індивідів,  $p$  – чисельність популяції;  $\tau$  – локальний час, що минув з моменту зараження індивіда;  $\gamma(\tau)$  – функція розвитку періоду інкубації;  $\delta(\tau)$  – функція розвитку інфекційного періоду.

Незважаючи на те, що модель створювалася для моделювання розповсюдження грипу, методологія її побудови може бути використана для моделювання розповсюдження більшості динамічних систем, що мають епідемічний характер [99]. Всі моделі типу SEIR мають недолік: для використання математичного апарату диференціальних рівнянь в моделях передбачається, що всі індивіди однотипні і безперервно і рівномірно перемішуються на території, що моделюється. Ця умова прийнятна в якості першого наближення, проте є надмірним спрощенням [100]. Більшість реальних популяцій мають вкрай складну структуру, обумовлену соціальним розшаруванням, різноманітністю

географічних умов і складними часовими і просторовими схемами переміщення. Моделі типу SEIR є повністю детермінованими і підходять тільки для оцінки поведінки дуже великих популяцій. Під час створення моделі Барояна–Рвачева реалізація стохастичних моделей стикалася з непереборними обчислювальними труднощами [101], що в даний час може бути успішно вирішено.

Перші спроби врахувати географічні чинники розповсюдження захворювання ґрунтувалися на тих саме принципах, що і модель SIR. Наприклад, в детермінованій моделі, розробленій Д. Кендаллом [102], передбачається існування нескінченного двовимірного континууму популяції, в якій на одиницю площі припадає  $\sigma$  індивідів.

Розглянемо область  $dS$ , оточуючу точку  $P$ , і припустимо, що кількість сприйнятливих, заражених і індивідів, що видужали, дорівнюють відповідно  $\alpha x dS$ ,  $\sigma y dS$  і  $\sigma z dS$ . Величини  $x$ ,  $y$  і  $z$  можуть бути функціями часу і положення, однак їх сума повинна дорівнювати одиниці. Тоді система рівнянь, що описує процес розповсюдження захворювання, матиме вигляд

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -\beta \alpha x \tilde{y}, \quad \frac{\partial y}{\partial t} = \beta \alpha x \tilde{y} - \gamma y, \quad \frac{\partial z}{\partial t} = \gamma y, \quad \tilde{y}(P, t) = \iint \lambda(PQ) y(Q, t) dS, \quad (1.4)$$

де  $\beta$  і  $\gamma$  – постійні коефіцієнти;  $\tilde{y}$  – просторово зважене середнє значення;  $dS$  – елемент площі, що оточує точку  $Q$ ;  $\lambda(PQ)$  – невід’ємний ваговий коефіцієнт.

У рамках методології SIR деяким чином вводиться множина комірок, усередині кожної з яких використовуються типові непросторові моделі (наприклад, SIR або SEIR), і за певним правилом допускається міграція індивідів

між комірками [103]. Розбиття основних груп індивідів в моделі SEIR на підгрупи, відповідні індивідам різного віку, є досить поширеним прийомом. Наприклад, в моделі М. Ейхнера, М. Швема, Х. Дуерра і С. Брокмана Influsim [104] розв'язується система з 1081 диференціального рівняння.

Інший напрямок удосконалення моделей типу SIR, крім реалізації просторових особливостей популяції, що моделюється, – це облік ймовірнісної природи епідемічних процесів. Наприклад, в роботі [105] розглядається модель Барояна – Рвачева, в якій величини S, E, I і R представлені у вигляді суми середнього по статистичному ансамблю значення і пульсації. Шляхом певних аналітичних перетворень отримана система рівнянь, що дозволяє визначити ймовірність того, що число хворих індивідів в кожний момент модельного часу перевищує задане граничне значення. Така модель на відміну від детермінованих моделей типу SEIR дозволяє визначити ризик певного сценарію розвитку епідемії і більш об'єктивно оцінити обмежені ресурси, необхідні для проведення протиепідемічних заходів.

Безперервні стохастичні моделі динамічних систем, що мають епідемічний характер, не обов'язково будуються на основі систем диференціальних рівнянь типу SIR. Існує ряд моделей [106-108], в яких кількість сприйнятливих до захворювання індивідів і кількість джерел інфекції представляються як випадкові процеси ( $X(t)$  і  $Y(t)$  відповідно). Наприклад, якщо частота контактів між індивідами дорівнює  $\beta$ , ймовірність появи в інтервалі  $\Delta t$  нового джерела інфекції буде дорівнювати  $\beta XY \Delta t$ . Якщо частота видалення з колективу заражених індивідуумів дорівнює  $\gamma$ , то ймовірність того, що в інтервалі  $\Delta t$  буде видалений один індивід, складе  $\gamma Y \Delta t$ . Тоді, якщо змінити часовий масштаб, перейшовши до  $\tau = \beta t$ ,

і позначити через  $\gamma/\beta = \rho$  відносну частоту видалення, то можна отримати наступне рівняння для функції ймовірностей:

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} = (y^2 - xy) \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} + \rho(1 - y) \frac{\partial P}{\partial y}. \quad (1.5)$$

Рішення подібних рівнянь викликає труднощі, тому стохастичні моделі такого типу не використовуються для розв'язання практичних задач моделювання розповсюдження захворювань [109]. У разі моделювання захворюваності для малих груп населення використовуються більш точні стохастичні моделі.

Припустимо, що  $u_t$  – кількість сприйнятливих індивідів в групі безпосередньо перед моментом  $t$  і що  $v_t$  – кількість індивідів, що заразилися в цей момент. Зручно визначити ймовірність достатнього контакту  $p=1-q$ , тобто ймовірність того, що будь-які два члена групи в будь-який момент часу будуть знаходитися в контакті, достатньому для появи нового джерела інфекції, якщо один з індивідів сприйнятливий до інфекції, а інший є джерелом інфекції. Тоді ймовірність того, що будь-який сприйнятливий індивід уникне зараження в момент  $t$ , дорівнює  $q^{v_t}$ , а ймовірність того, що він заразиться, –  $(1-q^{v_t})$ . Таким чином, умовна ймовірність появи  $v_{t+1}$ , нових випадків в момент  $(t+1)$  має біноміальний розподіл

$$P\{v_{t+1} | u_t, v_t\} = \binom{u_t}{v_{t+1}} (1 - q^{v_t})^{v_{t+1}} q^{v_t u_{t+1}}, \text{ де } u_t = u_{t+1} + v_{t+1}. \quad (1.6)$$

Цей процес визначається послідовністю біноміальних розподілів, звідки й походить його назва – ланцюгово-

біноміальний процес. Таку модель первісно використовували Л. Рід і В. Фрост [110], П. Грінвуд [111]. Недоліком моделі є те, що в ній не враховуються особливості передачі інфекції, пов'язані з соціальним розшаруванням і особливостями поведінки.

Ці особливості, а також інші обмеження традиційних моделей типу SIR можуть бути успішно враховані в сучасних дискретно-подієвих моделях. Найбільш перспективні дослідження щодо розповсюдження захворювань сьогодні проводяться за допомогою дискретно-подієвих моделей [112].

Найпростіша дискретно-подієва модель розповсюдження епідемічних процесів – клітинний автомат. Клітинний автомат – це набір комірок, що утворюють деяку періодичну решітку із заданими правилами переходу, що визначають стан клітини в наступний момент часу через стан клітин, які знаходяться від неї на відстані, що не більше деякого, в поточний момент часу [113].

Перші спроби використання клітинних автоматів для моделювання розповсюдження захворювань були зроблені Н. Бейлі [79]. Він розглядав квадратну решітку, кожен вузол якої зайнятий одним індивідом. В один із вузлів він поміщав джерело інфекції і розглядав такий процес, в якому небезпеці зараження піддаються тільки індивіди, що безпосередньо примикають до якого-небудь джерела інфекції. На кожному часовому кроці такої моделі захворювання з певною ймовірністю може бути передано від хворого індивіда до одного з сприйнятливих сусідів. Як правило, використовується решітка обмеженого розміру. Стани індивідів у такій моделі зазвичай відповідають моделям типу SEIR: сприйнятливі індивіди («Susceptible») при достатньому контакті з хворим («Infectious») переходять в стан інкубаційного періоду захворювання («Exposed»),

після закінчення якого також стають хворими. Хворі індивіди з часом одужують («Recovered») і, або залишаються в цьому стані, або переходять в стан «Susceptible».

Найбільший внесок в розвиток моделювання динамічних систем з епідемічною поведінкою в останні роки зробили популяційні моделі [114]. Популяційні моделі – це дискретно-подієві моделі, в яких усі індивіди, що моделюються, явно розділені на соціальні групи, які формуються з урахуванням віку індивідів, у детальних моделях може враховуватися рід занять індивіда. Розповсюдження інфекції між індивідами може статися тільки в рамках однієї «контактної» групи. Кожен день в моделі індивіди в залежності від своєї соціальної групи формують певні контактні групи, в яких від хворого індивіда захворювання може передаватися здоровому. Контактні групи визначаються характерною структурою суспільства, яка буде залежати від території, що моделюється.

Розглянемо структуру контактних груп однієї з перших популяційних моделей І. Лонгіні, М. Халоррана, А. Нізама і Я. Янга [115]. В ній популяція з 10 000 осіб була розбита на п'ять спільнот по 2000 осіб. Кожна така спільнота включала в себе по чотири райони, одну середню школу і дві початкові. В кожному районі перебувало кілька сімей («С»), дитячих садків («ДС») та ін. Кожне з таких місцезнаходжень (локацій) й утворювало контактну групу. В залежності від свого віку індивід брав участь у деяких з них (наприклад, школяр відвідував локацію «сім'я» та «школа» тощо). Тип локації також визначав ймовірність передачі інфекції від хворого індивіда до сприйнятливого.

Стадії перебігу захворювання в популяційних моделях зазвичай відповідають виділенням в моделі SEIR. Час в популяційних моделях рухається з фіксованим кроком

дискретизації, в якості якого зазвичай вибирають 24 години або 12 годин. На кожному кроці аналізується, які локації відвідував кожен індивід та аналітично розраховується ймовірність його зараження за минулий проміжок часу. Для розрахунку ймовірності використовуються складні формули, що враховують багато чинників, такі як, наприклад, тип локації, що відвідується: число хворих індивідів, одночасно присутніх в одній локації, наявність вакцинації індивіда тощо.

Існують популяційні моделі [116, 117], що відрізняються одна від одної в основному структурою популяції, що моделюється (контактні групи) та формулою для розрахунку ймовірності передачі інфекції сприйнятливому індивіду. На основі найбільш вдалих з них були створені системи підтримки прийняття рішень [118] та середовища моделювання [119]. Найбільше з них середовище FluTE [120] дозволяє побудувати сценарії розповсюдження захворювання по території США на основі призначених для користувача налаштувань з урахуванням авіаперельотів та міграцій індивідів.

Популяційні моделі і середовища моделювання дозволяють найкращим з доступних на теперішній час чином промоделювати розповсюдження інфекції у великих популяціях з урахуванням їх географічних і соціальних особливостей. Так, популяційні моделі зберігають ймовірнісний характер розповсюдження захворювання, враховують структуру спільноти, що моделюється, та, завдяки аналітичному розрахунку ймовірності достатнього контакту, вимагають обмеженої кількості обчислювальних ресурсів. Однак саме формула для розрахунку ймовірності достатнього контакту – основне джерело похибок в роботі популяційної моделі [121]. Досить великий крок дискретизації в 12 годин та необхідність калібрування коефіцієнтів, які використовуються в цій формулі,

можуть привести до того, що результати роботи популяційної моделі прийнятної точності для дуже великих популяцій будуть вже непридатними для моделювання популяцій середньої та малої чисельності. Під калібруванням мається на увазі процес тонкого настроювання наборів початкових даних таким чином, щоб забезпечити максимальне наближення результатів розрахунку до даних натурних вимірювань. Подолати ці складності дозволяє розширення популяційних моделей – мультиагентні моделі розповсюдження захворювань.

Мультиагентні моделі розповсюдження епідемічного процесу схожі на популяційні. В якості агентів у таких моделях розглядаються індивіди, що формують популяцію, кожен агент має індивідуальні властивості, наприклад, вікову групу. В моделі певним чином описується перебіг захворювання у кожного агента, наприклад, на основі станів, запропонованих в моделі SEIR. Так само, як і в популяційних моделях, на основі соціальної структури популяції, що моделюється, формуються контактні групи, між якими переміщуються агенти та в яких один агент може передати захворювання іншому. Більшість мультиагентних моделей, так само як і популяційні – дискретно-подієві.

Основна відмінність мультиагентних від популяційних моделей розповсюдження захворювань полягає в тому, що вони децентралізовані. В популяційних моделях визначений фіксований проміжок часу, через який в моделі виникає подія обробки всіх переміщень індивідів, що відбулися з попередньої такої події, можливих передач інфекції тощо. При цьому вся ця обробка ведеться централізовано і за певними аналітичними формулами, що визначають ймовірність тих чи інших змін в моделі. В мультиагентних моделях така обробка відсутня. Кожен агент як активний об'єкт самостійно



породжує всі події, пов'язані з його переміщеннями між різними локаціями, розповсюдженням захворювання, розвитком захворювання та інше [122]. Кожна така подія включає в себе набір нескладних дій, однак навіть при невеликих популяціях агенти породжують тисячі подій, обробка яких вимагає чималих обчислювальних ресурсів.

Сьогодні мультиагентні моделі розповсюдження захворюваності є найбільш перспективними. Вони не мають явних обмежень, по всьому світу ведеться активна розробка подібних моделей. Наприклад, в США за підтримки Національного інституту загальноомедичних наук США (National Institute of General Medical Sciences) організовано великий проект MIDAS [123], спрямований на розробку і вивчення мультиагентних моделей розповсюдження захворювань.

Жоден інший підхід до моделювання розповсюдження захворювань не дає таких широких можливостей, як мультиагентний. Такі моделі добре підходять для створення систем підтримки прийняття рішень, мультиагентна модель, побудована для одного захворювання, може бути ефективно доповнена і для моделювання інших інфекційних захворювань. Тому в даній роботі для створення початкової версії універсальної імітаційної моделі розповсюдження епідемічного процесу обрано мультиагентний підхід.

Незважаючи на те, що мультиагентні моделі розповсюдження захворювань тільки починають розроблятися, на цю тему вже опублікований ряд робіт. Розглянемо вже реалізовані моделі.

Одні з перших мультиагентних моделей епідемічного процесу були реалізовані в Японії. Однак їх проектування ускладнювало їх практичне застосування. Модель [124], реалізовану Х. Дегучі та іншими, можна розглядати

як демонстрацію мультиагентного підходу, так як, не дивлячись на те, що в ній досить докладно відображені процеси розвитку інфекції в організмі людини, була використана сильно спрощена структура навколишнього середовища, яка включала лише кілька видів локацій. Крім того, для створення моделі застосовувалося нове середовище мультиагентного моделювання SOARS [125]. Ця система моделювання включає в себе тільки базові засоби проектування мультиагентних моделей, тому в розробленій системі існують деякі обмеження. Наприклад, вона підтримує тільки дискретно-подієві мультиагентні моделі з фіксованим кроком дискретизації.

Також в Японії Ю. Окхусо і Т. Суговара була побудована мультиагентна модель розповсюдження захворювання з повітряно-крапельним шляхом передачі [126], що включає деталізацію переміщення агентів за допомогою громадського транспорту. Були використані реальні розклади поїздів, автобусів, враховані способи передачі інфекції в таких місцях від агента до агента. Однак реалізація настільки детальної моделі через брак обчислювальних ресурсів дозволила проектувальникам промоделювати розповсюдження хвороби лише в дуже малій популяції. В роботі [126] була отримана тільки одна реалізація випадкового процесу, що визначається моделлю, на підставі якої неможливо зробити адекватні висновки. Великим недоліком моделі є те, що вона розроблена для конкретного регіону Японії, і перенести її на іншу територію вкрай складно.

Т. Дас, А. Савачкін і Ю. Жу розробили мультиагентну модель [127], яка не поступається за своїми можливостями детальним популяційним моделям розповсюдження захворювань. В моделі детально відображено структуру суспільства, соціальні характеристики агентів, особливості

розповсюдження інфекції, що моделюється, заходи боротьби з розвитком епідемії тощо. Дана модель хоч і є однією з найбільш розвинених мультиагентних моделей розповсюдження захворювань, однак її можна розглядати тільки як проміжний етап між популяційними і мультиагентними моделями.

Таким чином, поки ще не існує моделі розповсюдження епідемічного процесу, в якій були б повністю реалізовані всі можливості мультиагентного підходу до імітаційного моделювання.

#### **Глава 4. Епідемічні процеси як об'єкти популяційної динаміки**

Моделювання епідемічного процесу є інструментом, який застосовується для вивчення механізмів розповсюдження хвороб на популяційному рівні, прогнозування можливого зростання розвитку спалаху захворюваності, оцінки обґрунтованості та раціональності стратегій боротьби з епідемією.

Виділяють наступні типи моделей епідемічного процесу:

– *стохастична модель* є інструментом для оцінки ймовірнісних розподілів потенційних результатів, допускаючи випадкову зміну в одному або декількох вхідних даних з перебігом часу. Стохастичні моделі залежать від випадкових варіацій ризику виникнення та розповсюдження захворювань.

– при роботі з великими популяціями часто застосовуються *детерміновані математичні моделі*. У детермінованій моделі індивіди в популяції розподіляються на різні підгрупи, кожна з яких представляє собою конкретний етап епідемії.

Коефіцієнти переходу з одного класу в інший математично задаються похідними, а модель описується відповідними диференціальними рівняннями. При створенні таких моделей передбачається, що функція зміни чисельності населення диференційована за часом, а епідемічний процес є детермінованим. Іншими словами, зміна чисельності населення розраховується, використовуючи тільки передісторію, використану при оцінці параметрів моделі.

Найпростіше визначення епідемічної динаміки розглядає загальну чисельність населення в системі як фіксовану, що складається з  $N$  індивідів і ігнорує будь-який інший демографічний процес (міграції, народження і т.д.). Однією з найпростіших спроможних компартиментацій є модель SIS з двома можливими переходами: перша, позначена  $S \rightarrow I$ , зустрічається, коли сприйнятливий індивід взаємодіє з інфікованим індивідом і заражується. Другий перехід, позначений  $I \rightarrow S$ , відбувається, коли інфекційний індивід відновлюється після хвороби і повертається в пул сприйнятливих індивідів.

Модель SIS передбачає, що хвороба не надає імунітету, і люди можуть бути інфіковані знову і знову, піддаючись циклу  $S \rightarrow I \rightarrow S$ , який за певних умов може підтримуватися назавжди.

Ще однією базовою моделлю є класична SIR-модель з трьома станами. У моделі SIR перехід  $I \rightarrow S$  процесу SIS замінюється на  $I \rightarrow R$ , що відбувається, коли інфекційний індивід відновлюється після хвороби і вважається, що він придбав постійний імунітет або був видалений (наприклад, помер).

Класичні епідемічні моделі не враховують багатьох чинників, що знижує точність моделювання та достовірність динаміки епідемічного процесу, що розглядається.

Серед таких факторів можна виділити наступні:

– *вертикальну передачу*. У випадку деяких захворювань, таких як ВІЛ-інфекція та гепатит В, можливо, що потомство інфікованих батьків народиться інфікованим. Ця передача хвороби від предка зветься вертикальною трансмісією. Поява додаткових членів в категорію інфікованих можна розглядати в рамках моделі, включивши частку новонароджених членів в інфікованій комірці середовища [128];

– *векторну передачу*. Хвороби, що передаються від людини або тварини до людини через переносника, тобто поширення малярії за допомогою комарів або хвороби Лайма через іксодових кліщів, передаються через вектор. У цих випадках інфекція переноситься від людини до переносника, а модель епідемії повинна включати обидва види, як правило, тих, що потребують набагато більше властивостей, ніж модель для прямої передачі [129];

– *неоднорідність популяції;*

– *вікові групи населення;*

– *мінливу інфекційність*. В результаті сезонності або інших факторів, що впливають;

– *неоднорідність навколишнього середовища;*

– *імунітет, набутий за допомогою вакцинації.*

Для виключення даного недоліку і обліку викладених факторів пропонується застосування інтелектуального мультиагентного підходу до моделювання епідемічного процесу систем популяційної динаміки. Для цього необхідно виділити клас моделей епідемічного процесу серед моделей популяційної динаміки.

Епідемічному процесу властиві наступні характеристики:

*циклічність (періодичність) епідемічного процесу* – це підвищення або зниження захворюваності населення, що регулярно повторюються в багаторічній динаміці. Більшість

проявів циклічності пояснюється інфекційно-імунологічними відносинами популяцій. Збільшення сприйнятливої прошарку за рахунок народжуваності та міграції визначає формування збудника з більш високим епідемічним потенціалом і наростанням захворюваності. Активізація епідемічного процесу в свою чергу супроводжується збільшенням прошарку імунних, які знижують епідемічний потенціал збудника і визначають спад захворюваності ще до вичерпання прошарку сприйнятливих. Виявлення багаторічної циклічності має важливе значення для вироблення прогнозів захворюваності та розробки раціональних профілактичних заходів;

*нерегулярні підйоми і спади захворюваності* в багаторічній динаміці виникають у зв'язку з епізодичними змінами в соціальних і природних факторах. Ці зміни сприяють формуванню збудників з високим епідемічним потенціалом, що тягне за собою розвиток епідемічних спалахів або епідемій. Епідемії розвиваються в період війн, після стихійних лих, при упущеннях в проведенні високоефективних протиепідемічних заходів. Будь-які виражені міграційні процеси супроводжуються розвитком епідемій.

Річна динаміка захворюваності характеризується регулярними підвищеннями і зниженнями захворюваності, так званими *сезонними і міжсезонними періодами*. Інтервал, що включає перший місяць сезонного підйому захворюваності в одному році, і місяць, що передує новому сезонному підвищенню захворюваності в наступному році, називається епідемічним роком. При розгляді різних епідемічних процесів виділяється різна сезонність. Наприклад, зазвичай говорять про зимову сезонність аерозольних інфекцій і літню сезонність кишкових інфекцій, під час розгляду вірусного маркетингу в мережі Інтернет спостерігається осінньо-весняна сезонність

тощо. Однак конкретні прояви сезонності індивідуальні для різних форм епідемічного процесу, а в межах окремих форм вони індивідуальні для різних територій і для окремих груп популяції на одній і тій самій території. Сезонність – одне з найбільш виразних проявів фазності розвитку епідемічного процесу. Саме тут легко виявляються міжепідемічний і епідемічний періоди, пов'язані з фазами резервації збудника і його епідемічного розповсюдження.

У річній динаміці захворюваності, крім сезонних епідемій, що періодично повторюються, розвиваються епідемії, що не мають регулярної повторюваності або характеризуються тими чи іншими відносно локальними проявами. Межі між цими поняттями відносні, оскільки сезонна епідемія супроводжується збільшенням кількості уражених популяцій в кожному з них.

При прогнозуванні виділяють три типи прогнозів: коротко-, середньо- і довгостроковий. При цьому експертам, які досліджують епідемічний процес, цікаво лише прогнозування епідемічної спалаху, тобто періоду «**епідемія-спад**» [130]. Це пов'язано з тим, що динаміка процесу може поміняти правила розповсюдження після спалаху внаслідок вжитих протиепідемічних заходів, а також природного вимирання зараженої популяції.

## ЧАСТИНА 2.

# ЗАСТОСУВАННЯ СТАТИСТИЧНИХ МЕТОДІВ ДО МОДЕЛЮВАННЯ ЕПІДЕМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

### Глава 5. Аналіз часових рядів

Часовий ряд (ЧР) – це послідовність упорядкованих у часі числових показників, що характеризують рівень стану і зміни досліджуваного явища [131].

Будь-який часовий ряд включає два обов'язкові елементи: по-перше, час і, по-друге, конкретне значення показника, або рівень ряду. Часові ряди розрізняються за такими ознаками:

– за часом – моментні і інтервальні.

Інтервальний ряд – послідовність, в якій рівень явища відносять до результату, накопиченому або знову зробленому за певний інтервал часу (рис. 2.1), (табл. 2.1). Такі, наприклад, ряди показників захворюваності на певну хворобу на певній території по місяцях року, кількості пацієнто-днів у відділенні лікарні по окремим періодам (місяцям, кварталам, півріччям, рокам).

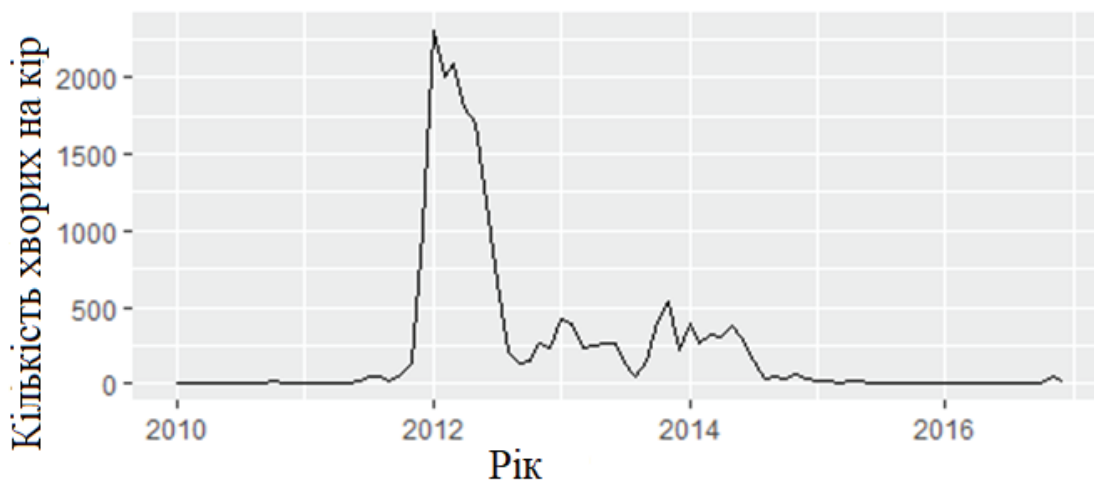


Рисунок 2.1 – Приклад інтервального ряду



Таблиця 2.1 – Приклад інтервальних часових рядів

Дата	Кількість	Дата	Кількість
Січень 2010	0	Вересень 2010	6
Лютий 2010	0	Жовтень 2010	14
Березень 2010	2	Листопад 2010	10
Квітень 2010	0	Грудень 2010	0
Травень 2010	1	Січень 2011	0
Червень 2010	0	Лютий 2011	1
Липень 2010	0	Березень 2011	0
Серпень 2010	6	Квітень 2011	1

Якщо ж рівень ряду характеризує досліджуване явище в конкретний момент часу, то сукупність рівнів утворює моментний ряд. Прикладами моментних рядів можуть бути послідовність показників чисельності населення на початок року, кількість ліжок у лікарні на 1 грудня або 1 червня, за кілька років, величина запасу доз вакцини на початок періоду тощо. Важлива відмінність моментних рядів від інтервальних полягає в тому, що сума рівнів інтервального ряду дає цілком реальний показник, сума ж рівнів моментного ряду іноді і підраховується, але реального змісту, як правило, не має;

– за формою подання рівнів – ряди абсолютних, відносних і середніх величин;

– за відстанню між датами або інтервалами часу виділяють повні і неповні часові ряди. Повні ряди мають місце, коли дати реєстрації або закінчення періодів розташовані один за одним з однаковими інтервалами, неповні – коли рівні інтервали не дотримуються;

– за змістом показників – ряди часткових і агрегованих показників. Часткові показники характеризують досліджуване явище односторонньо, ізольовано. Наприклад, середньодобова

захворюваність на грип дає можливість оцінити динаміку епідемічного процесу, чисельність громадян, які звернулись до лікаря [132].

Існують дві основні мети аналізу часових рядів:

- визначення природи ряду;
- прогнозування (передбачення майбутніх значень часового ряду по теперішнім і минулим значенням).

Обидві ці цілі вимагають, щоб модель ряду була ідентифікована і, більш-менш, формально описана. Як тільки модель визначена, ви можете з її допомогою інтерпретувати отримані дані. Не звертаючи уваги на глибину розуміння і справедливість теорії, можливо екстраполювати ряд на основі знайденої моделі, тобто передбачити його майбутні значення.

Як і більшість інших видів аналізу, аналіз часових рядів передбачає, що дані містять систематичну складову (зазвичай включає кілька компонент) і випадковий шум (помилку), який ускладнює виявлення регулярних компонент. Більшість методів дослідження часових рядів включає різні способи фільтрації шуму, що дозволяють побачити регулярну складову більш чітко [133].

Більшість регулярних складових часових рядів належить до двох класів: вони є або трендом, або сезонною складовою. Тренд – це загальна систематична лінійна або нелінійна компонента, яка може змінюватися в часі [134]. Сезонна складова – це компонента, що періодично повторюється [135]. Обидва ці види регулярних компонент часто присутні в ряді одночасно. Наприклад, захворюваність на грип може зростати з року в рік, але вона також містить сезонну складову (як правило, 95% річної захворюваності на грип в Україні припадає на листопад-березень).

Не існує «автоматичного» способу виявлення тренду в часовому ряді. Однак якщо тренд є монотонним (стійко зростає або стійко убиває), то аналізувати такий ряд зазвичай неважко. Якщо часові ряди містять значну помилку, то першим кроком виділення тренду є згладжування [136].

Згладжування завжди включає деякий спосіб локального усереднення даних, при якому несистематичні компоненти взаємно погашають один одного. Найзагальніший метод згладжування – метод ковзного середнього, про який ми поговоримо у наступній главі. Замість середнього можна використовувати медіану значень. Основна перевага медіанного згладжування, в порівнянні зі згладжуванням ковзним середнім, полягає в тому, що результати стають більш стійкими до викидів. Таким чином, якщо в даних є викиди (пов'язані, наприклад, з помилками вимірювань), то згладжування медіаною зазвичай призводить до більш гладкої кривої, в порівнянні з ковзним середнім. Основний недолік медіанного згладжування в тому, що при відсутності явних викидів, він призводить до більш «зубчастих» кривих і не дозволяє використовувати ваги.

Рідше, коли помилка вимірювання дуже велика, використовується метод згладжування методом найменших квадратів [137], зважених відносно відстані або метод негативного експоненціально зваженого згладжування. Всі ці методи фільтрують шум і перетворюють дані в відносно гладку криву. Ряди з відносно невеликою кількістю спостережень і систематичним розташуванням точок можуть бути згладжені за допомогою кубічних сплайнів [137].

Монотонні часові ряди можна добре наблизити лінійною функцією. Якщо ж є явна монотонна нелінійна компонента, то дані спочатку слід перетворити, щоб усунути нелінійність.

Зазвичай для цього використовують логарифмічне, експоненціальне або поліноміальне перетворення даних.

Періодична і сезонна залежність (сезонність) являє собою інший загальний тип компонент часового ряду. На прикладі на рисунку 2.2 наведено щоденну захворюваність на сальмонельоз в Харківській області. Кожне спостереження дуже схоже на сусіднє; додатково, є повторювана сезонна складова, це означає, що кожне спостереження також схоже на спостереження, що були в тому ж самому місяці минулого року.

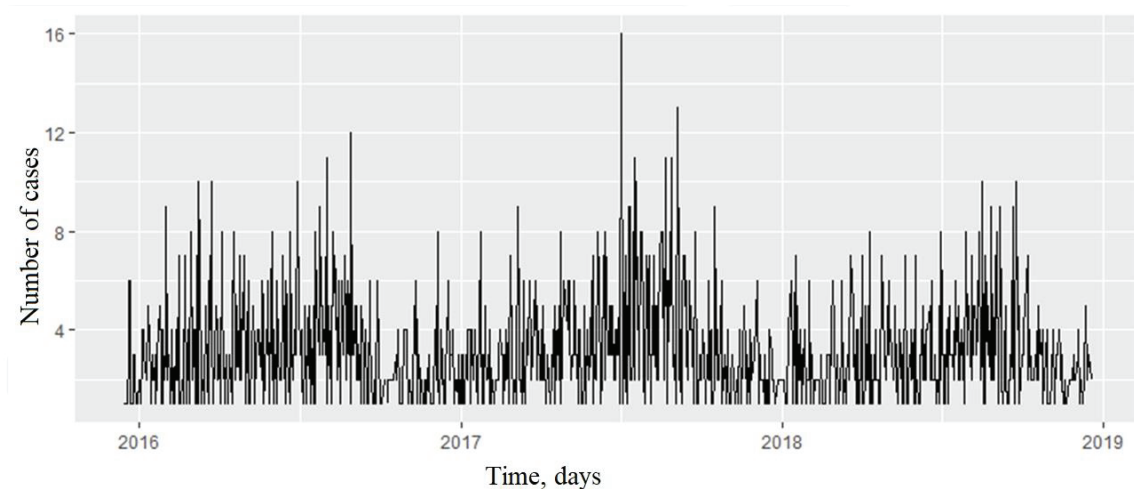


Рисунок 2.2 – Захворюваність на сальмонельоз в Харківській області

Загалом, періодична залежність може бути формально визначена як кореляційний залежність порядку  $k$  між кожним  $i$ -м елементом ряду і  $(i-k)$ -м елементом [138]. Її можна виміряти за допомогою автокореляції (тобто кореляції між самими членами ряду);  $k$  зазвичай називають лагом (іноді використовують еквівалентні терміни: зрушення, запізнювання). Якщо помилка вимірювання не дуже велика, то сезонність можна визначити візуально, розглядаючи поведінку членів ряду через кожні  $k$  часових одиниць.

Сезонні складові часового ряду можуть бути знайдені за допомогою корелограмми [139]. Корелограма (автокорелограма) показує чисельно і графічно автокореляційну функцію, іншими словами коефіцієнти автокореляції (і їх стандартні помилки) для послідовності лагів з певного діапазону. На корелограммі зазвичай відзначається діапазон в розмірі двох стандартних помилок на кожному лазі, проте зазвичай величина автокореляції цікавіша, ніж її надійність, тому що інтерес в основному представляють дуже сильні автокореляції, що говорить про їх значущість.

## **Глава 6. Прогнозування методом ковзного середнього**

Одним з найбільш поширених методів аналізу часових рядів є метод ковзного середнього. Даний метод широко використовуються для згладжування і прогнозування часових рядів, оскільки дає чіткіші характеристики в порівнянні з іншими методами.

Метод ковзного середнього дозволяє виявити тенденції зміни фактичних значень параметра  $Y$  в часі і спрогнозувати майбутні значення  $Y$  [140]. Отриману модель можна ефективно використовувати у випадках, якщо для значень прогнозованого параметра спостерігається стала тенденція в динаміці. Основна ідея методу ковзного середнього полягає в заміні фактичних рівнів досліджуваного часового ряду їх середніми значеннями, щоб погашати випадкові коливання. Таким чином, в результаті виходить згладжений ряд значень досліджуваного параметра, що дозволяє більш чітко виділити основну тенденцію його зміни.

Метод ковзного середнього – відносно простий метод згладжування і прогнозування часових рядів, заснований

на поданні прогнозу  $y_t^*$  у вигляді середнього значення  $m$  попередніх спостережуваних значень  $y_{t-i}$  ( $i=1, m$ ), тобто:

$$y_t^* = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y_{t-i} \quad (2.1)$$

Розглянемо приклад прогнозування епідемічного процесу хвороби Лайма. Якщо, наприклад, при дослідженні часового ряду даних про популяцію кліщів по роках з 2014 по 2016 в якості прогнозу вибрати ковзне середнє за три роки ( $m = 3$ ), то прогнозом на 2017 рік буде середнє значення показників за три попередні роки. Якщо ж вибрати чотири роки, (ковзне середнє  $m = 4$ ), то прогнозом на 2017 рік буде середнє значення показників за чотири попередні роки (2013, 2014, 2015, 2016).

Прогнозування чисельності популяції кліщів, які є переносниками хвороби Лайма, методом змінного середнього, заснованим на спостереженнях за 3 (або 4) попередні роки, буває ефективнішим, ніж методи, засновані на довгострокових спостереженнях (за 10 років і більше). Це пояснюється тим, що в результаті застосування 3-річного змінного середнього кожне з 3-х значень показника (за ці три роки) відповідає за одну третину значення прогнозу. При 10-річному ковзному середньому значення кожного з показників цих же останніх трьох років відповідає лише за одну десяту прогнозу.

На жаль, немає правила, що дозволяє підбирати оптимальне число  $m$  членів змінного середнього. Однак можна відзначити, що чим менше  $m$ , тим сильніше прогноз реагує на коливання часового ряду, і навпаки, чим більше  $m$ , тим процес прогнозування стає більш інерційним. На практиці величина  $m$  зазвичай приймається в межах від 2 до 10.

При наявності достатнього числа елементів часового ряду прийнятне для прогнозу значення  $t$  можна визначити, наприклад, наступним чином:

- задати кілька попередніх значень  $m$ ;
- згладити тимчасової ряд, використовуючи кожне задане значення  $m$ ;
- обчислити середню помилку прогнозування по одній з формул:

середнє абсолютне відхилення:

$$\varepsilon = \frac{1}{n} \sum_t |y_t - y_t^*| \quad (2.2)$$

середнє відносне відхилення:

$$\varepsilon = \frac{1}{n} \sum_t \left| \frac{y_t - y_t^*}{y_t} \right| \quad (2.3)$$

середнє квадратичне відхилення:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_t (y_t - y_t^*)^2} \quad (2.4)$$

де  $n$  – кількість моментів часу  $t$ , що використано при розрахунку;

- вибрати значення  $m$ , що відповідає меншій помилці.

## Глава 7. Модель ARIMA

Авторегресійне інтегроване ковзне середнє (autoregressive integrated moving average, ARIMA) є узагальненням моделі

авторегресійного ковзного середнього [141]. Ці моделі використовуються при роботі з часовими рядами для більш глибокого розуміння даних або передбачення майбутніх точок ряду. Зазвичай модель згадується, як ARIMA (p, d, q), де p, d і q – цілі невід'ємні числа, що характеризують порядок для частин моделі (відповідно авторегресійної, інтегрованої і змінного середнього).

Нехай заданий часовий ряд  $X_t$ , де t – цілий індекс і  $X_t$  – дійсні числа. Тоді модель ARMA (p, q) [142] задається наступним чином:

$$(1 - \sum_{i=1}^p \phi_i L^i) X_t = (1 + \sum_{i=1}^q \theta_i L^i) \epsilon_t, \quad (2.5)$$

де  $L$  – оператор затримки,  $\phi_i$  – параметри авторегресійної частини моделі,  $\theta_i$  – параметри змінного середнього, а  $\epsilon_t$  – значення помилки. Зазвичай припускають, що помилки  $\epsilon_t$  є незалежними однаково розподіленими випадковими величинами з нормальним розподілом з нульовим середнім.

Модель ARIMA (p, d, q) це інтегрована модель ARMA (p, q):

$$(1 - \sum_{i=1}^p \phi_i L^i)(1 - L)^d X_t = (1 + \sum_{i=1}^q \theta_i L^i) \epsilon_t, \quad (2.6)$$

де d – позитивне ціле, що задає рівень диференціювання (якщо  $d = 0$ , ця модель еквівалентна авторегресійному ковзному середньому). І навпаки, застосовуючи почленне диференціювання  $d$  разів до моделі ARMA (p, q), отримаємо модель ARIMA (p, d, q). Зауважимо, що диференціювати треба тільки авторегресійну частину.



Важливо відзначити, що не всі поєднання параметрів дають «хорошу» модель. Зокрема, щоб отримати стаціонарну модель слід дотримуватися деяких умов.

Існує кілька відомих часткових випадків моделі ARIMA. Наприклад, ARIMA (0,1,0), що задає формула (2.7) є моделлю випадкових блукань [143].

$$X_t = X_{t-1} + \epsilon_t. \quad (2.7)$$

На практиці використовується велика кількість варіацій моделі ARIMA. Наприклад, якщо досліджуються кілька рядів, то  $X_t$  можна трактувати як вектори. Тоді ми приходимо до моделі векторного авторегресійного інтегрованого ковзного середнього (VARIMA, vector autoregressive integrated moving average) [144]. Іноді в моделі може бути сезонний фактор. Прикладом може послужити модель захворюваності на грип та ГРВІ на вибраній території. З листопада по березень поведінка ряду буде помітно відрізнитись від інших місяців року. У цьому випадку замість того, щоб нарощувати порядки ковзного середнього і авторегресійної частини моделі, краще вдатися до моделі сезонного авторегресійного ковзного середнього (SARIMA, seasonal autoregressive integrated moving average) [145]. Якщо є деяка довгострокова залежність, параметр  $d$  може бути замінений нецілими значеннями, приводячи до моделі авторегресійного дробно-інтегрованого процесу ковзного середнього (FARIMA, Autoregressive fractionally integrated moving average) [146].

Якщо розглядати щоденні дані по захворюваності на грип та ГРВІ на вибраній території в масштабі десятиліть, то можна помітити піки, зниження і напрямок тренду, але взагалі важко

зробити якісь значущі висновки, тому при дослідженні ряду необхідно приділити увагу його компонентам.

Вперше систематичний підхід до побудови моделі ARIMA був викладений Дж. Боксом і Дж. Дженкінсом в 1976 році [147]. Методологія побудови ARIMA-моделі (рис. 2.3) для часового ряду, що досліджується включає наступні основні етапи:

- візуальний аналіз;
- розкладання ряду і вивчення його компонент: сезонності, циклічності, тренду;
- побудова математичної моделі і прогнозування.

Таким чином, спочатку (в блоці 1-3) необхідно отримати стаціонарний ряд. На цьому етапі використовуються статистичні тести на наявність одиничного кореня (розширений тест Дікі-Фуллера [148]). Якщо відповідно до тесту Дікі-Фуллера ряд є нестаціонарним, то для переходу до стаціонарного ряду традиційно застосовують оператор взяття послідовних різниць. Таким чином визначається значення параметра  $d$  (порядку різниці). Отже, значення одного параметра в моделі ARIMA ( $p, d, q$ ) вже відомо.

У блоці 4 після отримання стаціонарного ряду досліджується характер поведінки вибірових автокореляційної функції та автокореляційної функції і висуваються гіпотези про значення параметрів  $p$  (порядок авторегресії) і  $q$  (порядок ковзного середнього). На вході блоку 4 може формуватися базовий набір, що включає одну, дві або навіть більшу кількість моделей.

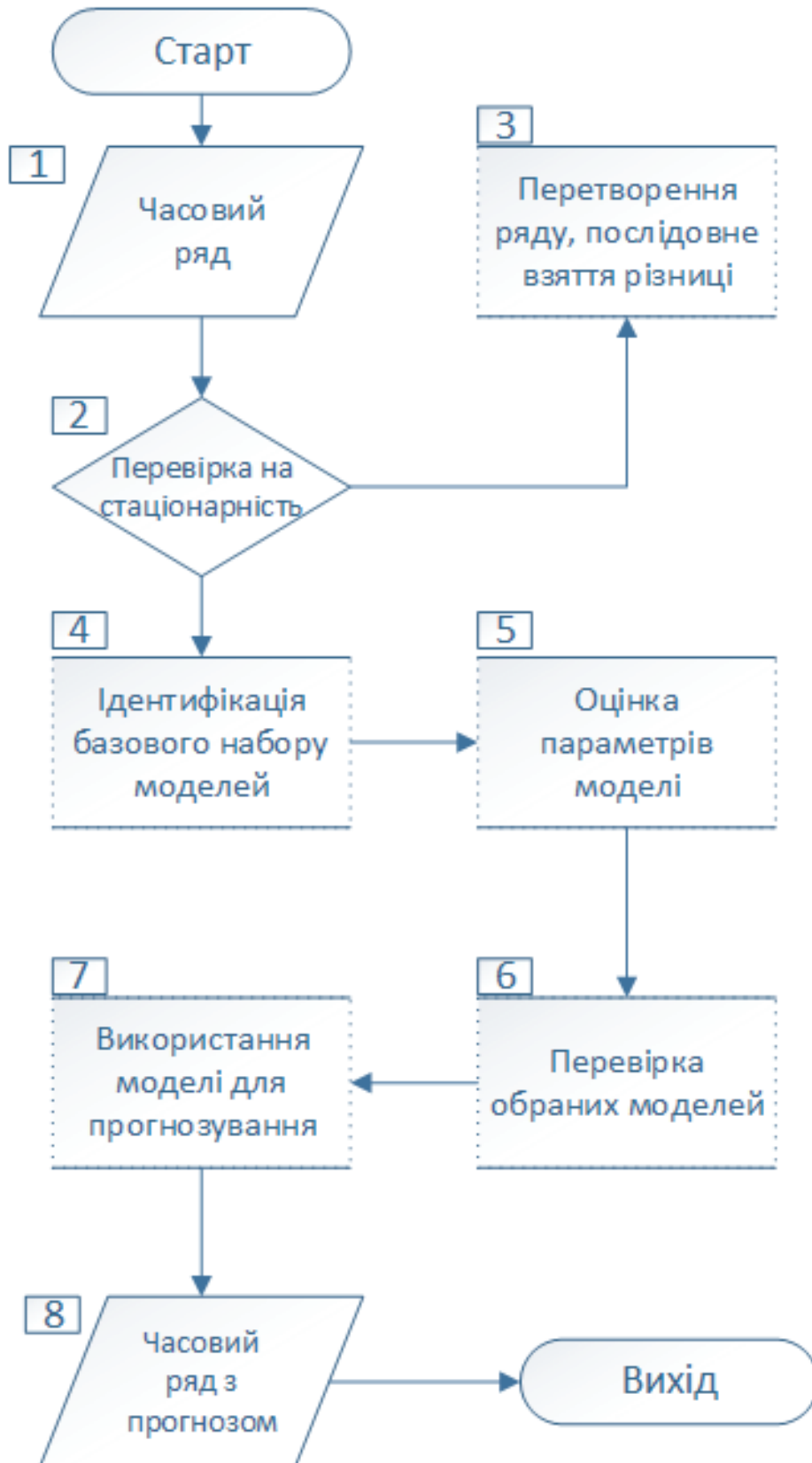


Рисунок 2.3 – Структурна схема алгоритму підбору моделі ARIMA.

У блоці 5 після здійснення ідентифікації моделі необхідно оцінити їх параметри. В блоці 6 для перевірки кожної пробної моделі на адекватність аналізується її ряд залишків. У адекватної моделі ряд залишків повинен бути схожий на білий шум, тобто їх вибіркові автокореляційні функції не повинні відрізнятися від нуля. Для перевірки гіпотези про те, що спостережувані дані є реалізацією «білого шуму», використовується також Q-статистика. Q-статистика Льюнга-Бокса [149] визначається як

$$Q^* = n(n + 2) \sum_{k=1}^m \frac{r_k^2}{n-k}, \quad (2.8)$$

де  $n$  – обсяг вибірки,  $m$  – максимальна кількість лагів,  $r_k$  – коефіцієнти автокореляційної функції.

Якщо в результаті перевірки кілька моделей має адекватні вихідні дані, то при остаточному виборі слід врахувати два фактори:

- підвищення точності (якість підгонки моделі);
- зменшення числа параметрів моделі.

Воєдино ці вимоги зведені в інформаційні критерії Акайке [150] і Шварца [151]. В даній главі обрано інформаційний критерій Шварца, в якому посилена вимога зменшення кількості параметрів моделі:

$$SBIK = \ln \left( \frac{\sum_{t=1}^n e_t^2}{n} \right) + \frac{(p+q) \ln(n)}{n}. \quad (2.9)$$

За допомогою моделі в блоці 7 можна будувати точний інтервальний прогноз на  $L$  кроків вперед. Для оцінки точності прогнозу використовується ряд стандартних показників.

Середня абсолютна процентна помилка (MAPE, mean absolute percentage error):

$$\text{MAPE} = \frac{100\%}{L} \sum_{t=1}^L \left| \frac{X_t - \hat{X}_t}{X_t} \right|, \quad (2.10)$$

де  $X_t$  – реальне значення,  $\hat{X}_t$  – прогнозне значення,  $L$  – інтервал прогнозу. Якщо:

- MAPE < 10%, то прогноз зроблений з високою точністю;
- 10% < MAPE < 20% - прогноз хороший;
- 20% < MAPE < 50% - прогноз задовільний;
- MAPE > 50% – прогноз поганий.

Ще одним розповсюдженим підходом є використання звичайного експоненціального згладжування (середньозважена форма). Цей метод придатний для прогнозування даних без будь-якої тенденції або сезонного характеру. Наприклад, дані на рисунку 2.4 не відображають ніякої чіткої поведінки тренду або будь-якої сезонності, хоча середнє значення даних може поступово змінюватися з плином часу.

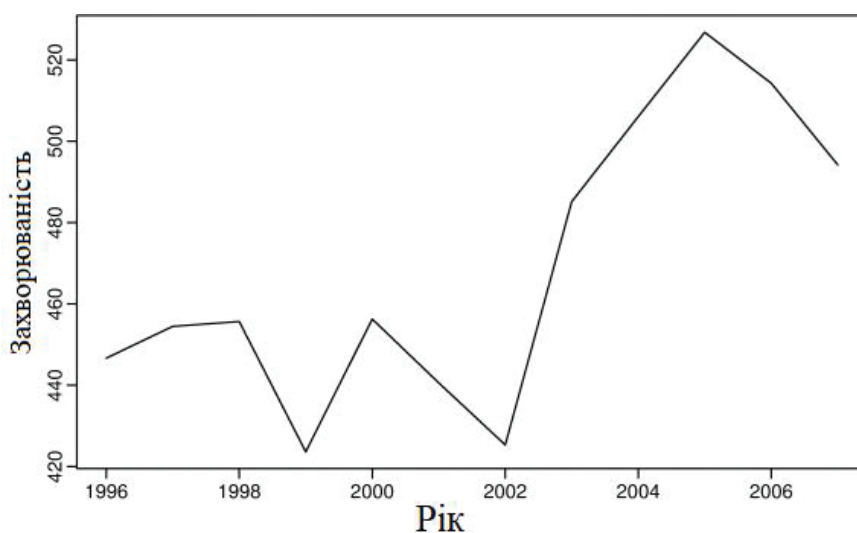


Рисунок 2.4 – Приклад часового ряду без чітко помітних складових

Прогноз на один крок вперед для часу  $(T + 1)$  представляє собою зважене середнє всіх спостережень в серії  $y_1, \dots, y_T$ . Швидкість, при якій зменшення ваги контролюється параметром  $\alpha$ :

$$\hat{y}_{T+1|T} = \alpha y_T + \alpha(1 - \alpha)\alpha y_{T-1} + \alpha(1 - \alpha)^2 y_{T-2} + \dots, \quad (2.11)$$

де  $0 \leq \alpha \leq 1$  є параметром згладжування.

У таблиці 2.2 представлені ваги, прикріплені до спостережень протягом чотирьох різних значень  $\alpha$  при прогнозуванні за допомогою простого експоненціального згладжування. Можна помітити, що сума вагів навіть при невеликому  $\alpha$  буде приблизно однаковою для будь-якого розміру вибірки.

Таблиця 2.2 – Значення  $\alpha$  для спостережень.

Спостереження	$\alpha = 0.2$	$\alpha = 0.4$	$\alpha = 0.6$	$\alpha = 0.8$
$y_T$	0.2	0.4	0.6	0.8
$y_{T-1}$	0.16	0.24	0.24	0.16
$y_{T-2}$	0.128	0.144	0.096	0.032
$y_{T-3}$	0.1024	0.0864	0.0384	0.0064
$y_{T-4}$	$(0.2)(0.8)^4$	$(0.4)(0.6)^4$	$(0.6)(0.4)^4$	$(0.8)(0.2)^4$
$y_{T-5}$	$(0.2)(0.8)^5$	$(0.4)(0.6)^5$	$(0.6)(0.4)^5$	$(0.8)(0.2)^5$

Для будь-якого  $\alpha$  від 0 до 1, вага, приєднана до спостережень, експоненціально убуває з віддаленням від останнього спостереження, звідси і назва «експоненціальне згладжування». Якщо коефіцієнт  $\alpha$  малий (тобто близький до 0), більші значення ваг даються спостереженням з більш далекого минулого. Якщо  $\alpha$  великий (тобто близький до 1), більше

значення ваг надається більш пізнім спостереженням. В крайньому випадку, коли  $\alpha=1$ , прогнози будуть найвними.

Прогноз на час  $(t+1)$  дорівнює зваженому середньому між останнім спостереженням  $y_t$  і останнім прогнозом  $\hat{y}_{t|t+1}$ :

$$\hat{y}_{t+1|t} = \alpha y_t + (1 - \alpha)\hat{y}_{t|t-1}, \quad (2.12)$$

для  $t = 1, \dots, T$ , де  $0 \leq \alpha \leq 1$  є параметром згладжування. Процес повинен початись де-небудь, таким чином, перший прогноз позначимо через  $l_0$ , потім

$$\begin{aligned} \hat{y}_{2|1} &= \alpha y_1 + (1 - \alpha)l_0, \\ \hat{y}_{3|2} &= \alpha y_2 + (1 - \alpha)\hat{y}_{2|1}, \\ \hat{y}_{4|3} &= \alpha y_3 + (1 - \alpha)\hat{y}_{3|2}, \\ &\dots \\ \hat{y}_{T+1|T} &= \alpha y_T + (1 - \alpha)\hat{y}_{T|T-1}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Тоді, підставляючи кожне рівняння в наступне, отримаємо

$$\begin{aligned} \hat{y}_{3|2} &= \alpha y_2 + (1 - \alpha)[\alpha y_1 + (1 - \alpha)l_0] \\ &= \alpha y_2 + \alpha(1 - \alpha)y_1 + (1 - \alpha)^2 l_0 \\ \hat{y}_{4|3} &= \alpha y_3 + (1 - \alpha)[\alpha y_2 + \alpha(1 - \alpha)y_1 + (1 - \alpha)^2 l_0] = \alpha y_3 + \\ &\alpha(1 - \alpha)y_2 + \alpha(1 - \alpha)y_1 + (1 - \alpha)^3 l_0 \\ &\dots \\ \hat{y}_{T+1|T} &= \sum_{j=0}^{T-1} \alpha(1 - \alpha)^j y_{T-j} + (1 - \alpha)^T l_0. \end{aligned} \quad (2.14)$$

## Глава 8. Експоненціальне згладжування

Експоненціальне згладжування було запропоновано в кінці 1950-х років і започаткувало деякі з найбільш успішних методів

прогнозування [152]. Прогнози, отримані з використанням методів експоненціального згладжування, являють собою зважені середні значення минулих спостережень, при цьому ваги експоненціально зменшуються в міру того, як спостереження стають старше. Іншими словами, чим більше спостережень, тим більший зв'язок з вагою. Ця структура швидко генерує надійні прогнози і пропонує широкий діапазон часових рядів, що є значною перевагою і має важливе значення для застосунків в сфері охорони здоров'я.

Компонентна форма простого експоненціального згладжування:

- рівняння прогнозу:

$$\hat{y}_{t+1|t} = l_t. \quad (2.15)$$

- рівняння згладжування:

$$l_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)l_{t-1}. \quad (2.16)$$

Отримаємо форму корекції помилок:

$$l_t = l_{t-1} + \alpha(y_t - l_{t-1}) = l_{t-1} + \alpha e_t, \quad (2.17)$$

де

$$e_t = y_t - l_{t-1} = y_t - \hat{y}_{t+1|t}, \quad (2.18)$$

для  $t=1, \dots, T$ .

Тобто  $e_t$  є однокроковою похибкою в момент часу  $t$ , обчисленою на даних. Помилки системи адаптації призводять до коректування оціночного рівня в процесі згладжування для



$t = 1, \dots, T$ . Наприклад, якщо помилка в момент часу  $t$  негативна, то  $y_{t|t-1} > y_t$ , тому рівень в момент часу  $(t-1)$  був переоцінений. Новий рівень  $l_t$  є колишнім рівнем  $l_{t-1}$ , налаштованим вниз. Чим ближче  $\alpha$  до одного, тим «грубіше» оцінка рівня (відбуваються великі коригування). Чим менше  $\alpha$ , тим «більш плавний» рівень (невеликі коректування мають місце).

Ми також можемо записати  $y_t = l_{t-1} + e_t$ , щоб кожне спостереження було попереднього рівня плюс похибка. Щоб зробити це в моделі простору станів, нам потрібно всього лише вказати розподіл ймовірностей для  $e_t$ . Для моделі з адитивними похибками ми припускаємо, що одноступінчасті прогнози похибки  $e_t$  зазвичай розподіляються по білому шуму із середнім 0 і дисперсією  $\sigma^2$ . Короткою позначкою для цього є

$$e_t = \varepsilon_t \sim NID(0, \sigma^2), \quad (2.19)$$

де *NID* означає «нормально і незалежно розподіляється».

Тоді рівняння моделі можуть бути записані як

$$y_t = l_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (2.20)$$

$$l_t = l_{t-1} + \alpha \varepsilon_t. \quad (2.21)$$

Ми будемо розглядати (2.20) як рівняння вимірювання (або спостереження) і (2.21) як рівняння стану (або переходу). Ці два рівняння разом зі статистичним розподілом похибок утворюють повністю задану статистичну модель. Зокрема, вони представляють собою концептуальну модель інновацій, що лежить в основі простого експоненціального згладжування.

Всі рівняння в цьому типі специфікації використовують один і той же випадковий процес похибки,  $\varepsilon$ . З тієї ж причини це формулювання також згадується як модель «одного джерела

похибки» на відміну від альтернативного множинного джерела формулювання похибок.

Вимірювальне рівняння показує взаємозв'язок між станами, що спостережуються і неспостережуються. В цьому випадку спостереження  $y_t$  є лінійною функцією рівня  $l_{t-1}$ , передбачуваною частини  $y_t$  і випадкової помилки  $\varepsilon_t$ , непередбачуваною частиною  $y_t$ . Для інших інноваційних станів просторових моделей це співвідношення може бути нелінійним.

Рівняння переходу показує еволюцію стану в часі. Вплив параметра згладжування  $\alpha$  є таким же, як і для описаних раніше методів. Наприклад,  $\alpha$  визначає ступінь зміни послідовних рівнів. Чим вище значення  $\alpha$ , тим швидше відбуваються зміни рівня; чим нижче значення  $\alpha$ , тим більш плавні зміни. У найнижчій межі, де  $\alpha = 0$ , рівень серії не змінюється з часом. На іншому краю, де  $\alpha = 1$ , модель зводиться до моделі випадкового блукання:

$$y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t. \quad (2.22)$$

Це загальноприйнята омана про те, що модель ARIMA більш узагальнена, ніж експоненціальне згладжування. У той час як лінійні експоненціальні моделі згладжування – це окремі випадки моделі ARIMA, моделі нелінійного експоненціального згладжування не мають еквівалентних аналогів ARIMA. Всі моделі експоненціального згладжування нестационарні, в той час як деякі моделі ARIMA є стаціонарними.

### ЧАСТИНА 3. МУЛЬТИАГЕНТНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

Дану частину присвячено застосуванню мультиагентного підходу до моделювання епідемічного процесу. Розроблено мультиагентну модель епідемічного процесу інфекційної захворюваності. Розроблену універсальну мультиагентну модель епідемічного процесу, а також методи інтелектуальної взаємодії об'єктів моделі можуть бути розширені та застосовані до моделювання різноманітних систем з епідемічним характером.

#### Глава 9. Розробка структури універсальної системи популяційної динаміки

Епідеміологічна модель заснована на концепції епідемічного процесу Л. В. Громашевського [153], згідно з якою епідемічний процес існує при безперервній взаємодії трьох основних компонентів – джерела інфекції, механізму передачі і сприйнятливого організму.

У загальному вигляді запропонована імітаційна модель епідемічного процесу описана в працях [30, 34, 38, 40, 42, 71].

##### 9.1 Структура агентів

Найбільш вигідним типом агента при дослідженні епідемічних процесів є емоційно-мотивований інтелектуальний агент, для найбільш повної і точної моделі поведінки людини. Представимо агента як набір властивостей

$$a = \langle s, s_t, c, t_a, l \rangle, \quad a \in A, s \in S, c \in C, t_a \in T_a, \quad (3.1)$$

де  $s_t$  – час перебування в стані  $s$ ,

$A$  – множина всіх агентів,

$S$  – множина різних станів агентів,

$C$  – множина комірок робочої області,

$T_a$  – множина типів, до яких можуть належати агенти,

$l$  – тривалість життя.

Множина станів агента визначена попередньо і є постійною. Залежно від досліджуваного процесу множина може доповнюватися різними станами, початкова множина являє собою:

$$S = \{\text{Susceptible, Exposed, Infected, Convalescent, Recovered, Dead}\}. \quad (3.2)$$

Використання такого набору станів ґрунтується на ідеї розподілу всієї популяції на підмножини, виходячи з їхніх станів за епідеміологічними ознаками (класична модель типу SIR [154]). Запропонований набір характеризує модель, як аналог розширеної моделі типу SEIR [155].

На рисунку 3.1 наведені переходи між станами агентів:

– Susceptible – агент здоровий (може бути сприйнятливим до зараження). В даному випадку під здоровим мається на увазі агент, який є сприйнятливим до захворювання на інфекцію, епідемічний процес якої моделюється.

– Exposed – агент інфікувався. Даний стан являє собою перебування агента в інкубаційному періоді. Впродовж цього часу агент ще не є хворим, але вже має шанси передавати інфекцію іншим агентам.

– Infected – агент хворий, має симптоми та виділяє збудників в навколишнє середовище. Агенти в цьому стані є найбільш ймовірними джерелами інфекції для інших агентів.

– Convalescent – агент одужує. Даний стан характеризує період, коли зникли клінічні симптоми захворювання, але агент, як і раніше, може виділяти збудники хвороби в навколишнє середовище і бути джерелом інфекції. Наявність такого стану характерна для певних інфекційних захворювань.

– Recovered – агент видужав (придбав імунітет). Агенти в цьому стані більш не сприйнятливі до інфікування.

– Dead – агент загинув від старості або внаслідок захворювання.

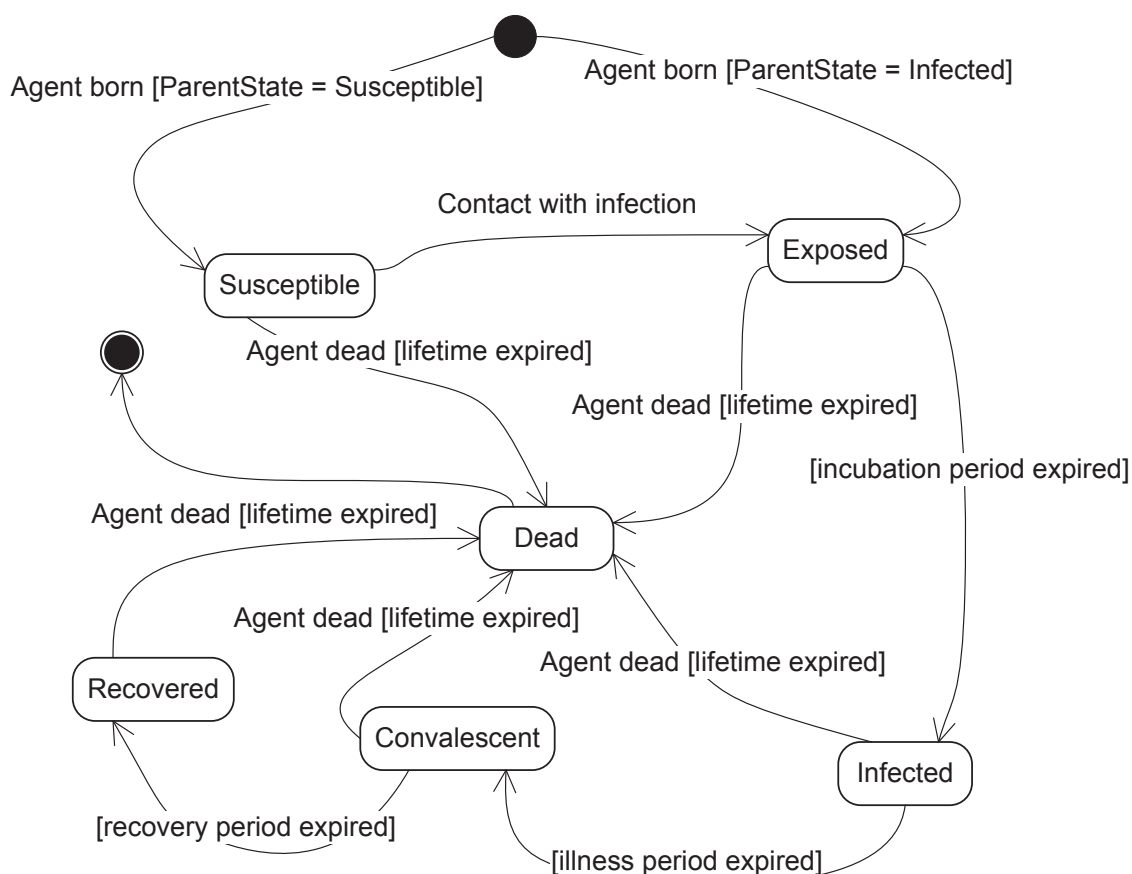


Рисунок 3.1 – Схема, що описує зміни станів агента

Для агентів можна визначити два типи, які можна умовно назвати, як «розсудливі» і «що ризикують». Характеристики, визначені для кожного з типів, представлені в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 – Опис типів агентів

Тип	Розсудливі	Що ризикують
Ймовірність народження	80,0 %	20,0 %
Ймовірність переходу в область ризику в здоровому стані	1,0 %	10,0 %
Ймовірність переходу до лікарні в здоровому стані	0,7 %	0,1 %
Ймовірність переходу в область ризику в хворому стані	0,5 %	5,0 %
Ймовірність переходу до лікарні в хворому стані	80,0 %	25,0 %
Тривалість перебування в домашній області	20 ч	15 ч
Тривалість перебування в області ризику	2 ч	8 ч
Тривалість перебування в області Лікарня	2 ч	1 ч

З урахуванням особливостей моделювання епідемічного процесу, описаних вище, розроблена внутрішня структура агентів, яка включає в себе наступні поля (Рисунок 3.2):

1. *Порядковий номер (Index)*. Призначений для точного детермінування агента серед інших.

2. *Локальний час агента (LocalTime)*. Призначено для регулювання черговості діяльності агентів, а також для визначення необхідності обробки агента системою.

3. *Глобальний час агента (GlobalTime)*. Містить час модельного світу, актуальний для агента.

4. *Координати агента (X, Y)*. Призначені для визначення фізичного місця розташування в модельному світі.

5. *Напрямок руху (VX, VY)*. Містить інформацію про фізичний напрямок агента в модельному світі.

6. *Стан агента (State)*. Містить стан, в якому перебуває агент в поточний момент часу.

7. *Поточна комірка (CurrentCell)*. Містить характеристики, притаманні поточному розташуванню агента.

8. *Поточна область (RegionType)*. Дозволяє отримати інформацію про область, в якій в даний момент знаходиться агент.

9. *Час, проведений в поточній області (TimePass)*. Містить момент завершення перебування агента в поточній області. При досягненні цього моменту часу агент переходить в іншу область.

10. *Тип агента (AgentType)*.

11. *Вік агента (Age)*. Величина, яка відображає модельний вік агента.

12. *Стать агента (Gender)*.

13. *Інкубаційний період (IncubationPeriod)*. Містить момент закінчення інкубаційного періоду. При досягненні цього моменту часу агент захворює.

14. *Тривалість життя (LifeTime)*. Містить кількість модельного часу, що відводиться агенту для життя. Для кожного агента це значення різне. Також передбачається, що це значення може змінюватися при певних умовах (наприклад, після перенесеної хвороби).

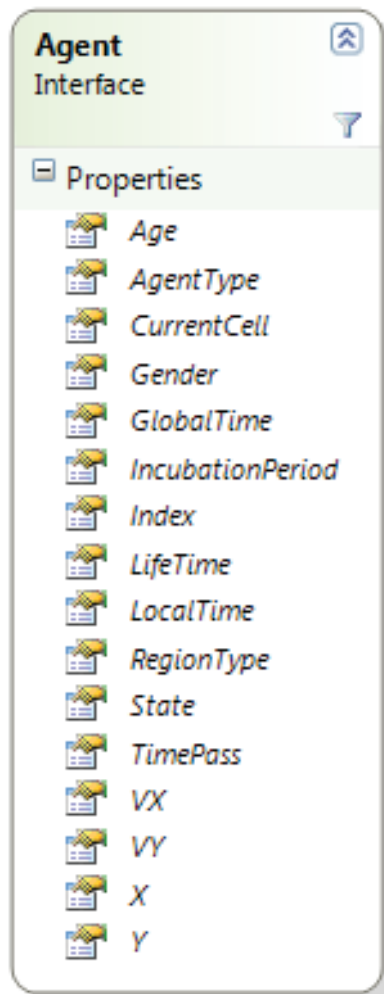


Рисунок 2.2 – Поля, що входять у внутрішню структуру агента.

## 9.2 Середовище

Декомпозиція робочої області призводить до виникнення множини комірок як умовних абстрактних об'єктів. Передбачається, що одна комірка одночасно може містити в собі множину агентів, а також один об'єкт-переносник інфекції (назвемо його інструментом). Тому комірку можна описати

$$c = \langle z, \tilde{A}, i \rangle, z \in Z, \tilde{A} \subset A, i \in I, \quad (3.3)$$



де  $I$  – множина всіх інструментів,

$Z$  – множина всіх робочих областей.

Робоча область може бути описана наступним чином

$$z = \langle \tilde{C}, t_z \rangle, \tilde{C} \subset C, t_z \in T_z, \quad (3.4)$$

де  $T_z$  – множина типів, до яких можуть належати області.

Передбачається що в залежності від типу області, в якій знаходиться агент, змінюється специфіка епідемічного процесу.

Для експериментів було визначено три області:

– домашня, в ній допускаються тільки контакти між агентами.

– ризику, в ній, крім контактів між агентами, можливе зараження від інфікованого інструменту.

– «лікарня». У даній області можливий частковий контакт між агентами і інфікування від інструменту. При попаданні в цю область агент піддається лікуванню, що знижує тривалість захворювання.

Під інструментом у даній моделі маються на увазі різні предмети, які так чи інакше здатні переносити інфекцію від однієї людини до іншої (шприци, ножиці та ін.). Вони в різному ступені можуть бути піддані незаражувальному впливу. Щоб уникнути надмірного ускладнення моделі, описані особливості зводяться до тривалості життя інструменту. Таким чином, інструмент може бути описаний як набір

$$i = \langle s, c, l \rangle. \quad (3.5)$$

Імітаційну модель можна представити у вигляді функції

$$\text{sim}(l_{\text{mean}}, |A|_0, \bar{P}, T), \quad (3.6)$$

де  $l_{\text{mean}}$  – середня тривалість життя,

$|A|_0$  – початкова потужність множини агентів,

$\bar{P}$  – вектор ймовірностей, які враховуються в імітаційної моделі.

### 9.3 Взаємодія агентів

У своїй основі інтелектуальні мультиагентні технології містять елементи дискретно-подієвого підходу. Це проявляється в тому, що в системі є тимчасова шкала, по якій йде процес моделювання.

Особливість полягає в тому, що на цій шкалі за певними правилами, виходячи із загальної ситуації в системі та індивідуальних характеристик осіб, з'являються події агентів, які відбуваються і обробляються системою після досягнення необхідного моменту часу. Серед подій є події-перетинання кордонів комірок, що утворюють потік подій першого типу. Такі події представлені зростаючою послідовністю моментів часу, обробляються, як перехід з однієї комірки в іншу. Також в системі присутні події взаємодії з іншими агентами, що призводить до розгалуження результатів події в залежності від індивідуальних властивостей агентів, що взаємодіють один з одним. Таким чином створюється потік подій другого типу. Обробка обох типів подій і генерація наступних для кожного агента – складна задача, яка пов'язана з деякими проблемами технічного характеру, від вирішення яких безпосередньо залежить адекватність і доцільність використання моделі.

Якщо намагатися розглядати взаємодію агентів як безпосередній фізичний контакт, то при використанні

подієвого підходу взаємодії агентів будуть подіями другого типу [156]. Додавання в систему обробки подій другого типу веде до значного зменшення швидкості моделювання. Подібна ситуація була б прийнятною в разі моделювання процесів фізичного характеру. При моделюванні такого явища, як епідемічний процес, очевидно, що учасники процесу можуть взаємодіяти один з одним не тільки при безпосередньому фізичному контакті (наприклад, захворювання, що передаються повітряно-крапельним шляхом). Обробка такого типу подій досить складна, що призводить до уповільнення процесу моделювання [157]. У даній главі пропонується спростити розгляд моменту інфікування шляхом встановлення належності агентів одній комірці. Це дозволяє врахувати можливість взаємодії агентів і при цьому істотно знизити втрату продуктивності.

У програмній структурі комірки передбачено поле, що містить список всіх агентів, що знаходяться в поточний момент часу в даній комірці. Для спрощення процесу моделювання потрапляння в одну комірку множини агентів вважається їх взаємодією. Взаємодія агентів обробляється середовищем моделювання в залежності від області, до якої належить комірка, а також від типів агентів, що взаємодіють.

Контактна передача захворювання від агента до агента реалізована наступним чином. Для початку перевіряється можливість контактного зараження. Вважається, що це можливо, якщо в одній комірці разом з поточним агентом, що обробляється, розташовуються також і інші агенти. Відбувається зіставлення кожної пари агентів (що утворюються з поточного агента, який обробляється з іншими агентами в поточній комірці). Якщо, принаймні, один з агентів є носієм

захворювання, то вважається, що з певною ймовірністю між агентами відбувається контакт, достатній для здійснення зараження, і здоровий агент інфікується.

Обробка взаємодії між агентами здійснюється середовищем моделювання в залежності від захворювання, що моделюється. При розгляді певних епідемічних процесів логіка обробки взаємодії агентів може ускладнюватися.

Для збільшення деталізації популяції з точки зору її належності до умовних соціальних груп були виділені типи агентів, які представляються наступним чином

$$t = \langle \bar{P}_t, \bar{\tau}_t \rangle, \quad (3.7)$$

де  $\bar{P}_t$  – вектор ймовірностей, характерних для типу агента;

$\bar{\tau}_t$  – вектор констант модельного часу.

Побудована модель допускає розширення, пов'язане зі збільшенням розмірності векторів. В рамках даної задачі обмежимося наступним набором:

$$\bar{P}_t = (P_b, P_{hr}, P_{hh}, P_{sr}, P_{sh}), \quad (3.8)$$

де  $P_b$  – ймовірність народження агента з заданим типом;

$P_{hr}$  – ймовірність того, що агент в здоровому стані перейде в область ризику,

$P_{hh}$  – ймовірність переходу здорового агента в область «Лікарня»,

$P_{sr}$  – ймовірність того, що агент у хворому стані перейде в область ризику,

$P_{sh}$  – ймовірність переходу хворого агента в область «Лікарня».

$$\bar{\tau}_t = (\tau_h, \tau_r, \tau_m), \quad (3.9)$$

де  $\tau_h$  – кількість модельного часу, який агент поточного типу проводить, перебуваючи в області «Дім»,

$\tau_r$  – кількість модельного часу, який агент поточного типу проводить, перебуваючи в області ризику,

$\tau_m$  – кількість модельного часу, який агент поточного типу проводить, перебуваючи в області «Лікарня».

Для взаємодії між агентами використовується вектор ймовірностей  $\bar{P}$

$$\bar{P} = (P_i, P_r, P_d, P_s, P_a), \quad (3.10)$$

де  $P_i$  – ймовірність передачі інфекції від хворого агента або за допомогою зараженого інструменту,

$P_r$  – ймовірність передачі інфекції від агента, що знаходиться на стадії інкубаційного періоду або стадії спаду захворювання (назвемо це «зниженою вірогідністю зараження»);

$P_d$  – ймовірність того, що у агента в лікарні буде виявлено захворювання, яке перебуває на стадії інкубаційного періоду;

$P_s$  – ймовірність того, що при взаємодії два агента вступають в контакт;

$P_a$  – ймовірність випадкової передачі інфекції здоровому агенту від агента-носія.

Крім того, кожен тип зумовлює для агента тривалість перебування в кожній з областей. По закінченні перебування в конкретній області, агент із заданою ймовірністю переходить в іншу область. Перехід здійснюється на основі того, в якому стані (CurrentState) і в якій області (CurrentRegion) перебував

агент, а також під впливом ймовірностей переходу, визначених його типом (рис. 3.3).

Адекватність отриманої моделі перевірено шляхом порівняння її з класичною моделлю SIR. Графіки на рис. 3.4. відображають кількість агентів, що знаходяться в певному стані в конкретний момент модельного часу. На графіках вісь абсцис – час, вісь ординат – кількість індивідумів, S – здорові агенти, I – інфіковані, R – що видужали.

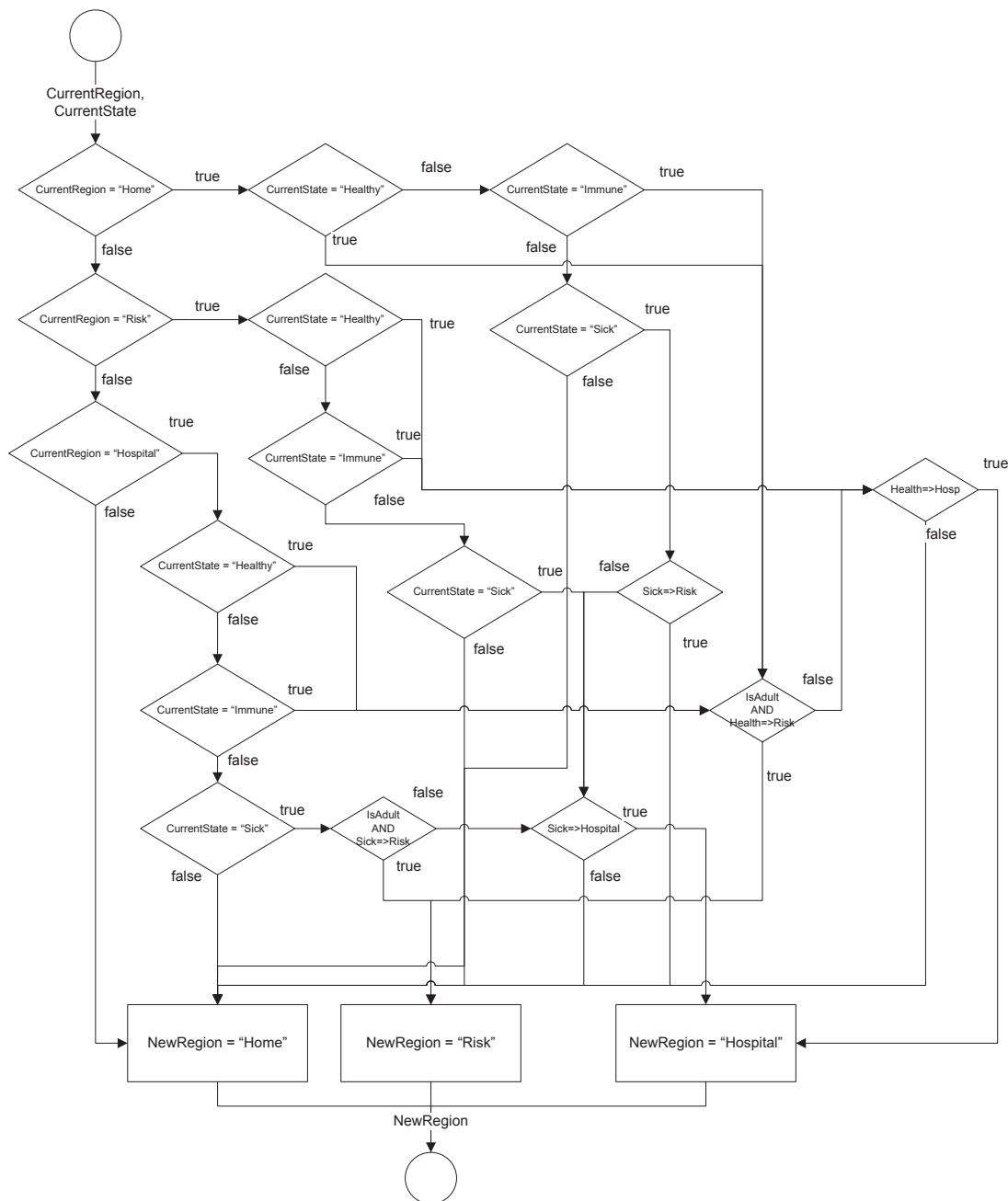


Рисунок 3.3 – Правила переходу агентів з однієї області в іншу

Можна відзначити, що загальна поведінка розробленої моделі збігається з поведінкою класичної моделі.

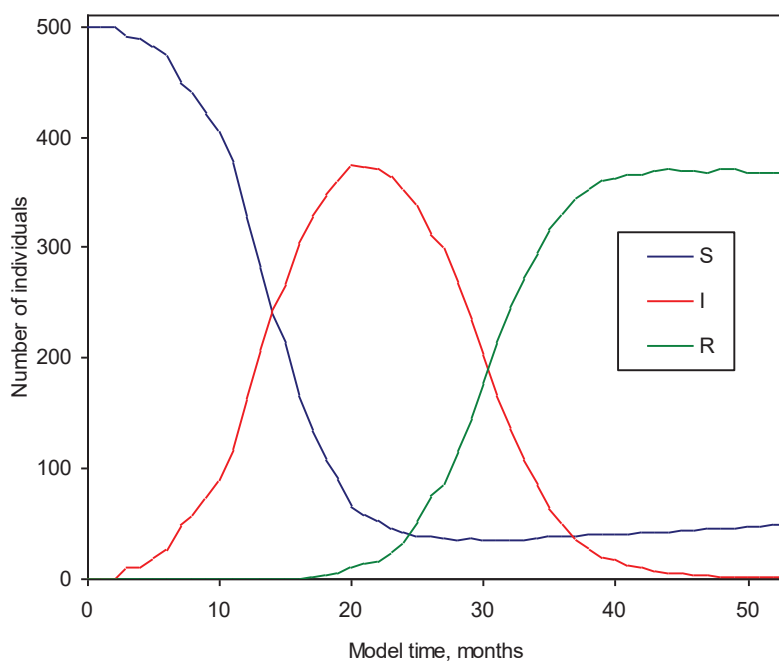
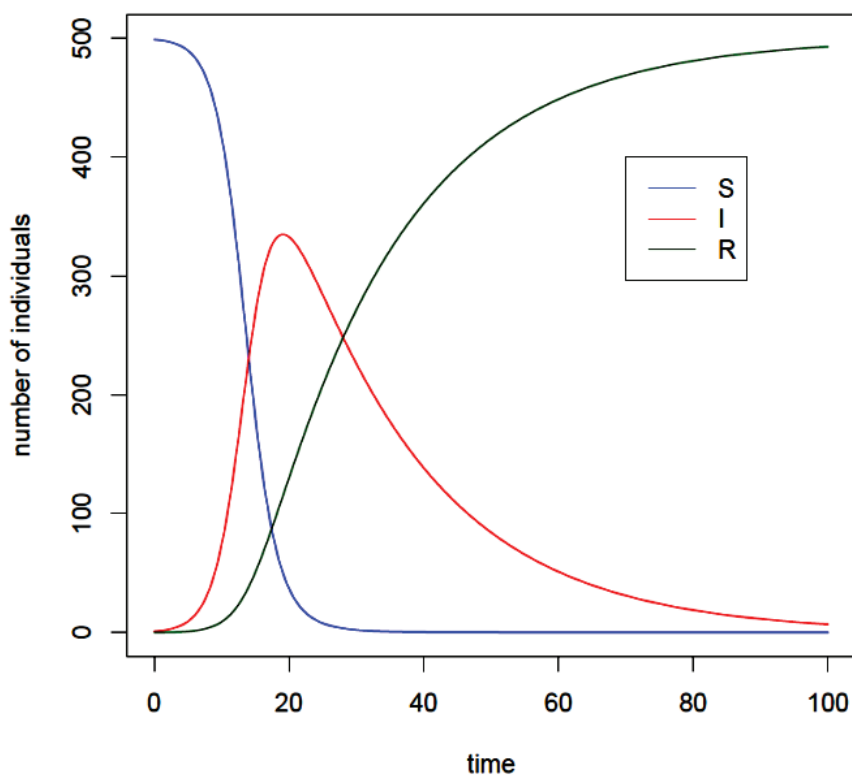


Рисунок 3.4 – Порівняння результатів отриманої моделі (знизу) з результатами класичної моделі (зверху [154])

## Глава 10. Моделювання популяційної динаміки на основі інтелектуальних раціональних агентів

У модель, що описано в главі 9, пропонується ввести поняття раціонального агента.

Згідно С. Расселу і П. Норвігу [158], агентом є все, що може бути розглянуто як сприйняття його навколишнього середовища за допомогою датчиків і дію відповідно до цього середовища за допомогою пристроїв, що впливають. Приклади включають людей, роботів і програмних агентів.

Термін «автономний» часто використовується для позначення агента, чиє прийняття рішень залежить більшою мірою від його власного сприйняття, ніж від знань, даних йому під час розробки [159].

В даній главі розглянуто задачу оптимального прийняття рішень агента: як агент може вибрати найкращу з можливих дій на кожному кроці часу, використовуючи свої знання про навколишній світ. Будемо вважати, що агент є раціональним, якщо він завжди вибирає дію, яка оптимізує відповідні заходи продуктивності, використовуючи те, що він знав досі [160]. Показник продуктивності, як правило, визначається користувачем (розробником агента) і відображає те, що користувач очікує від агента в задачі. Наприклад, хворий агент повинен діяти таким чином, щоб максимально скоротити час одужання, здоровий агент повинен намагатися не захворіти, і т.д. Раціональних агентів також називають розумними агентами.

Надалі будемо в основному використовувати обчислювальних агентів, тобто тих, які призначені для вирішення конкретної задачі і реалізуються на певних обчислювальних пристроях.



Проблема прийняття рішень агентом є предметом оптимального контролю [161, 162]. Для цілей дослідження приймемо дискретний набір часових кроків  $t=0,1,2,\dots$ , в кожному з яких агент повинен вибрати дію  $a_t$  з кінцевої множини дій  $A$ , які він має в своєму розпорядженні. Інтуїтивно, щоб діяти раціонально в момент часу  $t$ , агент повинен взяти до уваги минуле і майбутнє при виборі дії. Минуле належить до того, що агент опанував і які дії зробив до часу  $t$ , а майбутнє належить до того, що агент розраховує пізнати і які дії зробити після часу  $t$ .

Якщо позначити через  $\theta_\tau$  спостереження агента в момент часу  $\tau$ , то щоб агент вибрав оптимальну дію в момент часу  $t$ , він повинен в цілому використовувати його повну історію спостережень  $\theta_\tau$  і дії  $a_\tau$  для  $\tau \leq t$ . Функція

$$\pi(\theta_0, a_0, \theta_1, a_1, \dots, \theta_t) = a_t, \quad (3.11)$$

що вимагає відображення повної історії спостережень-пар дій і часу  $t$  до оптимальної дії  $a_t$ , називається політикою агента.

Оскільки можливо знайти функцію  $\pi$ , що реалізує дане відображення, частину оптимального прийняття рішень, які відносяться до минулого, можна вирішити. Проте визначення і застосування такої функції проблематично, повна історія може складатися з дуже великого (навіть нескінченного) числа спостережень-пар дій, які можуть варіюватися від однієї задачі до іншої. Просто зберігання всіх спостережень вимагатиме дуже великий обсяг пам'яті, не враховуючи витрати для фактичного обчислення  $\pi$ , що вимагає більш простої політики. Однією з можливостей для агента є ігнорування всієї його історії, крім останнього спостереження  $\theta_t$ . В цьому випадку його політика приймає форму

$$\pi(\theta_t) = a_t, \quad (3.12)$$

яка є відображенням поточного спостереження агентом дії. Агент, який просто відображає його поточне спостереження  $\theta_t$  до нової дії  $a_t$ , тобто, ефективно ігноруючи минуле, називається рефлекторним агентом, і його політика (3.12) називається реактивною [163].

Із викладеного виходить, що терміни «агент» і «навколишнє середовище» зв'язані і жоден з них не може бути визначений без іншого [164]. Для моделювання динамічних систем з епідемічним характером будемо вважати далі існування світу, в якому впроваджено один або більше агенти, і в яких вони сприймають, мислять і діють. Зібрана інформація, яка міститься в світі в крок часу  $t$  і яка має відношення до задачі, буде називатися станом світу і позначатися  $s_t$ . Множину всіх станів світу будемо позначати як  $S$ . Як приклад, при моделюванні епідемічного захворювання стан світу можна охарактеризувати за кількістю зон ризику, розташуванню лікарень, положенню і швидкостям усіх учасників епідемічного процесу, тому що кожен агент знає один про одного, і іншим параметрам, які мають відношення до прийняття рішень агентами.

Залежно від характеру проблеми світ може бути дискретним або безперервним. Дискретний світ може характеризуватися кінцевим числом станів, наприклад, можливі варіанти переходу агентів у різні зони в залежності від їх стану (хворий із зони ризику в лікарню, здоровий з лікарні в дім, і т.д.). Безперервний світ може мати нескінченно багато станів, наприклад можливі конфігурації точок робота, який переміщується на площині, в цьому випадку  $S = IR^2$ .

Більшість існуючих методик штучного інтелекту були розроблені для дискретних світів.

Фундаментальна властивість, яка характеризує світ з точки зору агента пов'язана зі сприйняттям агента. Будемо говорити, що світ може повністю спостерігатися агентом, якщо поточне спостереження  $\theta_t$  агента повністю розкриває поточний стан світу, тобто  $s_t = \theta_t$ . З іншого боку, в світі, що спостерігається частково, поточне спостереження  $\theta_t$  агента забезпечує тільки часткову інформацію про поточний стан  $s_t$  у вигляді детермінованої або стохастичної моделі спостереження, наприклад, умовний розподіл ймовірностей  $p(s_t | \theta_t)$ . Останнє означало б, що поточне спостереження  $\theta_t$  не в повній мірі виявляє дійсний стан світу, але кожному стану  $s_t$  агент призначає ймовірність  $p(s_t | \theta_t)$ , таку, що  $s_t$  – дійсний стан (при якому виконуються умови  $0 \leq p(s_t | \theta_t) \leq 1$  і  $\sum_{s_t \in S} p(s_t | \theta_t) = 1$ ). Тут  $s_t$  розглядається як випадкова величина, яка може приймати всі можливі значення в  $S$ . Стохастичний зв'язок між  $s_t$  и  $\theta_t$  може бути альтернативно визначений моделлю спостереження у вигляді  $p(\theta_t | s_t)$ , і апостеріорний стан розподілу  $p(s_t | \theta_t)$  може бути обчислено з початкового розподілу  $p(s_t)$  з використанням правила Баєса:

$$p(s_t | \theta_t) = \frac{p(\theta_t | s_t)p(s_t)}{p(\theta_t)}. \quad (3.13)$$

Часткова спостережуваність пов'язана з двома факторами. По-перше, це може бути результатом шуму в сенсорах агента. Наприклад, через помилку лікаря той же стан може «генерувати» різні спостереження агента в різні моменти часу. Тобто кожен раз, коли агент буває в певному стані, він може

сприйматися, як щось інше. По-друге, часткова спостережуваність може бути пов'язана з невід'ємною властивістю навколишнього середовища, званою перцепційним згладжуванням: різні стани можуть приводити до ідентичних спостережень агента на різних часових кроках. Іншими словами, два стани можуть «виглядати» однаково для агента, хоча вони різняться. Наприклад, хворий і здоровий агенти будуть виглядати однаково для звичайного агента і для лікаря до тих пір, поки не будуть проведені необхідні дослідження, незалежно від того, наскільки точними є датчики кожної системи.

Часткова спостережуваність набагато складніша в обігу, ніж повна і алгоритми для оптимального прийняття рішень у світі, що спостерігається частково, часто можуть стати важкооброблювальними. Часткова спостережуваність може вплинути не тільки на те, що кожен агент знає про стан світу, але і на те, що кожен агент знає про знання один одного.

Розглянемо випадок рефлекторного агента з реактивною політикою  $\pi(\theta_t) = a_t$  в світі, що спостерігається повністю. Припущення про спостережуваність передбачає, що  $s_t = \theta_t$ , отже, політика агента

$$\pi(s_t) = a_t. \quad (3.14)$$

Іншими словами, у світі, що спостережується, політика рефлекторного агента відображається зі стану світу в дії. Мета досягається завдяки тому, що в багатьох задачах стан світу в момент часу  $t$  забезпечує повну характеристику історії станів до моменту  $t$ . Такий стан світу, який узагальнює всю необхідну інформацію про минуле, називається Марковим або тим, що має Марківську властивість. Виходячи зі сказаного, в світі Маркова

агент може безпечно використовувати безпам'ятну політику (3.14) для прийняття рішень.

Досі розглядалося, що політика агента може залежати від його минулого досвіду і характерних особливостей навколишнього середовища. Однак, як стверджувалось на початку глави 10, оптимальне прийняття рішень має також брати до уваги майбутнє. У класичному штучному інтелекті метою для конкретної задачі є бажаний стан світу. Відповідно, планування визначається як пошук оптимального шляху до мети серед станів простору.

У стохастичному світі, однак, планування не може бути здійснено за допомогою простого пошуку графа, тому що переходи між станами є недетермінованими. Тепер агент повинен взяти до уваги невизначеність переходів при плануванні. Щоб побачити як це може бути реалізовано, відзначимо, що в детермінованому світі агент віддає перевагу за замовчуванням цільовому стану нецільовому. Загалом кажучи, агент повинен тримати переваги між будь-якими станами світу. Наприклад, хворий агент найбільш віддасть перевагу одужати швидко, менш (але все ще сильно), віддасть перевагу одужати за більш тривалий час, і т.д.

Способом формалізувати поняття вподобань стану є присвоєння кожному стану  $s$  реального числа  $U(s)$ , яке називається вигодою стану  $s$  для цього конкретного агента. Формально для двох станів  $s$  і  $s'$  вірно, що  $U(s) > U(s')$ , тоді і тільки тоді, коли агент віддає перевагу стану  $s$  перед станом  $s'$  і  $U(s) = U(s')$ , тоді і тільки тоді, коли агент індіферентний по відношенню до станів  $s$  і  $s'$ . Інтуїтивно, вигода стану висловлює «бажаність» цього стану для конкретного агента, чим більше вигода стану, тим краще стан для цього агента.

У дискретному світі на рис. 3.5, наприклад, агент вважав би за краще стан  $d3$  станам  $b2$  або  $d2$ .

				1
			+1	2
	-1		-1	3
Start				4

a                      b    c    d

Рисунок 3.5 – Світ з одним бажаним (+1) і двома небажаними (-1) станами

У мультиагентній системі стан може бути бажаним для конкретного агента і в той же час бути небажаним для іншого агента.

Якщо кожний стан світу має величину вигоди, агент може зробити згадані розрахунки і обчислити оптимальну дію для кожного можливого стану. Це забезпечує агента політикою, яка пов'язує стани і дії в оптимальному сенсі (оптимальному з урахуванням даних вигод). Зокрема, маючи набір найбільш досяжних вигід  $U^*(s)$  в даній задачі, «жадібна» політика, яка представляє собою

$$\pi^*(s) = \arg \max_a \sum_{s'} p(s' | s, a) U^*(s'), \quad (3.16)$$

є оптимальною політикою для агента.

Також для кожного стану  $s$  і кожної можливої дії  $a$  можна визначити оптимальне значення дій або значення  $Q$ ,  $Q^*(s, a)$ , яке вимірює ступінь відповідності дії  $a$  в стані  $s$  для даного

агента. Для  $Q$  вірно, що  $U^*(s) = \max_a Q^*(s, a)$ , коли оптимальна політика може бути обчислена як

$$\pi^*(s) = \operatorname{argmax}_a Q^*(s, a), \quad (3.17)$$

що є більш простою формулою, ніж (3.16), яка не використовує моделі переходу.

## Глава 11. Інтелектуальна і логічна взаємодія агентів

Розглянемо випадок, де частини станів приховані від агентів. В такому світі, що спостерігається частково, агент завжди повинен розмірковувати про свої знання та знання інших перед прийняттям рішення. Формалізуємо поняття знань і загальних знань в таких галузях, і опишемо модель гри Баеса для мультиагентного прийняття рішень в умовах часткової спостережуваності.

Для того щоб діяти раціонально, агент завжди повинен реагувати на те, що він знає про поточний стан світу. Як показано в главі 10, якщо стан повністю спостерігається, агент може працювати досить добре без широкого обмірковування. Якщо стан спостерігається частково, агент повинен спочатку уважно розглянути, що він знає і те, чого не знає, перш ніж вибрати дію.

У мультиагентній системі часткова спостережуваність змушує раціонального агента думати інтерактивно, тобто брати до уваги знання інших агентів під час прийняття рішень. Крім того, агент повинен розглянути те, що інші агенти знають про нього, а також те, що вони знають про його знання.

Часткова спостережуваність може мати різні наслідки для прийняття рішень агентами. Наприклад, оптимальне

планування при частковій спостережуваності може бути важкою задачею навіть у випадку з єдиним агентом. У мультиагентному випадку оптимальне планування при частковій спостережуваності є нерозв'язним [165]. Останнє обумовлено тим, що, як зазначено вище, кожен агент повинен брати до уваги знання кожного іншого агента в прийнятті своїх рішень, що може істотно збільшити складність проблеми.

Розглянемо поняття інформації та загальних знань на прикладі моделі розповсюдження гепатиту В [30].

Три агента здали кров на гепатит В. З метою економії коштів, в лабораторії використовується пул сироваток крові, тобто змішуються сироватки від декількох хворих. Якщо результат негативний, то усі пацієнти здорові, якщо позитивний – хтось із пацієнтів хворий, і тоді проводяться подальші дослідження [166]. Їх стани можуть бути або «здоровий», або «хворий», але припустимо, що всі агенти хворі. Кожен агент не знає свого стану. Лікар, який проводить дослідження крові, запитує у агентів про їх спосіб життя, оцінює належність кожного до групи ризику і передає цю інформацію двом іншим агентам. Він запитує агентів, чи знають вони про свої стани. Кожен агент відповідає негативно. Після проведених досліджень лікар оголошує «Принаймні, один із вас хворий», а потім питає їх знову по черзі. Агент 1 говорить «ні», Агент 2 також говорить «ні», але коли лікар запитує агента 3, той говорить «так». Як це можливо, що агент 3 може, нарешті, з'ясувати свій стан? Перед оголошенням, що, принаймні, один з них хворий, жоден агент не був в змозі сказати, хворий він чи ні. Які зміни відбулися після оголошення? Здавалося б, оголошення не виявило нічого нового; кожен агент вже міг припустити, що серед них є, принаймні, один хворий, тому що він знає інформацію про їх належність до групи ризику.



Враховуючи, що кожен з агентів чув, що є, принаймні, один хворий, агент 3 може визначити свій стан, розмірковуючи таким чином: «Ні» агента 1 означає, що або я, або агент 2 знаходиться в зоні ризику, тобто швидше за все хворий. Агент 2 знає про це, так що якби я не був в зоні ризику, агент 2 сказав би «Так». Але агент 2 сказав «Ні», оскільки я перебуваю в зоні ризику, а значить, швидше за все хворий ».

Хоча кожен агент вже знає (з сприйняття) той факт, що, принаймні, один агент хворий, ключовим моментом є те, що публічне оголошення про людину, робить цей факт загальним знанням серед агентів. (Побічно також передбачається, що загальним знанням є те, що кожен агент може сприймати інформацію і розмірковувати раціонально.) Такий приклад демонструє наслідки інтерактивних міркувань і міцність загальних знань.

Спробуємо тепер формалізувати деякі з концепцій, які з'являються в прикладі. Відправною точкою є те, що стан світу частково спостерігається для агентів. У світі, що спостерігається частково, сприйняття агента надає тільки часткову інформацію про справжній стан за допомогою детермінованої або стохастичної моделі спостереження (глава 10). В даному прикладі ця модель являє собою детерміновану модель.

Нехай  $S$  – множина всіх станів і  $s \in S$  – поточний стан світу. Припускаємо, що сприйняття агента  $i$  надає інформацію про стан  $s$  через інформаційну функцію  $P_i : S \mapsto 2^S$ , яка відносить  $s$  до  $P_i(s)$ , непустій підмножині  $S$ , званій інформаційною множиною агента  $i$  в стані  $s$ . Інтерпретація інформаційної множини така, що коли дійсний стан –  $s$ , агент  $i$  вважає, що будь-який стан в  $P_i(s)$  може бути істинним станом. Множина  $P_i(s)$  буде завжди містити  $s$ , але власне це єдине, що агент  $i$  знає

про справжній стан. У разі декількох агентів кожен агент може мати різну інформаційну функцію.

Таблиця 3.2 – Вісім станів світу з прикладу

		Стани світу							
		a	b	c	d	e	f	g	h
Агенти	1	I	I	I	I	H	H	H	H
	2	I	I	H	H	I	I	H	H
	3	I	H	I	H	I	H	I	H

У прикладі, розглянутому вище, стан є трикомпонентним вектором, що містить стани агентів. Нехай I і H позначають «хворий» і «здоровий» відповідно. Тоді існує 8 станів  $S = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ , як показано в табл. 3.2. Ймовірно, істинним станом є  $s=a$ . З умов ми знаємо, що стан частково спостерігається кожним з агентів, тільки два з трьох станів прямо відомі кожному з агентів. Іншими словами, в будь-якому стані  $s$  інформаційна множина кожного агента складається з двох рівноймовірних станів, таких, в яких єдиною відмінністю є власний стан агента. Наприклад, в стані  $s=a$  інформаційна множина агента 2 –  $P_2(s) = \{a, c\}$ , підмножина  $S$  – з двох станів.

Інформаційна множина  $P_i(s)$  агента  $i$  складається з тих станів  $S$ , які агент  $i$  вважає можливими при істинному стані  $s$ . В цілому, припускаємо, що інформаційна функція агента розділяє стан простору на зібрання пересічних підмножин, званих комірками, які разом формують множину  $P_i$  з  $S$ . Інформаційна множина  $P_i(s)$  для агента  $i$  в істинному стані  $s$  – це комірка  $P_i$ , яка містить  $s$ , поки об'єднання всіх комірок множини  $P_i$  це  $S$ .

На основі інформаційних функцій, можливо обчислити множини агентів в прикладі

$$P_1^t = \{\{a, e\}, \{b, f\}, \{c, g\}, \{d, h\}\}; \quad (3.18)$$

$$P_2^t = \{\{a, c\}, \{b, d\}, \{e, g\}, \{f, h\}\}; \quad (3.19)$$

$$P_3^t = \{\{a, b\}, \{c, d\}, \{e, f\}, \{g, h\}\}, \quad (3.20)$$

де  $t$  відноситься до часового кроку до будь-яких оголошень. В істинному стані  $s=a=III$ : жоден агент не знає свого стану, оскільки відповідна клітка кожного розділу містить два рівноймовірні стани. Агент 1 вважає  $a$  та  $e$  можливими, агент 2 вважає  $a$  та  $c$  можливими, агент 3 вважає  $a$  та  $b$  можливими.

Наступним кроком є додаткове припущення, що всі стани є загальними знаннями серед агентів. У разі гомогенних агентів, наприклад, це припущення реалістичне, оскільки кожен агент буде знати про можливості сприйняття один одного. В даному прикладі розумно припустити, що всі агенти можуть сприймати отриману інформацію адекватно та що вони усі раціональні.

Якщо стани є загальними знаннями, тоді в стані  $a$  агент 1 думає, що агент 2 може думати, що агент 3 може думати, що  $h=NNN$  можливо. Слід зауважити, що в стані  $a$  агент 1 думає, що  $a$  чи  $e$  можуть бути істинним станом (3.18). Але якщо  $e$  істинно, тоді з 3.19 випливає, що агент 2 може вважати  $g$  істинним станом. Але тоді бачимо з 3.20, що агент 3 може вважати  $h$  істинним станом. Слід зауважити, що аналітичні рамки, описані вище, дозволяють сформулювати складні твердження.

Тепер оголошення лікаря відкриває, що дійсний стан не  $h$ . Це автоматично змінює сприйняття агентів

$$\begin{aligned} P_1^{t+1} &= \{\{a, e\}, \{b, f\}, \{c, g\}, \{d\}, \{h\}\} \\ P_2^{t+1} &= \{\{a, c\}, \{b, d\}, \{e, g\}, \{f\}, \{h\}\} \\ P_3^{t+1} &= \{\{a, b\}, \{c, d\}, \{e, f\}, \{g\}, \{h\}\} \end{aligned} \quad (3.21)$$

Слід зазначити, що  $h$  знімає неоднозначність з  $d$ ,  $f$  та  $g$  в трьох можливих станах. Потім лікар запитує кожного агента по черзі, чи знають вони власні стани. Агент 1 говорить «ні». В якому випадку агент 1 сказав би «так»? Як видно з 3.21, тільки в стані  $d$  агент 1 знав би власний стан. Але дійсним станом є  $a$ , в якому агент 1 все ще вважає стан  $e$  можливим.

Відповідь агента 1 виключає стан  $d$  з множини можливих станів. Це призводить до уточнення агентів 2 та 3

$$\begin{aligned}
 P_1^{t+2} &= \{ \{a, e\}, \{b, f\}, \{c, g\}, \{d\}, \{h\} \} \\
 P_2^{t+2} &= \{ \{a, c\}, \{b\}, \{d\}, \{e, g\}, \{f\}, \{h\} \} \\
 P_3^{t+2} &= \{ \{a, b\}, \{c\}, \{d\}, \{e, f\}, \{g\}, \{h\} \}
 \end{aligned}
 \tag{3.22}$$

Далі опитується агент 2. З його сприйняття станів бачимо, що він би знав, чи хворий він тільки в стані  $b$  або  $f$ . Однак, в істинному стані  $a$  агент 2 все ще вважає  $c$  можливим, тому він відповідає негативно. Його відповідь виключає  $b$  та  $f$  з множини можливих станів, що призводить до уточнення сприйняття агентів 1 та 3

$$\begin{aligned}
 P_1^{t+3} &= \{ \{a, e\}, \{b\}, \{f\}, \{c, g\}, \{d\}, \{h\} \} \\
 P_2^{t+3} &= \{ \{a, c\}, \{b\}, \{d\}, \{e, g\}, \{f\}, \{h\} \} \\
 P_3^{t+3} &= \{ \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{e\}, \{f\}, \{g\}, \{h\} \}
 \end{aligned}
 \tag{3.23}$$

Сприйняття агента 3 тепер містить тільки одноелементні комірки, тому агент 3 тепер може розпізнати власний стан. Відзначимо, що агенти 1 та 2 досі не можуть сказати, чи хворі вони. Фактично вони не зможуть назвати власні стани незалежно від того, скільки оголошень послідує, стани (3.23)

не можуть бути далі уточнені. Цікаво, що описаний аналіз був би абсолютно таким же при будь-якому з істинних станів  $\{a, c, e, g\}$ .

Будь-яка підмножина  $E$  з  $S$  називається подією. Якщо для агента  $I$  вірно, що  $P_i(s) \subseteq E$  в істинному стані  $s$ , тоді говоримо, що агент  $i$  «знає» подію  $E$ . В загальному випадку функція знання агента  $i$  визначена як

$$K_i(E) = \{s \in S : P_i(s) \subseteq E\}. \quad (3.24)$$

Так, для будь-якої події  $E$ , множина  $K_i(E)$  включає в себе всі стани, в яких агент  $i$  знає  $E$ .  $K_i(E)$  може бути записано як об'єднання всіх клітин  $P_i$ , які повністю містяться в  $E$ . У прикладі, наприклад, в фінальних сприйняттях (3.23) вірно, що  $K_1(\{a, e, c\}) = \{a, e\}$ , у той час як для випадку  $E = \{a, c, e, g\}$  вірно, що  $K_i(E) = E$  для всіх  $i=1, 2, 3$ .

Подія  $E \subseteq S$  називається самоочевидною для агента  $i$ , якщо  $E$  може бути записано, як об'єднання клітин  $P_i$ . Наприклад, в (3.23) подія  $E = \{a, c, e, g\}$  є самоочевидною для всіх трьох агентів. Як інший приклад, припустимо, що простір стану складається з натуральних чисел від 1 до 8, дійсний стан  $s=1$ , два агента мають такі сприйняття:

$$\begin{aligned} P_1 &= \{\{1,2\}, \{3,4,5\}, \{6\}, \{7,8\}\} \\ P_2 &= \{\{1,2,3\}, \{4\}, \{5\}, \{6,7,8\}\} \end{aligned} \quad (3.25)$$

При  $s=1$  агент 1 вважає, що  $\{1,2\}$  можливо. Агент 1 також вважає, що агент 2 може думати, що  $\{1,2,3\}$  можливо. Більш того, агент 1 вважає, що агент 2 може думати, що агент 1 може думати, що  $\{1,2\}$  або  $\{3,4,5\}$  можливі. Але нікому не потрібно

думати понад  $\{5\}$ . У цьому прикладі подія  $\{1,2,3,4\}$  самоочевидна для агента 2, в той час як подія  $\{1,2,3,4,5\}$  самоочевидна для обох агентів.

Тепер можна сформулювати поняття загальних знань. Для спрощення, перше твердження сформульовано для двох агентів:

Подія  $E \subseteq S$  є загальним знанням для агентів 1 та 2 при істинному стані  $s \in S$ , якщо  $s$  є членом кожного з множин нескінченної послідовності  $K_1(E), K_2(E), K_1(K_2(E)), K_2(K_1(E)), \dots$ .

Подія  $E \subseteq S$  є загальним знанням серед групи агентів при істинному стані  $s \in S$ , якщо  $s$  є членом певної множини  $F \subseteq E$ , яка є самоочевидною для всіх агентів.

Ці два твердження еквівалентні [167]. Проте друге твердження набагато простіше застосовувати; воно вимагає лише обчислень самоочевидних множин, які є об'єднаннями сприйняття клітин  $i$ , таким чином, їх легко знайти. Наприклад, у наведеному прикладі подія  $E = \{1,2,3,4,5\}$  є загальним знанням між двома агентами, оскільки  $E$  самоочевидна для них обох та дійсний стан  $S=1$  відноситься до  $E$ . Аналогічно в прикладі з агентами, зараженими гепатитом В, в кінцевих сприйняттях (3.23), та з дійсним станом  $S=a$ , подія  $E = \{a, c, e, g\}$  є загальним знанням серед всіх трьох агентів.

Вище розглянуто, яким чином спостереження агентів відносяться до станів світу за допомогою інформаційних функцій  $i$  що означає те, що випадок є загальним знанням для групи агентів.

Розглянемо приклад з хворими на гепатит В знову, а зокрема, часовий крок після публічного оголошення лікаря. Ідентифікуємо примітиви мультиагентної взаємодії в той крок, який відноситься до прийняття рішення агентами.

Істинний стан  $s=a=III$ , і він частково спостерігається іншими агентами: кожен агент  $I$  отримує спостереження  $\theta_i \in \Theta_i$ , яке надає інформацію про  $s$  через інформаційну функцію  $P_i$ . (Вище  $\theta_i$  не були явними; тут робимо їх явними, асоціюючи кожен інформаційну множину  $P_i(s)$  з відповідним спостереженням  $\theta_i$ .) Наприклад, при  $s=III$  агент 1 спостерігає  $\theta_1 = II$ , що означає, що він бачить два стани «хворий» агентів 2 і 3, де  $\theta_i$  є членом множини  $\Theta_1 = \{II, IH, HI, HH\}$  (всі можливі спостереження агента 1). Сукупність індивідуальних спостережень всіх агентів визначає поточне спостереження  $\theta$ .

Модель сприйняття асоціює кожне спостереження  $\theta_i$  агента  $i$  з одиничною інформаційною множиною  $P_i(s)$ , яка є підмножиною простору стану. Наприклад,  $\theta_1 = II$  асоціюється з інформаційною множиною  $P_1(s) = \{a, e\}$ . У цьому випадку кожне спостереження є певною функцією стану: спостереження кожного агента в кожному стані повністю визначено умовами події (станами кожного з агентів). Як було відзначено в главі 10, більш загальні моделі спостереження можуть бути визначені в разі, якщо зв'язок між станами і спостереженнями стохастичний. Наприклад, спостережна модель може визначити спільний ймовірнісний розподіл  $p(s, \theta)$  по станам і спільним спостереженням, з яких може бути підраховано множину інших кількостей, таких як  $p(\theta)$  або  $p(\theta|s)$ , з використанням законів теорії ймовірності.

У прикладі з хворими кожен агент відповідає «так» чи «ні» на запитання лікаря: «Ви знаєте свій стан?». Така відповідь може бути розглянута як дія агента, котрий володіє поточною інформацією. Наприклад, в фінальних сприйняттях (3.23), агент 1 відповідає «ні», маючи в своєму розпорядженні інформаційну множину  $\{a, e\}$ , а агент 3 відповідає «так», маючи в своєму

розпорядженні множину  $\{a\}$ . Загалом, в мультиагентному прийнятті рішень в умовах часткової спостережуваності політикою кожного агента  $i$  є співставлення  $\pi_i : \Theta_i \mapsto A_i$  індивідуальних спостережень  $\theta_i$  до індивідуальних дій  $a_i = \pi_i(\theta_i)$ . Профіль індивідуальних політик  $(\pi_i)$  визначає об'єднану політику  $\pi$ .

В розглянутому прикладі агенти відповідають правдиво на питання. Незважаючи на те, що платіжну функцію в даній задачі не визначено явно, можливо думати про неявну платіжну функцію, яку максимізують агенти і в якій правдивість високо оцінена. Мультиагентне прийняття рішень вимагає визначення явної платіжної функції  $Q_i$  для кожного агента. Ця функція може приймати кілька форм, наприклад, це може бути функція  $Q_i(s, a)$  від станів і об'єднаних дій, або функція  $Q_i(\theta, a)$  від об'єднаних спостережень і об'єднаних рухів, або функція  $Q_i(\theta_i, a)$  від індивідуальних спостережень і об'єднаних рухів. Слід зауважити, що часто одна форма може бути отримана з іншої, наприклад, коли зворотна модель спостереження  $p(s | \theta)$  можлива, можливо записати  $Q_i(\theta, a) = \sum_{s \in S} p(s | \theta) Q_i(s, a)$ .

Коли твердження, що згадане вище, визначене, мультиагентне прийняття рішень при частковій спостережуваності може бути змодельоване грою Байєса, також відомою як «стратегічна гра з недосконалою інформацією», зокрема, гра Байєса передбачає, що існує множина станів  $S$ , з яких один стан (дійсний) визначено на початку гри. Дійсний стан лише частково спостерігається агентами, кожен агент  $I$  отримує спостереження  $\theta_i$ , також зване типом агента  $i$ , яке приховано від інших агентів, і яке відноситься до стану через визначену або стохастичну модель спостереження. Кожен агент додатково володіє платіжною функцією  $Q_i$ , як описано



вище. Рішенням гри є набір індивідуальних політик  $\pi_i(\theta_i)$ , які є оптимальними по відношенню до деяких концепцій рішення, наприклад, рівновага Неша, визначена нижче. Кожна індивідуальна політика  $\pi_i(\theta_i)$  визначає дію, яку повинен здійснити агент  $i$  для кожного з його спостережень, а не тільки спостережень, які агент дійсно отримує після початку гри. Таке прогнозоване рішення гри необхідно, оскільки воно охоплює ідею інтерактивного мислення, що агент  $i$  може бути не впевненим в тому, що інший агент  $j$  вважає, що  $i$  буде грати після спостереження певного  $\theta_i$ .

В залежності від типу моделі спостережень і платіжної функції існують різні моделі гри Басса. Наведемо дві такі моделі. Перша приймає платіжні функції визначеними через стани і об'єднані дії в формі  $Q_i(s, a)$  і те, що кожен агент  $i$  має доступ до зворотної моделі спостережень, яка залежить від індивідуальних спостережень, в формі  $p(s | \theta_i)$ . У такій моделі рівновага Неша визначена, як рівновага нової стратегічної гри, в якій кожен гравець є парою (агент  $i$ , спостереження  $\theta_i$ ) і має платіжну функцію

$$u_i(\pi_i(\theta_i)) = \sum_s p(s | \theta_i) Q_i(s, [\pi_i(\theta_i), a_{-i}(s)]) \quad (3.26)$$

де  $a_{-i}(s)$  є набором дій, здійснених усіма гравцями крім гравця  $(i, \theta_i)$  в стані  $s$ .

Щоб дане твердження було можливо застосувати, кожен агент повинен мати можливість робити висновок з дії інших агентів в кожному стані. Для цього необхідно, щоб модель спостереження була загальними знаннями і щоб вона була детермінованою моделлю, де для кожного  $i$  спостереження  $\theta_i$  є детермінованою функцією від  $s$  (наприклад, модель сприйняття,

як в прикладі з хворими на гепатит В). В такому випадку політика  $\pi_j(\theta_j)$  агента  $j$  єдиним чином ідентифікує його дію в  $s$  через  $a_j(s) = \pi_j(\theta_j(s))$ .

Друга модель гри Байеса не використовує стани. Замість цього вона приймає, що платіжні функції визначені через об'єднані спостереження і дії в формі  $Q_i(\theta, a)$  і що гранична модель спостереження  $p(\theta)$  доступна. В такому випадку рівновага Неша визначена так само, але (3.26) замінено на

$$u_i(\pi_i(\theta_i)) = \sum_{\theta_{-i}} p(\theta_{-i} | \theta_i) Q_i(\theta, [\pi_i(\theta_i), \pi_{-i}(\theta_{-i})]) \quad (3.27)$$

де тепер кількості  $\pi_{-i}(\theta_{-i})$  доступні, а  $p(\theta_{-i} | \theta_i)$  може бути розраховано з  $p(\theta)$ . З другою моделлю гри простіше працювати, вона часто краща у порівнянні з першою.

В спеціальному випадку з  $n$  спільними агентами із загальною платіжною функцією  $Q1 = \dots = Qn \equiv Q$  координація вимагає обчислення ефективності по Парето рівноваги Неша. У другій моделі гри Байеса, описаній вище, така рівновага може бути обчислена, як наведено в табл. 3.3.

Таблиця 3.3 – Гра Баеса з загальними платіжними функціями, що включає два агента і бінарні дії і спостереження.

		$\theta_2$		$\bar{\theta}_2$	
		$a_2$	$\bar{a}_2$	$a_2$	$\bar{a}_2$
$\theta_1$	$a_1$	+0.1	+2.2	+0.4	-0.2
	$\bar{a}_1$	-0.5	+2.0	+1.0	+2.0
$\bar{\theta}_1$	$a_1$	+0.4	-0.2	+0.7	-2.6
	$\bar{a}_1$	+1.0	+2.0	+2.5	+2.0

Парето оптимальна рівновага Неша гри Байеса із загальною платіжною функцією  $Q(\theta, a)$  є об'єднаною стратегією  $\pi^* = (\pi_i^*)$ , яка задовольняє

$$\pi^* = \arg \max_{\pi} \sum_{\theta} p(\theta) Q(\theta, \pi(\theta)). \quad (3.28)$$

З точки зору певного агента  $i$ , формула (2.28) читається:

$$\pi_i^* = \arg \max_{\pi_i} \sum_{\theta_i} p(\theta_i) \sum_{\theta_{-i}} p(\theta_{-i} | \theta_i) Q_i(\theta, [\pi_i(\theta_i), \pi_{-i}^*(\theta_{-i})]). \quad (3.29)$$

Сума аргументів максимальна, коли кожен з аргументів максимальний, тому вірно

$$\pi_i^*(\theta_i) = \arg \max_{\pi_i(\theta_i)} \sum_{\theta_{-i}} p(\theta_{-i} | \theta_i) Q_i(\theta, [\pi_i(\theta_i), \pi_{-i}^*(\theta_{-i})]), \quad (3.30)$$

що є ефективністю по Нешу (3.27). Це показує, що  $\pi^*$  є рівновагою Неша. В табл. 3.3 наведений приклад дваагентної гри Байеса з загальними платіжними функціями, де кожен агент  $i$  має дві можливі дії  $A_i = \{a_i, \bar{a}_i\}$  і два можливі спостереження  $\Theta_i = \{\theta_i, \bar{\theta}_i\}$ . Припускаючи форму  $p(\theta)$ , можливо розрахувати з (3.28) Парето оптимальну рівновагу Неша  $\pi^* = (\pi_1^*, \pi_2^*)$  гри

$$\pi_1^* : \pi_1^*(\theta_1) = \bar{a}_1, \pi_1^*(\bar{\theta}_1) = \bar{a}_1; \quad (3.31)$$

$$\pi_2^* : \pi_2^*(\theta_2) = \bar{a}_2, \pi_2^*(\bar{\theta}_2) = \bar{a}_2. \quad (3.32)$$

Це рішення дає кожному агенту очікуваний виграш.

## **Глава 12. Дослідження та реалізація інтелектуальної поведінки мультиагентної системи популяційної динаміки**

Як показано в главі 11, найбільш ефективними для реалізації мультиагентних систем з різними видами агентів є інтелектуальні агенти. Не дивлячись на дослідження в цій галузі, доступні засоби поки не дозволяють вільно використовувати елементи логічного програмування [168]. Якщо агенту відомо достатньо фактів про середовище, відповідний логічний підхід дозволяє йому формувати плани, які гарантовано будуть працювати. Така організація функціонування агента є дуже зручною. На жаль, агенти майже ніколи не мають доступу до всіх необхідних відомостей про навколишнє середовище [169]. Тому агенти повинні діяти в умовах невизначеності.

Отже, окремий інтерес при вивченні мультиагентного моделювання і інтелектуальної взаємодії агентів представляє розширення автономії агентів шляхом наділення їх здатністю до логічних висновків до інтелектуального прийняття рішень. Для формалізації механізму прийняття рішень в мультиагентному середовищі розглянемо приклад, описаний в главі 11, що передбачає взаємодію інтелектуальних агентів в умовах невизначеності.

На основі методу розв'язання задачі, описаному в главі 11, розроблено модифікований метод рішення задачі і сформульований алгоритм (рис. 3.6), розрахований на будь-яку кількість агентів.

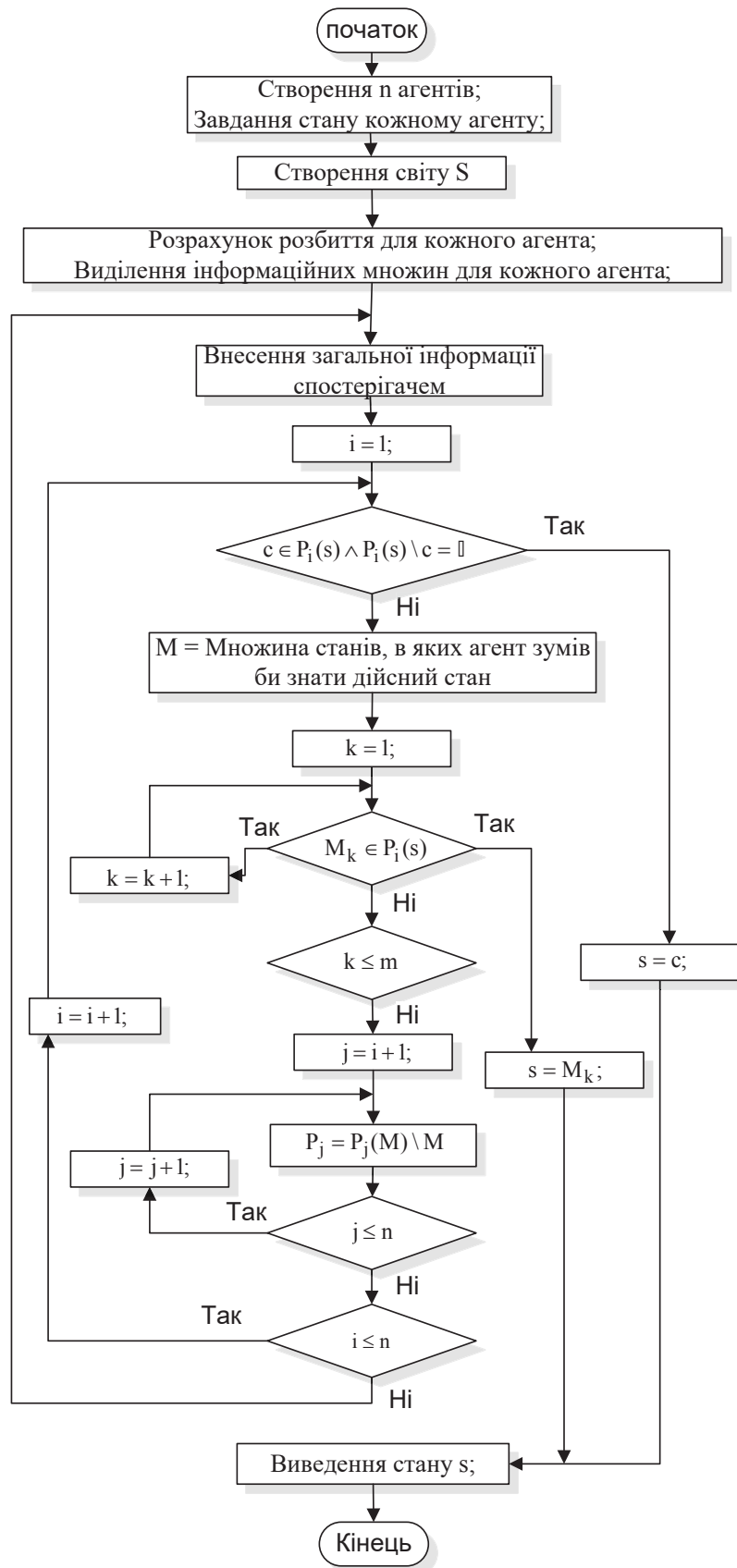


Рисунок 3.6 – Модифікований метод інтелектуальної взаємодії агентів, розрахований на будь-яку кількість агентів

Задається кількість агентів  $i$  для кожного агента встановлюється відповідний йому стан. Створюється світ, виходячи із заданої кількості агентів. Для кожного агента прораховуються розбиття і виділяються інформаційні множини на основі того, які стани мають інші агенти. Спостерігач вносить загальну інформацію, і гра починається. Послідовно кожному агенту задається питання про те, чи може він назвати свій стан.

В алгоритмі, описаному на рис 3.6, використано наступні позначення:

$S$  – множина всіх станів (світ),

$s$  – істинний стан,

$P_i$  – розбиття для  $i$ -го агента,

$P_i(s)$  – інформаційна множина  $i$ -го агента,

$n$  – кількість агентів,

$i$  – лічильник по зовнішньому циклу агентів,

$j$  – лічильник по внутрішньому циклу агентів,

$M$  – множина станів, в яких агент міг би знати дійсний стан,

$m$  – кількість станів в множині  $M$ ,

$k$  – лічильник по множині  $M$ ,

$c$  – будь-який стан з множини  $S$ .

При цьому кожен агент, дочекавшись своєї черги, здійснює наступну послідовність дій:

1. Перевірка очевидності відповіді. Якщо в інформаційній множині присутній тільки один стан, саме він і є дійсним. В іншому випадку перехід до кроку 2.

2. Пошук станів, в яких агент точно міг би відповісти на питання про свій стан.

3. Перегляд всіх знайдених станів. Якщо стан входить в інформаційну множину, тоді цей стан є дійсним і агент каже, що може назвати свій стан. В іншому випадку, перехід до кроку 4.

4. Якщо жоден зі знайдених станів не входить в інформаційну множину агента, тоді він не може визначити свій стан. Агент виключається з розгляду, а агенти, чия черга ще не настала, відсікають стани, знайдені поточним агентом.

5. Перехід до наступного агента.

На рисунку 3.6. представлено графіки продуктивності базової та модифікованої реалізації алгоритму.

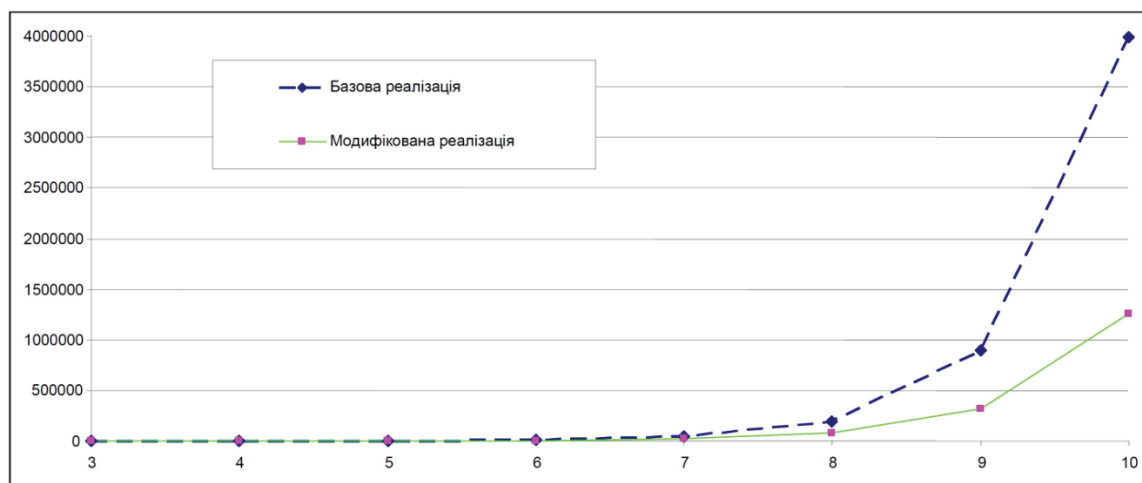


Рисунок 3.7 – Графіки продуктивності базового і модифікованого методів

Проведено порівняльний аналіз продуктивності початкового і модифікованого методів розв'язання задачі. Як видно з графіка на рис. 3.7, модифікований метод володіє вищою продуктивністю внаслідок зменшення кількості необхідних операцій. В даному випадку під однією операцією будемо розуміти операцію читання елемента з масиву або видалення елемента з масиву. Не беруться до уваги набори операцій, що притаманні обом алгоритмам.

Розроблений метод реалізовано на мові Prolog, а за допомогою середовища NetLogo забезпечено мультиагентний підхід. Для забезпечення взаємодії між NetLogo і Prolog реалізовано за допомогою розширення для NetLogo,

яке написано на мові Java і створене спеціально для цієї задачі. Розширення містить в собі реалізацію трьох операторів NetLogo:

```
import org.nlogo.api.*;
public class RationalAgents extends DefaultClassManager {
    public void load(PrimitiveManager primitiveManager)
    {
        primitiveManager.addPrimitive("start_prolog",          new
StartEngine());
        primitiveManager.addPrimitive("answer", new Answer());
        primitiveManager.addPrimitive ("get_possible_states", new
GetPossibleStates());
    }
}
```

Клас Answer приймає всю необхідну для логічного виводу інформацію, обробляє об'єкти з NetLogo і формує запит до Prolog. На виході повертає відповідь від Prolog. Клас GetPossibleStates повертає стани, які будуть відсікатися у інших агентів, якщо поточний агент не зможе дізнатися про свій стан. Крім того, існує клас PrologClass, що приймає запити відповідно до вимог Prolog, виконує запити, після чого робить обробку відповідей, приводячи їх до виду, необхідному для передачі їх в NetLogo.

Після створення програми на Prolog і розширення, необхідного для роботи з ним, впливає етап реалізації методу в NetLogo, яка робить всі необхідні підготовчі роботи (генерування світу для зазначеної кількості агентів, визначення інформаційних множин тощо), а також забезпечує візуальне відображення процесу розв'язування задачі. Інтерфейс розробленого програмного продукту представлено на рис. 3.8.



Таким чином, розроблений механізм інтеграції мови Prolog і середовища NetLogo дозволяє розв'язувати задачі інтелектуального прийняття рішень в мультиагентному середовищі з використанням бази знань на базі логіки предикатів. Використання запропонованого механізму показано на прикладі розв'язання задачі прийняття рішень агентами в умовах невизначеності. На прикладі розробленого модифікованого методу виявлено можливості підвищення ефективності логічного виводу в мультиагентному середовищі.

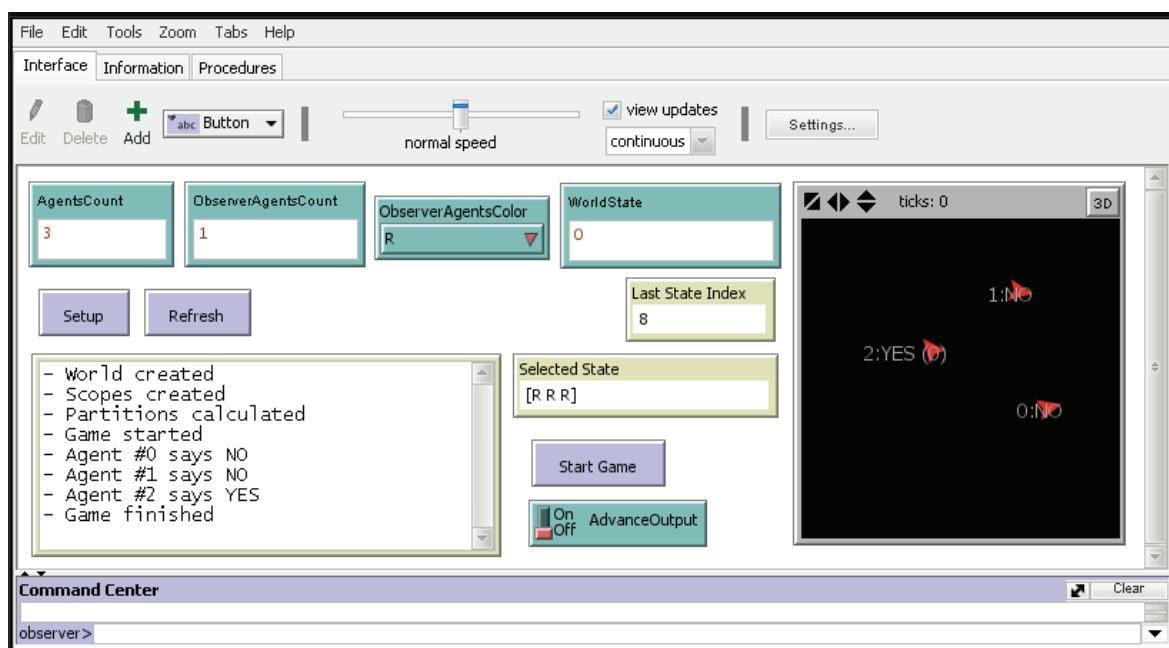


Рисунок 3.8 – Програмна реалізація методу

## ЧАСТИНА 4.

### ДОСЛІДЖЕННЯ ПОПУЛЯЦІЙНОЇ ДИНАМІКИ МЕТОДОМ НЕЧІТКИХ РЕКУРЕНТНИХ ВІДОБРАЖЕНЬ

#### Глава 13. Дослідження стійкості інтелектуальної моделі популяційної динаміки

Ефективна модель забезпечує точний результат з малими відхиленнями протягом тривалого періоду часу. Дані три параметри повинні бути присутніми в будь-якій системі, що моделює динамічні процеси. Багато моделей забезпечують високі результати, але тільки на короткий проміжок часу. Іншим це вдається лише при наявності дуже обмеженого набору вихідних припущень, що може бути чистим збігом обставин. Модель, яка заслуговує на серйозну увагу, повинна бути стійкою в тому сенсі, що вона забезпечує однаково високі результати при різноманітних умовах і протягом різних періодів часу [170].

Розглянемо популяцію динамічної системи. Необхідно дізнатися як кількість осіб  $N_{k+1}$   $(k+1)$ -го року пов'язана з кількістю осіб  $N_k$   $k$ -го року. В найпростішому випадку можливо припустити

$$N_{k+1} = A \cdot N_k, \quad (4.1)$$

де  $A$  – деяке число, що залежить від умов навколишнього середовища.

Якщо  $A > 1$ , то чисельність популяції буде зростати; якщо  $A < 1$ , чисельність буде зменшуватися.

Розглянемо більш реалістичне обмеження. Зростання населення обмежене. Можемо включити цю граничну особливість, додавши ще одну змінну до моделі, яка буде

зневажливо малою при малих значеннях  $N$ , але стає більш важливою з ростом  $N$ . Один з можливих способів це зробити – ввести член, пропорційний до  $N^2$ , що призведе до

$$N_1 = A \cdot N_0 - B \cdot N_0^2. \quad (4.2)$$

Якщо  $B$  значно менше за  $A$ , тоді другий доданок в (4.2) не буде мати значення до тих пір, поки  $N$  не стане достатньо великим. Знак мінус означає, що другий член має тенденцію до зменшення чисельності населення. На наступному кроці використаємо рівняння (4.2), щоб знайти, як змінюється  $N$  в наступні роки

$$\begin{aligned} N_2 &= A \cdot N_1 - B \cdot N_1^2, \\ N_3 &= A \cdot N_2 - B \cdot N_2^2, \\ &\dots \\ N_{k+1} &= A \cdot N_k - B \cdot N_k^2. \end{aligned} \quad (4.3)$$

В цьому випадку максимально можлива кількість популяції становить

$$N^{max} = A/B. \quad (4.4)$$

Введемо поняття частки максимально можливої популяції

$$x_k = N_k / N^{max}. \quad (4.5)$$

Підставивши (4.5) в (4.1), отримаємо

$$x_{n+1} = Ax_n(1 - x_n) = f_A(x_n), \quad (4.6)$$

де  $x_n$  – це популяція в  $n$ -ому році.

Наступним кроком є перевірка інтелектуальної мультиагентної моделі епідемічних процесів на стійкість. Для цього дослідимо розглянуту раніше модель захворюваності на гепатит В [30]. Оскільки модель не є лінійною та не представлена математичними залежностями, а вихідні дані моделі є результатом взаємодії інтелектуальних агентів один з одним та з зовнішнім середовищем, перевірку системи на стійкість природно провести дослідженням залежності зміни вихідних результатів  $\Delta y$  від зміни вхідних параметрів  $\Delta x$ . В результаті проведених експериментів було виявлено незначні відмінності в результаті моделі, а саме

$$f(\Delta x) = \Delta y = 0,57\% . \quad (4.7)$$

Для більш глибокого дослідження системи на хаотичну динаміку пропонується представити систему в формі нечітких лінгвістичних правил та дослідити її на хаотичність в розумінні Лі-Йорке.

#### **Глава 14. Застосування нечітких правил до опису епідемічних процесів**

Дослідники епідемічних динамічних систем стикаються з низкою перешкод при спробі перевірити свої моделі, зокрема, через невизначеності, пов'язані зі змінними, граничними умовами, початковими станами та значеннями параметрів і т.п. В ідеалі вони повинні бути взяті з фактичних даних про динамічну систему й аналізу цих даних експертами, але реально для дослідження доступні тільки дані про зареєстровані процеси, крім того, такі дані демонструють

розпливчастість у визначенні таких понять, як фактори ризику, небезпека, сила впливу, контактні шаблони або статус інфікованості [171]. Таким чином, можливим альтернативним підходом може бути комбінація методів нечіткої логіки і нелінійних динамічних систем з метою забезпечення всебічного аналізу і розробки інструментів прогнозування в динамічних системах з епідемічним характером.

Нечіткі динамічні системи є відносно новою сферою досліджень, основна ідея яких полягає в тому, щоб розширити стандартну динамічну систему, змодельовану за допомогою диференціальних рівнянь або іншого підходу до теоретичних рамок нечіткої множини. Ці методи дозволяють враховувати невизначеності, пов'язані зі змінними, параметрами, граничними умовами та початковими станами і моделювати їхню еволюцію, дотримуючись основних правил і закономірностей динаміки системи.

Нечіткі моделі, засновані на правилах, являють собою системи, чий змінні описуються нечіткими множинами, а не чіткими числами. Вони засновані на концепції нечіткого розбиття інформації і можуть бути класифіковані у дві загальні групи залежно від того, як подана інформація: 1) лінгвістичні моделі, у яких найбільш відомим прикладом є модель типу Мамдані [172], і 2) модель Такагі – Сугено [173]. Обидві моделі засновані на використанні нечітких правил і лінгвістичних змінних. Проте лінгвістичні моделі є якісним описом поведінки системи з використанням природної мови, а моделі Такагі – Сугено – комбінацією нечітких і стандартних структур.

Успішним застосуванням нечіткої лінгвістичної моделі в моделюванні контролерів показано, що це найбільш прикладна структура. Нечітка лінгвістична модель заснована на наближених міркуваннях, які забезпечують основу

для побудови гіпотез з неточною інформацією за допомогою адекватних механізмів логічного виводу [174]. Дана модель може бути визначена як експертна система, тому що вона має у собі базу знань і механізм логічного виводу, обидва з яких ґрунтуються на експертних знаннях людини. Більшість нечітких додатків засновані на нечітких лінгвістичних системах. Вони широко використовуються в розробці нечітких контролерів медичних апаратів, оцінюванні ризику і в діагностичних системах [175 – 179]. У дослідженнях епідемічних процесів також існує кілька нечітких лінгвістичних систем [180-182].

Нечіткі моделі, засновані на правилах, мають просту структуру і складаються з чотирьох основних компонентів:

- модуль фаззифікації, який переводить чіткі входи (класичні вимірювання) в нечіткі значення за допомогою лінгвістичних змінних;

- нечітка база правил If-Then, яка складається з набору умовних нечітких суджень;

- метод логічного виводу, який застосовує нечіткі механізми для отримання результатів або, іншими словами, спосіб обчислення з нечіткими правилами;

- модуль дефаззифікації, який переводить нечіткі виходи назад до чітких значень, якщо це необхідно.

Схема типової нечіткої моделі, заснованої на правилах, і взаємозв'язок її модулів показані на рис. 4.1.

В роботі [183] була запропонована структура для вирішення систем лінійних диференціальних рівнянь для одного класу нечітких множин, заснована на  $\alpha$ -рівні. Проте запропоновані методи складно застосовувати в динамічних системах з епідемічним характером, оскільки такі моделі мають очевидні нелінійності і повинні бути розглянуті інакше. Ці нелінійності зумовлені тим, що перебіг епідемічного процесу

динамічної системи залежить, крім усього іншого, від частки людей, що знаходяться в різних станах, які за своєю природою невизначені і, отже, є ідеальними об'єктами для аналізу за допомогою нечіткої логіки.

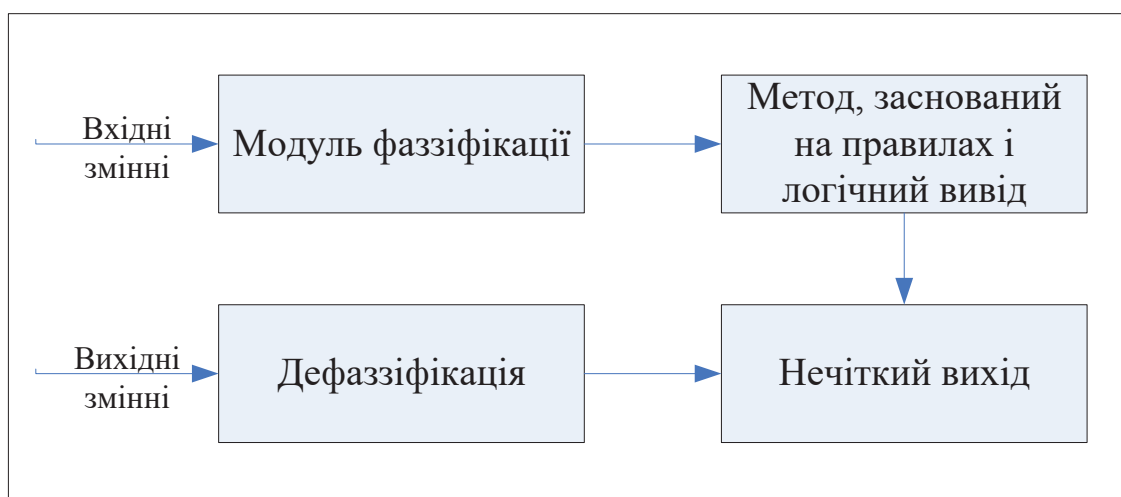


Рисунок 3.1 – Схема типової нечіткої лінгвістичної моделі.

В роботах [184 – 185] запропоновано новий підхід до описування динаміки епідеміологічної моделі в диференціальних рівняннях, що відтворює динамічну систему з використанням нечітких параметрів. У цьому випадку рішенням системи рівнянь є так зване нечітке очікуване значення. Застосування цього підходу в епідеміологічних системах не є очевидним тому, що деякі деталі і параметри можуть трактуватися неоднозначно. Незважаючи на це, даний метод є можливим способом змодельовати епідемічну систему більш реалістично.

Обидва підходи мали деякі теоретичні труднощі, у зв'язку з якими, враховуючи особливості математики нечіткої логіки, складно показати ефективні практичні результати. Для того щоб дослідити, наскільки нечітка логіка може описувати динаміку епідеміологічних систем більш

реалістичним способом, у даному дослідженні розглянуто лінгвістичну нечітку модель, що застосована до мультиагентної моделі, описаній у [30].

Основна ідея такого підходу полягає в тому, що системна динаміка описується набором правил, які застосовуються ітеративно. Кожне правило передбачає вхід і вихід у вигляді нечітких множин або нечітких функцій. З емпіричного досвіду групи експертів можливо створити нечітку функцію належності для кожної змінної і/або параметра, а також лінгвістичні правила, які регулюють динаміку системи. Таким чином, нечітка модель складається з набору правил і відповідного логічного виводу кінцевого автомата. Лінгвістична модель приймає таку форму:

$$\begin{aligned}
 & \text{IF } U = B_1 \text{ AND } W_1 = A_{11} \text{ AND } \dots \text{ AND } W_n = A_{1n} \\
 & \text{THEN } \bar{W}_1 = \hat{A}_{11} \text{ AND } \dots \text{ AND } \bar{W}_n = \hat{A}_{1n} \text{ AND } V = D_1 \\
 & \text{IF } U = B_2 \text{ AND } W_1 = A_{21} \text{ AND } \dots \text{ AND } W_n = A_{2n} \\
 & \text{THEN } \bar{W}_1 = \hat{A}_{21} \text{ AND } \dots \text{ AND } \bar{W}_n = \hat{A}_{2n} \text{ AND } V = D_2 \quad (4.8) \\
 & \dots \\
 & \text{IF } U = B_m \text{ AND } W_1 = A_{m1} \text{ AND } \dots \text{ AND } W_n = A_{mn} \\
 & \text{THEN } \bar{W}_1 = \hat{A}_{m1} \text{ AND } \dots \text{ AND } \bar{W}_n = \hat{A}_{mn} \text{ AND } V = D_m,
 \end{aligned}$$

де  $U$  – вхідна змінна,  $W_i$  – змінні станів системи,  $V$  – вихідна змінна,  $\bar{W}_i$  – змінні станів системи після кожної ітерації,  $B_i$  і  $A_{ij}$  – вхідні нечіткі множини,  $D_i$  і  $\hat{A}_{ij}$  – вихідні нечіткі множини.

У зв'язку з цим, вибираючи відповідний метод логічного виводу і, за необхідності метод дефазифікації, на кожному кроці після запуску моделі розраховується значення змінної стану, яке буде вхідним параметром системи на наступному кроці, і так далі, ітеративно.



Звідси випливає таке:

$$U(l+1) = V(l), \quad (4.9)$$

$$W_i(l+1) = \overline{W}_i(l), \quad (4.10)$$

де  $(l+1)$  – наступний крок після  $l$ .

Існують і інші нечіткі динамічні системи, і вибір конкретної моделі залежить від типу наявної інформації про систему. Іноді частина правил поведінки системи відома заздалегідь, тоді правила будуть приймати такий вигляд:

$$\begin{aligned} \text{IF } U(l) = B_m \text{ AND } W_1(l) = A_{m1} \text{ AND } \dots \text{ AND } W_n(l) = A_{mn} \quad (4.11) \\ \text{THEN } y(l+1) = f(U(l), W_1(l), \dots, W_n(l)); \end{aligned}$$

де  $y(l+1)$  – деяка апріорна функція, відома з системної динаміки.

Розробка нечітких моделей з експертами в різних галузях вимагає міждисциплінарних відносин [186]. Для правильного застосування знань експертів важливим є побудова ними нечітких множин. У загальному вигляді нечіткі множини епідеміологічних систем, побудовані експертами, не показують правильної поведінки. Вони мають тенденцію до асиметричної і нерегулярної динаміки, що відрізняється від поведінки нечітких множин в інженерних галузях. Крім того, у експертів існують проблеми з розумінням природи системної динаміки, правил поведінки і, як наслідок, моделі в цілому [187]. Крім того, створення слідств із правил поведінки є більш трудомісткою задачею для експерта, ніж аналіз минулої статистики динамічної системи, тому що експерт повинен вивчити питання щодо динаміки системи, враховуючи всі чинники і сформулювавши конкретну залежність, що відповідає функції належності. Крім того, щоб проводити аналіз минулої

статистики, яка може впливати на подальшу поведінку динамічної системи, експерту достатньо класифікувати змінні функції належності. Тому в цілому експерт має більше можливостей для розробки передумов до розвитку епідемічного процесу, ніж наслідків.

Враховуючи дані особливості, метод, що дозволяє розробляти апостеріорні лінгвістичні правила, може означати важливий прогрес у моделюванні динамічних систем, які мають високий рівень невизначеності, неточності або неясності у визначенні змінних і параметрів. Крім того, необхідно врахувати, що епідемічні системи – динамічні, неавтономні і відкриті і, отже, мають можливості до вводу–виводу досить великих обсягів даних для побудови гібридних моделей вкрай рідко.

Таким чином, можна формалізувати нечітке рекурентне відображення [188], яке визначається множиною наборів правил  $R = \{r_1, r_2, \dots, r_N\}$ , що зв'язують значення змінних стану  $(x_1, \dots, x_N)$  динамічної системи в поточний  $\tau$  і майбутній  $t$  моменти часу:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_N \end{pmatrix}_t = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \dots \\ r_N \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_N \end{pmatrix}_\tau. \quad (4.12)$$

Набори правил (1) мають вигляд

$$r_i : \left\{ \begin{array}{l} \text{IF } x_1 = A_1^1 \text{ AND } x_2 = A_2^1 \dots \\ \left[ \text{AND } x_k = A_k^1 \right] \dots x_N = A_N^1 \quad \Big|_{\tau} \\ \text{THEN } x_i = B^1 \Big|_t \\ \\ \text{IF } x_1 = A_1^2 \text{ AND } x_2 = A_2^2 \dots \\ \left[ \text{AND } x_k = A_k^2 \right] \dots x_N = A_N^2 \quad \Big|_{\tau} \\ \text{THEN } x_i = B^2 \Big|_t \\ \\ \dots\dots\dots \\ \text{IF } x_1 = A_1^{K_i} \text{ AND } x_2 = A_2^{K_i} \dots \\ \left[ \text{AND } x_k = A_k^{K_i} \right] \dots x_N = A_N^{K_i} \quad \Big|_{\tau} \\ \text{THEN } x_i = B^{K_i} \Big|_t \end{array} \right. , \quad (4.13)$$

де  $K_i$  – кількість правил в наборі  $r_i$ ; елементи в квадратних дужках є необов'язковими, тобто не всі змінні стану можуть бути задіяні у правилі;  $A_i, B$  – значення лінгвістичних змінних з відповідних терм-множин.

Нескладно показати, що кількість правил набору знаходиться в діапазоні

$$0 \leq K_i \leq \prod_{i=1}^N \text{card}(S(x_i)) , \quad (4.14)$$

де  $\text{card}(S(x_i))$  – потужність терм-множини лінгвістичної змінної  $x_i$ . Допускаються також і порожні набори правил.

Аналіз динамічних лінгвістичних систем, що подані в загальній формі (4.12), (4.13), досить скрутний, зважаючи на високі розмірності простору станів і нелінійного імплікативного характеру взаємозв'язку подій, що переводять систему з одного стану в інший. У зв'язку з цим актуальним

є знаходження такої форми опису динаміки процесу, яка дозволяла б вирішувати задачі аналізу і синтезу формальними методами. Зазвичай на практиці застосовують лінгвістичний опис у вигляді правил

$$\text{IF } X_k=(x_1=nb, x_2=pm, \dots, x_n=ze) \text{ AND } U_k=(u_1=pm, u_2=nb, \dots, u_m=nm), \quad (4.15) \\ \text{THEN } X_{k+1}=(x_1=pb, x_2=ps, \dots, x_n=pb),$$

що відображають відношення зміни стану системи залежно від вхідних впливів

$$X_{k+1}=X_k \circ U_k, \quad (4.16)$$

де  $X_k=(x_1, x_2, \dots, x_n)_k$  – узагальнений вектор стану системи, а  $U_k=(u_1, u_2, \dots, u_m)_k$  – узагальнений вектор керуючих впливів, значення яких являють собою лінгвістичні змінні з заданої термножини  $S=\{nb, nm, \dots, ze, \dots, pm, pb\}$ , де *nb* – *negative big*, *nm* – *negative middle*, *ze* – *zero*, *pm* – *positive middle*, *pb* – *positive big* – нечіткі множини з заданими функціями належності [189].

Відношення (4.16) можна представити у вигляді мережі переходів (рис. 4.2) узагальнених лінгвістичних станів (вершин графа) під дією узагальнених лінгвістичних керуючих впливів (ребра графа). Якщо  $N$  – розмірність вектора стану  $X$ ,  $P$  – розмірність вектора управління  $U$ ,  $M$  – потужність термножини лінгвістичних змінних  $S$ , то максимально можлива кількість вершин мережі (станів системи) дорівнює  $M \cdot N$ , а кількість дуг, що з'єднують ці вершини (керуючих впливів), –  $M \cdot N \cdot (MN-1)/2 \cdot MP$ .

Аналіз подібних систем на основі імітаційного моделювання і синтез оптимальних правил (значення ребер мережі) становлять комбінаторну проблему.

На практиці замість загального вигляду відображення (4.16) використовують його окремі форми, коли вектори  $X, Y, U$  є скалярними лінгвістичними змінними. У разі, коли консеквенти правил є лінгвістичними, розглянута модель являє собою модель Мамдані, якщо функціональними, – модель Сугено [190].

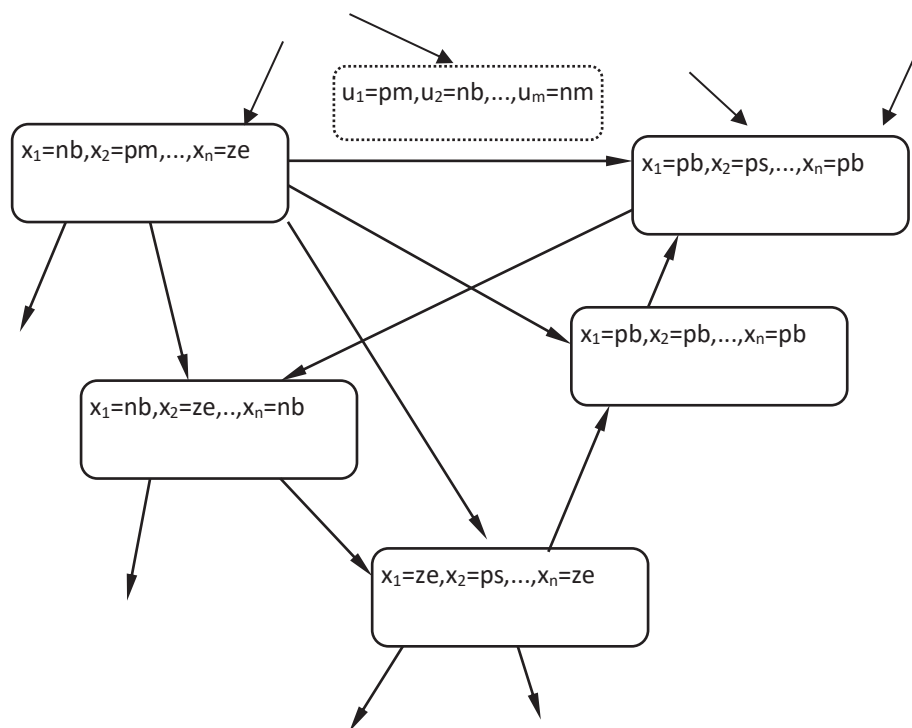


Рисунок 4.2 – Граф переходів рекурентної нечіткої системи.

Як правило, динамічна поведінка таких систем описується у вигляді таблиць лінгвістичних правил, що зв'язують керуючі впливи  $U$  і виходи (або стани) об'єкта  $X$ . Приклад такого відображення поданий в табл. 4.1.

Основна проблема аналізу моделі (4.16) – відсутність формальних методів у просторі лінгвістичних станів, аналогічних числовим моделям і методам аналізу і синтезу в евклідовому просторі станів, що ускладнює розв'язання задач аналізу стійкості динамічної моделі, синтезу оптимальних систем управління та інших задач. Відомі методи аналізу

нечітких динамічних систем засновані або на дослідженні функцій належності нечітких множин, або на аналізі переходів у просторі станів, що розширюється, або на евристичних методах лінгвістичної динаміки [191]. Крім того, суттєвим є розмірність набору лінгвістичних правил, при якому число можливих правил експоненціально збільшується з числом вхідних величин.

Таблиця 4.1 – Таблиця лінгвістичних правил  $X_{k+1} = X_k \circ U_k$

$U_k \backslash X_k$	<b>nb</b>	<b>nm</b>	<b>ze</b>	<b>pm</b>	<b>Pb</b>
<b>nb</b>	nb	nb	nb	nm	Ze
<b>nm</b>	nb	nb	nm	ze	Pm
<b>ze</b>	nb	nb	ze	pb	Pb
<b>pm</b>	nm	ze	pm	pb	Pb
<b>pb</b>	ze	pm	pb	pb	Pb

Складність опису епідемічних процесів динамічних систем, наявність евристичних алгоритмів фазифікації і дефазифікації, а також використання нечітких множин і лінгвістичних змінних приводять до необхідності розробки нових методів аналізу подібних систем.

## Глава 15. Оцінка тривалості прогнозу моделі з точки зору хаотичної динаміки

В математиці добре відомі апроксимаційні властивості моделі нечітких рекурентних моделей, зокрема, моделей Такагі-Сугено (ТС). Розглянемо властивості динамічних моделей ТС нульового порядку, що визначають їхню хаотичну поведінку.

Історично Лі і Йорке першими дали визначення хаосу [192]. Вони розглядали відображення  $f: I \rightarrow I$  (де  $I$  – одиничний інтервал) типу

$$x_{n+1} = f(x_n) . \quad (4.17)$$

*Визначення 1.* (Лі–Йорке) [193]. Відображення  $f: I \rightarrow I$  є хаотичним, якщо:

1) існує додатне число  $K$ , таке, що ітераційна схема (4.17) має цикл періоду  $k$  для будь-якого  $k > K$ ;

2) ітеративна схема (4.17) має таку «нестійку» множину (scrambled set)  $S \subset I$ , яка є незліченною і не містить циклічних точок у  $f$ , а також має властивості:

$$- f(S) \subset S ,$$

- для кожного  $x_0, y_0 \in S$  при  $x_0 \neq y_0$ ,

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} |f^n(x_0) - f^n(y_0)| > 0 ,$$

- для кожного  $x_0 \in S$  і циклічної точки  $y_0$  для  $f$

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} |f^n(x_0) - f^n(y_0)| > 0 .$$

3) існує незліченна підмножина  $S_0 \subset S$ , така, що для всіх  $x_0, y_0 \in S_0$ ,

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} |f^n(x_0) - f^n(y_0)| = 0 .$$

*Теорема 1.* (Лі–Йорке) [194]. Якщо функція  $f: I \rightarrow I$  є безперервною на компактi  $I$  і існує така точка  $a \in I$ , для якої виконується  $f^3(a) \leq a < f(a) < f^2(a)$  (або  $f^3(a) \geq a > f(a) > f^2(a)$ ), то  $f$  має цикл довжиною три і є хаотичним відображенням.

Наступна теорема визначає достатні умови існування хаосу в Банаховому просторі.

*Теорема 2.* (Клоєден) [193]. Нехай  $f: I \rightarrow I$  – безперервне відображення Банахова простора  $I$  в себе і нехай існують непусті компактні підмножини  $A$  і  $B$  з  $I$ , а також цілі числа  $n_1, n_2 \geq 1$ , такі, що:

- 1)  $A$  гомеоморфне опуклій підмножині з  $I$ ,
- 2)  $A \subseteq f(A)$ ,
- 3)  $f$  є відображенням на  $A$  розширюється, тобто існує така константа  $\lambda > 1$ , що

$$\lambda \|x - y\| \leq \|f(x) - f(y)\|$$

для всіх  $x, y \in A$ ,

- 4)  $B \subset A$ ,
- 5)  $f^{n_1}(B) \cap A = \emptyset$ ,
- 6)  $A \subseteq f^{n_1+n_2}(B)$ ,
- 7)  $f^{n_1+n_2}$  ін'єктивна на  $B$  (один-до-одного).

Тоді відображення  $f$  хаотичне в сенсі визначення 1 (за умови, що  $I$  – Банаховий простір).

У першу чергу необхідно з'ясувати:

- чи можуть нечіткі рекурентні моделі бути хаотичними;
- як розпізнати хаотичну поведінку за структурою моделі

ТС?

Розглянемо рішення цих задач в цій главі.

Динаміку моделі ТС нульового порядку в скалярному випадку можна представити у вигляді



$$\begin{aligned}
R_1: & \text{ If } x_k = L_1 \text{ then } x_{k+1} = A_1, \\
R_2: & \text{ If } x_k = L_2 \text{ then } x_{k+1} = A_2, \\
& \dots \\
R_N: & \text{ If } x_k = L_N \text{ then } x_{k+1} = A_N,
\end{aligned}
\tag{4.18}$$

де  $L_i$  – лінгвістичні змінні (терми),  $A_i$  – числові коефіцієнти.

У сучасних дослідженнях моделей ТС превалюють такі найбільш загальні обмеження:

- 1) повна база знань (4.18);
- 2) несуперечливий набір правил;
- 3) однокрокова часова затримка;
- 4) скалярне відображення – SISO.

Функції належності лінгвістичних термів мають, як правило, такі обмеження:

- 1) обмеженість  $\mu(x) \in [0,1], x \in X$ ;
- 2) опуклість  $\mu(x)$  зі зростаючою (спадною) гілкою для  $x > (<) s^x$  – центри функцій належності;
- 3) розділення  $\sum_j \mu_j(x_i) > 0, x_i \in X_i$ ;
- 4) зворотна відповідність  $\mu_i(s_j) = 0, i \neq j$ .

Перехідна функція відображення (4.17) може бути записана у вигляді

$$f(x) = \frac{\sum_{i=1}^N \mu_i(x) \cdot A_i}{\sum_{i=1}^N \mu_i(x)}$$

або з урахуванням наведених обмежень для повної бази знань

$$f(x) = \sum_{i=1}^N \mu_i(x) \cdot A_i$$

Тоді можна дослідити орбіти

$$x_{k+n} = f^n(x_k) = f(f(f \dots (x_k))) \quad (4.19)$$

За умови  $A_i \in \{L_1, L_2, \dots, L_N\}$  (модель Мамдані) рекурентна нечітка система може розглядатися як лінгвістичний автомат, в якому  $L(0), L(1), \dots, L(k), L(k+1), \dots$  – лінгвістична орбіта, де  $L(i)$  – лінгвістична змінна нечіткої моделі. Послідовність  $s(0), s(1), \dots, s(k), s(k+1)$  центрів відповідних функцій належності можна також розглядати як дефазифіковану орбіту. Справедливе таке твердження [194].

*Твердження 1.* Якщо одновірна безперервна рекурентна нечітка система має лінгвістичну орбіту  $L(0), L(1), \dots, L(n), \dots$ , а лінгвістичні значення задовольняють ланцюгову нерівність.

$$L(n) \geq L(0) > L(1) > L(2) \text{ або } L(n) \leq L(0) < L(1) < L(2),$$

то ця рекурентна нечітка система буде хаотичної за Лі – Йорке в околі відповідних орбіт центрів функцій належності  $s(0), s(1), \dots, s(k), s(k+1)$ .

Однак дана теорема, що базується на класичному визначенні Лі – Йорке, має обмежене застосування лише в області, близькій до центрів відповідних функцій належності.

Проблемою залишається дослідження поведінки рекурентної моделі ТС у довільній точці фазового простору. Ідентифікація хаотичної динаміки для довільних початкових

умов у моделі ТС нульового порядку і є однією із задач дослідження цієї глави монографії.

У зв'язку з цим актуальними видаються такі питання:

- визначити мінімальну кількість правил, які можуть створювати хаос;
- визначити залежності між параметрами моделі ТС, що визначають хаотичну поведінку.

Згідно з теоремою 1 у фазовому просторі повинна існувати принаймні одна точка  $a$ , для якої відображення (3.19) буде створювати послідовності, що задовольняють умові

$$f^3(a) \leq a < f(a) < f^2(a) \text{ або } f^3(a) \geq a > f(a) > f^2(a). \quad (4.20)$$

Тоді справедливе таке твердження:

*Твердження 2.* Мінімальна кількість правил моделі ТС нульового порядку для створення хаосу дорівнює трьом.

*Доведення.* У разі одного правила передавальну функцію  $f: x_k \rightarrow x_{k+1}$  моделі (4.18) відповідно до загальних обмежень нормування можна записати у виді

$$f(x) = \mu_1(x) \cdot A_1 \text{ для } \forall x \in X.$$

Оскільки в даному випадку  $\mu_1(x) = 1$  для  $\forall x \in X$ , то  $f(x) = A_1$  для  $\forall x \in X$  і  $x_1 = f(x_0) = x_0$ . Отже, умови (3.20) не виконуються.

Для двох правил вірно

$$f(x) = \mu_1(x) \cdot A_1 + \mu_2(x) \cdot A_2 \text{ для } \forall x \in X. \quad (4.21)$$

Якщо припустити, що центри функцій належності задовольняють умовам  $0 \leq a_1 < a_2 < a_3 \leq 1$ , то

для  $x \in [0, a_1]$ :  $f(x) = A_1$ ;

для  $x \in [a_2, 1]$ :  $f(x) = A_2$ ;

для  $x \in [a_1, a_2]$ :  $f(x) = \frac{a_2 - x}{a_2 - a_1} \cdot A_1 + \frac{x - a_1}{a_2 - a_1} \cdot A_2$ .

Оскільки відображення (3.21) – це монотонна функція, тобто  $a \leq f(a) \leq f^2(a) \leq f^3(a)$  або  $a \geq f(a) \geq f^2(a) \geq f^3(a)$  (залежно від значень  $A_1, A_2$ ), отже, умови (3.20) також не задовольняються.

У випадку трьох правил маємо

$$\begin{aligned} R_1: & \text{ If } x_k = L_1 \text{ then } x_{k+1} = A_1, \\ R_2: & \text{ If } x_k = L_2 \text{ then } x_{k+1} = A_2, \\ R_3: & \text{ If } x_k = L_3 \text{ then } x_{k+1} = A_3. \end{aligned} \tag{4.22}$$

Тоді

для  $x \in [0, a_1]$ :  $f(x) = A_1$ ;

для  $x \in [a_3, 1]$ :  $f(x) = A_3$ ;

для  $x \in [a_1, a_2]$ :  $f(x) = \frac{a_2 - x}{a_2 - a_1} \cdot A_1 + \frac{x - a_1}{a_2 - a_1} \cdot A_2$ ;

для  $x \in [a_2, a_3]$ :  $f(x) = \frac{a_3 - x}{a_3 - a_2} \cdot A_2 + \frac{x - a_2}{a_3 - a_2} \cdot A_3$ .

Тоді відображення  $f(x)$  є кусково-лінійною функцією і за умови  $A_1 = a_1, A_2 = a_3, A_1 = a_1, a_1 = 0, a_2 = 0.5, a_3 = 1$ , являє собою відоме відображення тенту [158] і, отже, є хаотичним.

Справедливе таке твердження.

*Твердження 3.* База правил (4.22) з перехідною функцією  $f: I \rightarrow I$  хаотична в сенсі Лі – Йорке, якщо задовольняються такі умови:

(a)  $A_1 \in [a_1, a_2]$ ,

(b)  $A_2 = a_3$ ,

(c)  $A_3 \in [a_1, a_2]$ .

*Доведення.* Відповідно до теореми 2 достатньо знайти множини  $A$  і  $B$ , що підходять. Очевидно, що  $f$  відображає інтервал  $[a_1; a_3]$  у себе. Нехай  $A = [a_2 + \varepsilon_1, a_3 - \varepsilon_2]$ ,  $\varepsilon_1, \varepsilon_2 > 0$ ,  $B = [\xi, \psi] \subset A$

Визначимо  $f(A)$ . Відповідно до припущень (2), (3) теореми 2  $\lim_{\varepsilon_1 \rightarrow 0} f(a_2 + \varepsilon_1) = a_3$  і  $\lim_{\varepsilon_2 \rightarrow 0} f(a_3 - \varepsilon_2) = A_3 \in [a_1, a_2]$ . Отже,  $f(A) \subset I$ . Більш того,  $f$  є опуклим на  $A$ . Нескладно побачити, що для кожного  $a \in A$  відповідно до  $f(x) = \frac{a_3 - x}{a_3 - a_2} \cdot A_2 + \frac{x - a_2}{a_3 - a_2} \cdot A_3$  існують  $c = f(a)$  і  $a = f^{-1}(c)$ , що задовольняють умовам (2) і (3) теореми Клоєдена. Легко також побачити, що  $A \subseteq f(A)$ . Дійсно,

$$f(A) = [f(a_3 - \varepsilon_2), f(a_2 + \varepsilon_1)] \subset [A_3, a_3],$$

$$\lim_{\substack{\varepsilon_1 \rightarrow 0, \\ \varepsilon_2 \rightarrow 0}} f(A) = [A_3, a_3].$$

Далі необхідно довести, що  $f$  є функцією, що розширюється на  $A$ , тобто для  $\forall x, y \in A = [a_2 + \varepsilon_1, a_3 - \varepsilon_2]$  необхідно знайти константу  $\lambda > 1$ , при якій вірна нерівність

$$\lambda \|x - y\| \leq \left\| \begin{array}{l} \frac{a_3 - x}{a_3 - a_2} \cdot A_2 + \\ \frac{x - a_2}{a_3 - a_2} \cdot A_3 - \frac{a_3 - y}{a_3 - a_2} \cdot A_2 - \\ \frac{y - a_2}{a_3 - a_2} \cdot A_3 \end{array} \right\|.$$

Тоді необхідно і достатньо, щоб

$$\left\| \frac{A_3 - A_2}{a_3 - a_2} \right\| > 1.$$

Коли  $A_2 = a_3$  (умова (2)), очевидно, що повинно виконуватися  $A_3 \in [a_1, a_2)$  (умова (3)).

Оскільки  $B = [\xi, \psi] \subset A$ , достатньо знайти параметри  $\xi > a_2 + \varepsilon_1$ ,  $\psi \leq a_3 - \varepsilon_2$  і  $n_1$  і  $n_2$ , що задовольняють умовам

$$f^{n_1}(B) \cap A = \emptyset,$$

$$A \subseteq f^{n_1+n_2}(B).$$

Для  $n_1 = 1$  необхідно, щоб  $f(a) \notin A$  для всіх  $a \in B$ .

Оскільки  $\lim_{\varepsilon_2 \rightarrow 0} f(a_3 - \varepsilon_2) = A_3 \in [a_1, a_2)$  і  $f(\xi) > f(a_3 - \varepsilon_2)$ ,

то відповідно до умови (2) маємо також  $f(\xi) > a_1$ . Нехай  $\xi = f^{-1}(a_2)$ . Отже,  $B = [f^{-1}(a_2), \psi]$  і  $f(B) = [f(\psi), a_2]$ . Тоді очевидно, що  $f(B) \cap A = \emptyset$ . Для  $n_2 = 1$  маємо

$$f(f(B)) = [f(f(\psi)), a_3].$$

Для забезпечення  $A \subseteq f^{n_1+n_2}(B)$  необхідно  $f(f(\psi)) \leq a_2$ . Зважаючи на те, що для

$$x \in [a_1, a_2] \quad f(x) = \frac{a_2 - x}{a_2 - a_1} \cdot A_1 + \frac{x - a_1}{a_2 - a_1} \cdot A_2$$

та if  $\psi \leq a_3$ ,  $A_3 = a_1$ , маємо  $A_1 \leq a_2$ . Отже, умова (а) здійснима. Очевидно, що  $\psi = f^{-2}(a_2)$  є слушним значенням.

І, нарешті,  $f(f(B))$  є ін'єктивним на  $B$  (один-до-одного). Тому  $f$  є хаотичним у сенсі визначення 1.

Для опису багатьох складних процесів часто використовують моделі ТС нульового порядку з довільними

часовими затримками. Такі моделі в загальному випадку мають вигляд

$$\begin{aligned}
 R_1 : & \text{if } x_k \text{ is } L_{1j_k} \text{ and } x_{k+1} \text{ is } L_{1j_{k+1}} \text{ and } \dots \\
 & \text{and } x_{k+n} \text{ is } L_{1j_{k+n}} \text{ then } x_{k+n+1} = A_1, \\
 R_2 : & \text{if } x_k \text{ is } L_{2j_k} \text{ and } x_{k+1} \text{ is } L_{2j_{k+1}} \text{ and } \dots \\
 & \text{and } x_{k+n} \text{ is } L_{2j_{k+n}} \text{ then } x_{k+n+1} = A_2, \\
 & \dots \\
 R_M : & \text{if } x_k \text{ is } L_{Mj_k} \text{ and } x_{k+1} \text{ is } L_{Mj_{k+1}} \text{ and } \dots \\
 & \text{and } x_{k+n} \text{ is } L_{Mj_{k+n}} \text{ then } x_{k+n+1} = A_M,
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

де  $L_{ij_q}$  – лінгвістичні змінні (терми), а  $A_i$  – числові константи.

Перехідна функція таких моделей

$$f(x) = \frac{\sum_{j=1}^M \prod_{k=1}^n \mu_{j_k}(x) \cdot A_i}{\sum_{j=1}^M \prod_{k=1}^n \mu_{j_k}(x)} \text{ for } \forall x \in X . \tag{4.24}$$

Бази правил (4.23) також можуть демонструвати хаотичну поведінку в сенсі Лі–Йорке.

Розглянемо спочатку випадок з часовою затримкою, рівною 2, а потім з більш високими порядками. Дослідимо відображення  $f : x, x, \dots, x \rightarrow x$  на множині  $x \in I = [0,1]$ .

В даному випадку модель (4.23) можна переписати так:

$$\begin{aligned}
R_1 &: \text{if } x_k \text{ is } L_{1j_k} \text{ and } x_{k+1} \text{ is } L_{1j_{k+1}} \text{ then } x_{k+2} = A_1, \\
R_2 &: \text{if } x_k \text{ is } L_{2j_k} \text{ and } x_{k+1} \text{ is } L_{2j_{k+1}} \text{ then } x_{k+2} = A_2, \\
&\dots \\
R_M &: \text{if } x_k \text{ is } L_{Mj_k} \text{ and } x_{k+1} \text{ is } L_{Mj_{k+1}} \text{ then } x_{k+2} = A_M.
\end{aligned} \tag{4.25}$$

Легко побачити, що в даному випадку достатньо трьох правил, щоб продукувати хаотичні послідовності. Для цього розглянемо таку базу знань:

$$\begin{aligned}
R_1 &: \text{if } x_k \text{ is } L_1 \text{ then } x_{k+2} = A_1, \\
R_2 &: \text{if } x_k \text{ is } L_2 \text{ then } x_{k+2} = A_2, \\
R_3 &: \text{if } x_k \text{ is } L_3 \text{ then } x_{k+2} = A_3.
\end{aligned} \tag{4.26}$$

Якщо лінгвістичні змінні  $L_i$  і консеквенти  $A_i$  в (4.26) задовольняють умовам твердження 1 для випадку з затримкою 1, отримаємо хаотичну послідовність  $X = \{x_0, x_2, \dots, x_{2n}, \dots\}$ .

У найбільш загальному випадку модель (3.26) можна представити як

$$\begin{aligned}
R_1 &: \text{if } x_k \text{ is } L_1 \text{ and } x_{k+1} \text{ is } L_1 \text{ then } x_{k+2} = A_{11}, \\
R_2 &: \text{if } x_k \text{ is } L_1 \text{ and } x_{k+1} \text{ is } L_2 \text{ then } x_{k+2} = A_{12}, \\
R_3 &: \text{if } x_k \text{ is } L_1 \text{ and } x_{k+1} \text{ is } L_3 \text{ then } x_{k+2} = A_{13}, \\
R_4 &: \text{if } x_k \text{ is } L_2 \text{ and } x_{k+1} \text{ is } L_1 \text{ then } x_{k+2} = A_{21}, \\
R_5 &: \text{if } x_k \text{ is } L_2 \text{ and } x_{k+1} \text{ is } L_2 \text{ then } x_{k+2} = A_{22}, \\
R_6 &: \text{if } x_k \text{ is } L_2 \text{ and } x_{k+1} \text{ is } L_3 \text{ then } x_{k+2} = A_{23}, \\
R_7 &: \text{if } x_k \text{ is } L_3 \text{ and } x_{k+1} \text{ is } L_1 \text{ then } x_{k+2} = A_{31}, \\
R_8 &: \text{if } x_k \text{ is } L_3 \text{ and } x_{k+1} \text{ is } L_2 \text{ then } x_{k+2} = A_{32}, \\
R_9 &: \text{if } x_k \text{ is } L_3 \text{ and } x_{k+1} \text{ is } L_3 \text{ then } x_{k+2} = A_{33}.
\end{aligned} \tag{4.27}$$



Нехай  $a_1, a_2, a_3$  – центри функцій належності відповідних лінгвістичних змінних  $L_1, L_2, L_3$ . Тоді базу правил (4.27) можна розглянути як решітку з координатами  $a_1, a_2, a_3$  по кожній осі. Вузли решітки містять відповідні значення  $A_{11}, A_{12}, \dots, A_{33}$ .

Скористаємося теоремою 2 для даної моделі (4.27). Для цього узагальнимо теорему для векторного випадку  $f: x, x \rightarrow x$ . Тоді вірне таке твердження.

*Твердження 4.* База правил (4.27) з відображенням  $f: [a_1, a_3] \times [a_1, a_3] \rightarrow [a_1, a_3]$  хаотична на  $x \in [a_1, a_3] \subset I$  в сенсі Лі–Йорке, якщо виконуються наступні умови:

- 1)  $A_{22} = a_3$ ,
- 2)  $\min(A_{11}, A_{12}, A_{13}) \in [a_1, a_2]$ ,
- 3)  $\min(A_{31}, A_{32}, A_{33}) \in [a_1, a_2]$ .

*Доведення.* Згідно з теоремою 2 необхідно знайти відповідні множини  $A$  і  $B$  для перехідної функції  $f: [a_1, a_3] \times [a_1, a_3] \rightarrow [a_1, a_3]$ . Припустимо, що  $A = [[\xi, \psi] \times [\theta, \psi]]$  і  $B = [[\xi, \psi] \times [\theta, a_2]] \subset A$  з  $\xi, \psi, \theta$ , які необхідно визначити. Нехай також  $\theta < a_2, \psi > \xi > a_2$ .

Перепишемо загальне відображення  $f: x_k, x_{k+1} \rightarrow x_{k+2}$  в просторі станів  $X = (x_1, x_2)$ , де  $x_1 = x_k, x_2 = x_{k+1}$ . Тоді можна записати

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}_{k+1} = \begin{pmatrix} x_2 \\ f(x_1, x_2) \end{pmatrix}_k. \quad (4.28)$$

Очевидно, що відповідно до (3.28) отримаємо  $X_{k+1} = F(X_k)$ , де  $F = \begin{pmatrix} x_2 \\ f(x_1, x_2) \end{pmatrix}$ . Тоді нехай  $A = \begin{pmatrix} [\xi, \psi] \\ [\theta, \psi] \end{pmatrix}$  і  $F(A) = \begin{pmatrix} [\theta, \psi] \\ [f(\psi, \circ), f(\xi, a_2)] \end{pmatrix}$ .

Тут  $f(\xi, a_2)$  являє собою значення функції  $F$  на площині  $x_1 = \xi$ , а  $f(\psi, \circ)$  означає деяке значення  $F$  на площині  $x_1 = \psi$ . Нехай

$f(\xi, a_2) = \psi$ . Тоді, щоб забезпечити умову 2 теореми 2 для векторів  $A \subseteq F(A)$ , маємо таку нерівність:

$$f(\psi, \circ) \leq \theta < a_2.$$

Оскільки

$$B = \left( \begin{array}{c} [\xi, \psi] \\ [\theta, a_2] \end{array} \right),$$

МОЖНА ВИЗНАЧИТИ

$$F(B) = \left( \begin{array}{c} [\theta, a_2] \\ [f(\psi, \circ), f(\xi, a_2) = \psi] \end{array} \right).$$

Очевидно, що  $F(B) \cap A = \emptyset$  (умова 5 теореми 2 для  $n_1 = 1$ ). Знайдемо далі  $F^2(B)$ . Маємо тут

$$F^2(B) = \left( \begin{array}{c} [f(\psi, \circ), f(\xi, a_2) = \psi] \\ [f(\theta, \circ), a_3] \end{array} \right).$$

Щоб забезпечити умову 6 теореми 2, необхідно вимагати, щоб  $f(\theta, \circ) \leq \theta \leq a_2$ . Тоді вирази

$$\begin{aligned} f(\theta, \circ) &\leq \theta \leq a_2, \\ f(\xi, a_2) &= \psi, \\ f(\psi, \circ) &< a_2 \end{aligned}$$

визначають умови (1) – (3) твердження 4. Решта умов теореми 2 очевидні.

Для моделі третього порядку маємо таку базу правил:

$$\begin{aligned}
 R_1 &: \text{if } x_k \text{ is } L_1 \text{ and } x_{k+1} \text{ is } L_1 \text{ and } x_{k+2} \text{ is } L_1 \\
 &\text{then } x_{k+3} = A_{11}, \\
 R_2 &: \text{if } x_k \text{ is } L_1 \text{ and } x_{k+1} \text{ is } L_1 \text{ and } x_{k+2} \text{ is } L_2 \\
 &\text{then } x_{k+3} = A_{12}, \\
 &\dots \\
 R_{27} &: \text{if } x_k \text{ is } L_3 \text{ and } x_{k+1} \text{ is } L_3 \text{ and } x_{k+2} \text{ is } L_3 \\
 &\text{then } x_{k+3} = A_{33}.
 \end{aligned} \tag{4.29}$$

Таким чином, розглядається відображення  $f : x_k, x_{k+1}, x_{k+2} \rightarrow x_{k+3}$ .

Перш за все, уявімо це відображення у просторі станів  $X_{k+1} = F(X_k)$ , де  $X = (x_1, x_2, x_3)$ . Тоді маємо

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}_{k+1} = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_3 \\ f(x_1, x_2, x_3) \end{pmatrix}_k. \tag{4.30}$$

Відповідно до запропонованого підходу, вірним є наступне твердження.

*Твердження 5.* База правил (4.29) з відображенням  $f : [a_1, a_3] \times [a_1, a_3] \times [a_1, a_3] \rightarrow [a_1, a_3]$  хаотична на інтервалі  $x \in [a_1, a_3] \subset I$  в сенсі Лі–Йорке, якщо задовольняються такі умови:

- 1)  $A_{222} = a_3$ ,
- 2)  $\min(A_{111}, A_{112}, \dots, A_{133}) \in [a_1, a_2]$ ,
- 3)  $\min(A_{311}, A_{312}, \dots, A_{333}) \in [a_1, a_2]$ .

*Доведення.* Відповідно до теореми 2 необхідно визначити множини  $A$  і  $B$  для перехідної функції  $f: [a_1, a_3] \times [a_1, a_3] \times [a_1, a_3] \rightarrow [a_1, a_3]$ . Нехай  $A = [[\xi, \psi] \times [\theta, \psi] \times [\theta, \psi]]$  та  $B = [[\xi, \psi] \times [\theta, a_2] \times [\xi, \psi]] \subset A$  з  $\xi, \psi, \theta$ , які необхідно визначити. Нехай також  $\theta < a_2, \psi > \xi > a_2$ .

Відповідно до (4.30) можна записати

$$F = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_3 \\ f(x_1, x_2, x_3) \end{pmatrix}.$$

Нехай  $A = \begin{pmatrix} [\xi, \psi] \\ [\theta, \psi] \\ [\theta, \psi] \end{pmatrix}$ . Тоді  $F(A) = \begin{pmatrix} [\theta, \psi] \\ [\theta, \psi] \\ [f(\psi, \circ, \circ), \psi] \end{pmatrix}$ .

Щоб забезпечити умову 2 теореми 2 у векторному випадку  $A \subseteq F(A)$ , необхідно задовольнити нерівності

$$f(\psi, \circ, \circ) \leq \theta < a_2.$$

Оскільки

$$B = \begin{pmatrix} [\xi, \psi] \\ [\theta, a_2] \\ [\xi, \psi] \end{pmatrix},$$

можна визначити

$$F(B) = \begin{pmatrix} [\theta, a_2] \\ [\xi, \psi] \\ [f(\psi, \circ, \circ), \psi] \end{pmatrix}.$$

Очевидно, що  $F(B) \cap A = \emptyset$  (умова 5 теореми 2 для  $n_1 = 1$ ).  
Знайдемо далі  $F^2(B)$ . Маємо

$$F^2(B) = \left( \begin{array}{l} [\xi, \psi] \\ [f(\psi, \circ, \circ), \psi] \\ [f(\theta, \circ, \circ), a_3] \end{array} \right).$$

Щоб забезпечити умову 6 теореми 2, необхідно вимагати, щоб виконувалась умова  $f(\theta, \circ, \circ) \leq \theta \leq a_2$ . Тоді вирази

$$\begin{aligned} f(\theta, \circ) &\leq \theta \leq a_2, \\ f(\xi, a_2, a_2) &= \psi, \\ f(\psi, \circ, \circ) &\leq \theta < a_2 \end{aligned}$$

визначають умови (1)–(3) твердження 5. Решта умов теореми 2 очевидні.

Таким чином, можливо узагальнити результати у вигляді твердження.

*Твердження 6.* База правил (4.23) з відображенням  $f: [a_1, a_3] \times [a_1, a_3] \times \dots \times [a_1, a_3] \rightarrow [a_1, a_3]$  хаотична на  $x \in [a_1, a_3] \subset I$  в сенсі Лі – Йорке, якщо задовольняються наступні умови:

- 1)  $A_{22\dots 2} = a_3$ ,
- 2)  $\min(A_{11\dots 1}, A_{11\dots 2}, \dots, A_{13\dots 3}) \in [a_1, a_2]$ ,
- 3)  $\min(A_{311\dots 1}, A_{31\dots 2}, \dots, A_{33\dots 3}) \in [a_1, a_2)$ .

Модель ТС першого порядку має вигляд

$$\begin{aligned} R_1: \text{ If } x_k = L_1 \text{ then } x_{k+1} &= A_1 \cdot x_k + B_1, \\ R_2: \text{ If } x_k = L_2 \text{ then } x_{k+1} &= A_2 \cdot x_k + B_2, \\ &\dots \\ R_N: \text{ If } x_k = L_N \text{ then } x_{k+1} &= A_N \cdot x_k + B_N \end{aligned} \tag{4.31}$$

де  $L_i$  – лінгвістичні змінні, а  $A_i, B_i$  – числові коефіцієнти. Функції належності та їхні центри визначені, як і у попередніх випадках.

Перш за все, необхідно визначити мінімальну кількість правил для продукування хаотичних послідовностей.

*Твердження 7.* Мінімальна кількість правил у моделі ТС першого порядку для продукування хаосу дорівнює двом.

*Доведення.* Якщо ми маємо одне правило, то перехідна функція  $f: x_k \rightarrow x_{k+1}$  моделі (4.31) відповідно до умов нормалізації має вигляд

$$f(x) = \mu_1(x) \cdot (A_1 \cdot x + B_1) \quad \text{для} \\ \forall x \in X.$$

Крім того,  $\mu_1(x) = 1$  для  $\forall x \in I$ . Тоді  $f(x) = A_1 \cdot x + B_1$  для  $\forall x \in I$ . Отже,  $f(x)$  – монотонна функція. У разі двох правил маємо

$$\text{для } x \in [0, a_1]: \quad f(x) = A_1 \cdot x + B_1;$$

$$\text{для } x \in [a_2, 1]: \quad f(x) = A_2 \cdot x + B_2;$$

$$\text{для } x \in [a_1, a_2]: \quad f(x) = \frac{a_2 - x}{a_2 - a_1} \cdot (A_1 \cdot x + B_1) + \\ \frac{x - a_1}{a_2 - a_1} \cdot (A_2 \cdot x + B_2).$$

Отже,  $f(x)$  – парабола і для  $A_1 = 4, A_2 = 0, B_1 = 0, B_2 = 0, a_1 = 0, a_2 = 1$  є логістичним відображенням з хаотичними властивостями.

Тепер виведемо загальні умови для коефіцієнтів  $A_i, B_i$ , щоб забезпечити хаотичність  $f$ . Для  $N = 2$  база правил має вигляд

$$\begin{aligned} R_1: \quad & \text{If } x_k = L_1 \quad \text{then} \\ & x_{k+1} = A_1 \cdot x_k + B_1, \quad R_2: \quad \text{If } x_k = L_2 \\ & \text{then } x_{k+1} = A_2 \cdot x_k + B_2. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Випадок для  $a_1 = 0.25, a_2 = 0.75, A_1 = 2, B_1 = 0, A_2 = -2, B_2 = 2$  показано на рис. 4.3, 4.4

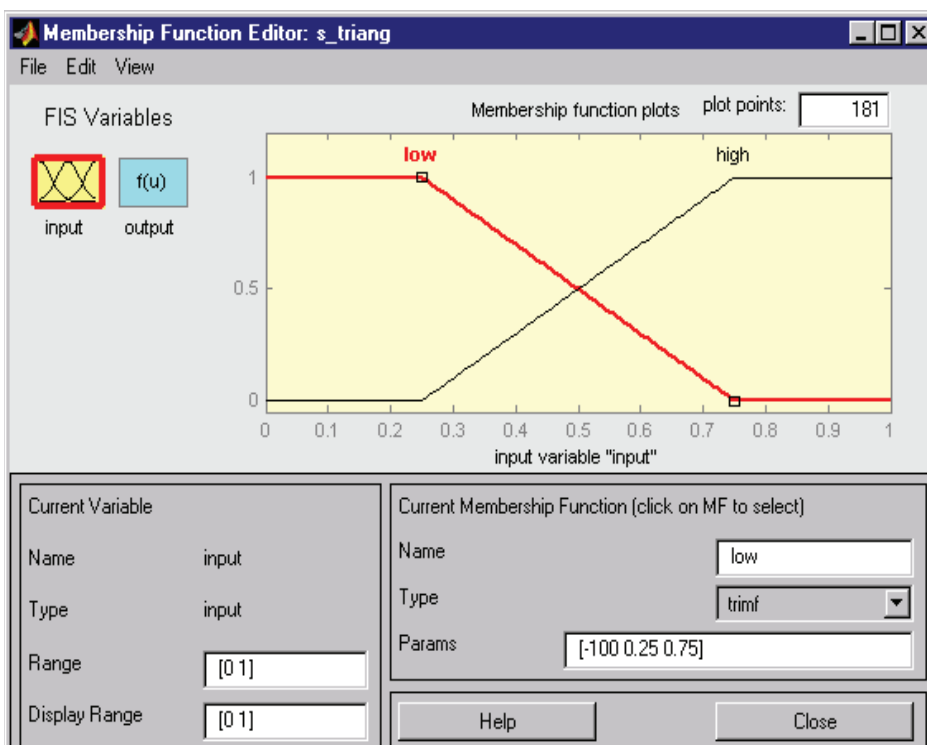


Рисунок 4.3 – Функції належності

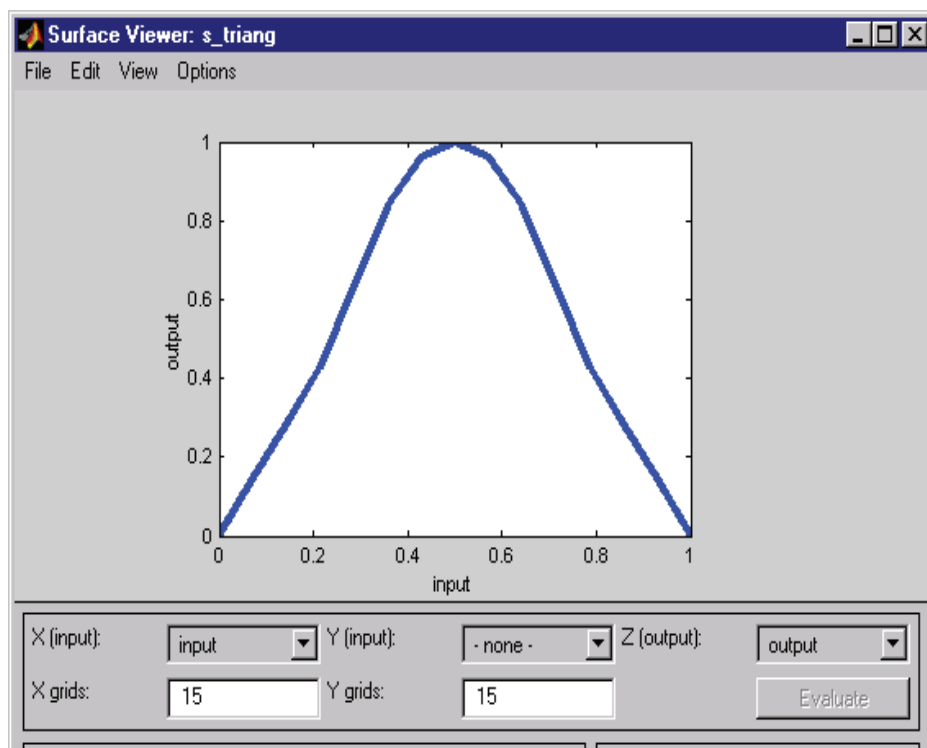


Рисунок 4.4 – Перехідна функція

Як і у випадку з моделлю нульового порядку, можна сформулювати теорему для моделі ТС першого порядку.

*Твердження 8.* База правил (4.33) хаотична в сенсі Лі–Йорке на інтервалі  $[a_1, a_2] \subseteq I$ , якщо коефіцієнти  $A_1, A_2, B_1, B_2$  є розв'язанням системи таких рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 \cdot a_1 + B_1 = \phi, \\ A_2 \cdot a_2 + B_2 = \phi, \\ A_1 \cdot (a_1 + a_2) + A_2 \cdot (a_1 + a_2) + \\ 2B_1 + 2B_2 = 4a_2 \end{array} \right. \quad (4.33)$$

з довільним  $\phi \in \left[ a_1, \frac{a_1 + a_2}{2} \right)$ .

*Доведення.* Відповідно до теореми 2 достатньо знайти відповідні компактні множини  $A$  і  $B$  в  $[a_1, a_2]$  для перехідної функції  $f: [a_1, a_2] \rightarrow [a_1, a_2]$ . Нехай  $A = [\xi, \psi] \subset \left( \frac{a_1 + a_2}{2}, a_2 \right]$ ,  $B = [\theta, \psi] \subset A$  з  $\xi, \theta, \psi$ , які необхідно визначити. Зауважимо, що  $\xi > \frac{a_1 + a_2}{2}$ ,  $\psi < a_2$ ,  $\xi < \theta$ , ліва гілка параболи -  $f_1(x)$ , права гілка -  $f_2(x)$ .

Тоді  $f(A) = [f_2(\psi), f_2(\xi)]$ . Нехай  $f_2(\xi) = \psi$ , звідки  $f_2(\psi) \leq \frac{a_1 + a_2}{2}$ , щоб задовольнити  $A \subseteq f(A)$ .

Знайдемо  $f(B)$ . Маємо  $f(B) = [f_2(\psi), f_2(\theta)]$ . Щоб задовольнити умову  $f(B) \cap A = \emptyset$ , припустимо, що  $f_2(\theta) = \frac{a_1 + a_2}{2}$ . Оскільки маємо  $\psi > \theta$ , то  $f_2(\psi) < \frac{a_1 + a_2}{2}$ . Саме тому умова  $\phi \in \left[ a_1, \frac{a_1 + a_2}{2} \right)$  необхідна.

Зауважимо, що умова (4.33) забезпечує також властивості:



$$f(a_1) = \phi, \quad f(a_2) = \phi, \quad f\left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right) = a_2.$$

Відповідно до наведених припущень можна записати  $f^2(B) = [f_1(f_2(\psi)), a_2]$ . Тоді, якщо  $f_1(f_2(\psi)) = \frac{a_1 + a_2}{2}$ , умова  $A \subseteq f^2(B)$  задовольняється. Крім того, повинна виконуватися умова  $\exists x \in \left[a_1, \frac{a_1 + a_2}{2}\right]$ , якщо  $f_1(x) = \frac{a_1 + a_2}{2}$ .

В результаті можна записати

$$\begin{aligned} \theta &= f_2^{-1}\left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right), \\ \psi &= f_2^{-1}\left(f_1^{-1}\left(\frac{a_1 + a_2}{2}\right)\right), \\ \xi &= f_2^{-1}(\psi). \end{aligned}$$

Очевидно, що в цьому випадку умова  $\xi < \theta$  виконується. Тоді можна її записати, як  $f_2(\xi) > f_2(\theta)$  і, нарешті, маємо  $\psi > \frac{a_1 + a_2}{2}$ .

Далі потрібно довести, що  $f$  є відображенням на  $A$ , що розширюється. Це означає, що  $|f'(x)| > 1$ , for  $x \in [\xi, \psi]$ .

Очевидно, досить показати розширюваність відображення тільки для точки  $x = \xi$ .

Знайдемо значення  $x^* \in \left[\frac{a_1 + a_2}{2}, a_2\right]$ , таке, що  $|f'(x^*)| = 1$ .

Відповідно до умов (4.33) можна записати похідну перехідної функції після очевидних підстановок як

$$f'(x) = \frac{4(\phi - a_2)}{(a_2 - a_1)^2} (2x - (a_1 + a_2)),$$

для якої отримаємо

$$x^* = \frac{1}{2} \left( a_1 + a_2 - \frac{(a_1 - a_2)^2}{4(\phi - a_2)} \right).$$

Якщо  $\xi > x^*$ , то наше припущення щодо розширюваності функції  $f$  на  $A$  вірно. Тоді відповідно до перехідної функції останню нерівність можна переписати як

$$f(f(f(\xi))) < f(f(f(x^*))).$$

Оскільки  $f(f(f(\xi))) = \frac{a_1 + a_2}{2}$ , нескладно довести, що  $f(f(f(x^*))) > \frac{a_1 + a_2}{2}$ . Нарешті, доказ ін'єкції на  $B$  тривіальний.

## ЗАКЛЮЧЕННЯ

Всі моделі та методи, що описані в даній монографії можливо застосовувати для вирішення прикладних задач епідеміології. Завдяки аналізу та формалізації епідемічних процесів як об'єктів популяційної динаміки застосування математичних методів для їх моделювання значно спрощується. Всі описані підходи мають високу точність та адекватність, проте застосовуються для різних завдань. Зокрема, статистичні методи, що описані в частині 2, слід застосовувати для прогнозування динаміки захворюваності, виявлення трендів, сезонності тощо. Мультиагентний підхід та методи взаємодії об'єктів мультиагентних систем, описані в частині 3, застосовуються для визначення факторів, що впливають на епідемічний процес, та дозволяють проводити експерименти для оцінки ступеня їх інформативності. Методи інтелектуальної взаємодії, описані в главах 10-11, та нечіткої логіки, описані в частині 4, дозволяють значно збільшити ступінь адекватності моделей популяційної динаміки, та наблизити поведінку об'єктів моделі до реальної поведінки людей в суспільстві. Це дозволяє більш реалістично моделювати перебіг епідемічних процесів.

## ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

ARIMA – autoregressive integrated moving average

ARMA – autoregressive moving average

FARIMA – autoregressive fractionally integrated moving average

GPSS – General Purpose Simulation System

KQML – Knowledge Query and Manipulation Language

MAPE – mean absolute percentage error

MIDAS – Medical Informatics Decision Assistance and Support

NID – normally independently distributed

SBIK – Swartz Bayesian information criterion

SEIR – Susceptible-Exposed-Infected-Recovered

SIR – Susceptible-Infected-Recovered

SIS – Susceptible-Infected-Susceptible

SOARS – Spot Oriented Agent Role Simulator

STEM – Spatio-Temporal Epidemiological Modeler

VARIMA – Vector autoregressive integrated moving average

AMH – академія медичних наук

ГРВІ – гостре респіраторне вірусне захворювання

ВООЗ – Всесвітня організація охорони здоров'я

ГРЗ – гостре респіраторне захворювання

ЕОМ – електронна обчислювальна машина

СД – системна динаміка

СНД – Співдружність Незалежних Держав

ТС – Такагі-Сугено

ЧС – часовий ряд

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Громашевский, Л.В. Теоретические вопросы эпидемиологии: Избранные труды [Текст] / Л.В. Громашевский // т. 2, Киев: Здоровье, 1987, 359 с.
2. Громашевский, Л.В. Механизмы передачи инфекции: учение о механизме передачи возбудителей инфекционных болезней и его значение в эпидемиологии [Текст] / Л.В. Громашевский // Киев: Гос. Мед. Изд-во УССР, 1958.
3. Беляков В.Д. Учение Л.В.Громашевского об эпидемическом процессе и развитие этого учения на современном этапе. // Ж. микробиол., эпидемиол. И иммунобиол., 1984, N.7, С. 115-118.
4. Cartwright, F. Disease and History / F. Cartwright // Personal Research Collection, 1972, pp. 205.
5. Quammen, D. Spillover: Animal Infections and the Next Human Pandemic [Text] / D. Quammen // W.W. Norton&Company, 2012, 592 p.
6. Shah, S. Pandemic: Tracking Contagions, from Cholera to Ebola and Beyond [Text] / S. Shah // Picador, 2017, 288 p.
7. Babulak, E. Discrete Event Simulation: State of the Art [Text] / E. Babulak, M. Wang // Discrete Event Simulations, Aitor Goti, IntechOpen, 2010, doi: 10.5772/9894.
8. Kleijnen, J.P.C. State-of-the-Art Review: A User's Guide to the Brave New World of Designing Simulation Experiments [Text] / J.P.C. Kleijnen, S. M. Sanchez, T.W. Lucas, T.M. Cioppa // INFORMS Journal on Computing. vol. 17, iss. 3, 2005, doi: 10.1287/ijoc.1050.0136
9. Wallis, C. How Artificial Intelligence will Change Medicine [Text] / C. Wallis // Nature, vol. 576, 2019, S48. doi: 10.1038/d41586-019-03845-1

10. Foreman, J. W. Data Smart: Using Data Science to Transform Information into Insight [Text] / J.W. Foreman // Wiley, 2013, 409 p.
11. Bhaskar, M. Artificial Intelligence: State of the Art [Text] / M. Maskar // 2020, 10.1007/978-3-030-32644-9\_32.
12. Marion, G. An introduction to mathematical modelling [Text] / G. Maskar, D. Lawson // Bioinformatics and Statistics Scotland, 2008. – 35 p.
13. Szczerbicki, E. Simulation modelling for complex production systems [Text] / E. Szczerbicki // Cybernetics and Systems, vol. 31, iss. 3, pp. 333-351, 10.1080/019697200124847
14. Гаращенко Ф. Г. Сучасні методи та інформаційні технології математичного моделювання, аналізу і оптимізації складних систем [Текст] / Ф. Г. Гаращенко, М. Ф. Кириченко та інші.: Монографія. – Київ.: ВПЦ “Київський університет”, 2006. – 200 с.
15. Doran, J. E. Simulating societies: an introduction [Text] / J. E. Doran // Simulating Societies: The Computer Simulation of Social Phenomena / N. Gilbert, J. E. Doran. – London: UCL Press, 1994. – pp. 1–18.
16. Bazilevych, K. Stochastic modelling of cash flow for personal insurance fund using the cloud data storage [Text] / K. Bazilevych, M. Mazorchuk, Y. Parfeniuk, V. Dobriak, I. Meniailov, D. Chumachenko // International Journal of Computing, vol. 17, iss. 3, 2018, pp. 153-162.
17. Gilbert, N. Analyzing Tabular Data: Loglinear and Logistic Models for Social Researchers [Text] / N. Gilbert. – London: UCL Press, 1993. – pp. 10-14.
18. González-Gómez, L. Analytical modeling of the interaction between skyrmions and extended defects [Text] / L. González-Gómez, J. Castell-Queralt, N. Del-Valle, A. Sanchez, C. Navau // Physical Review B, vol. 100, 2019, 054440.

19. Борщев, А. От системной динамики и традиционного имитационного моделирования – к практическим агентным моделям: причины, технология, инструменты [Электронный ресурс] / Борщев А. – 2004.

20. Bohnenkamp, H. C. MODEST: a compositional modeling formalism for hard and softly timed systems [Text] / Bohnenkamp, H. C., D'Argenio, P.R., Hermanns, H., Katoen, J.P. // IEEE Transaction on Software Engineering, vol. 32, iss. 10, 2006, pp. 812–830.

21. Hahn, E. M. The 2019 Comparison of Tools for the Analysis of Quantitative Formal Models [Text] / E. M. Hahn, A. Hartmanns, C. Hensel, M. Klauck, J. Klein, J. Křetínský, D. Parker, T. Quatmann, E. Ruijters, M. Steinmetz // Tools and Algorithms for the Construction and Analysis of Systems. TACAS 2019. Lecture Notes in Computer Science, vol 11429. Springer, Cham, 2019.

22. Beyer, D. Competition on software verification [Text] / D. Beyer // TACAS 2012, LNCS, Springer, Heidelberg, vol. 7214, 2012, pp. 504–524.

23. Mikheev, M. Y. Imitation modelling for the subsystem of identification and structuring data of signal sensors [Text] / M. Y. Mikheev, T. V. Zhashkova, E. N. Meshcheryakova, K. V. Gudkov, A. K. Grishko // 2016 IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS), Yerevan, 2016, pp. 1-5.

24. Forrester, J. W. Industrial Dynamics: A Major Breakthrough for Decision Makers [Text] / J. W. Forrester // Harvard Business Review 36 (4). – 1958. – P.37-66.

25. Yang, H. A Study of Power Market Dynamics Based on System Dynamics Modeling [Text] / H. Yang, G. Wang, L. Zhou, R. Zhou // 2006 International Conference on Power System Technology, Chongqing, 2006, pp. 1-6.



26. Tariq, H. Structural Health Monitoring Installation Scheme using Utility Computing Model [Text] / H. Tariq, M. A. E. Al-Hitmi, A. Tahir, D. Crescini, F. Touati, A. B. Manouer // 2018 2<sup>nd</sup> European Conference on Electrical Engineering and Computer Science (EECS), Bern, Switzerland, 2018, pp. 50-55.
27. Gordon, G. Preliminary manual for GPSS – A general purpose systems simulator. (Technical memorandum 17-048) [Text] / G. Gordon. – N.Y.: IBM, White Plains, October 6, 1961. – P. 87-104.
28. Moreira, M. V. “Polynomial Time Verification of Decentralized Diagnosability of Discrete Event Systems” Versus “Decentralized Failure Diagnosis of Discrete Event Systems”: A Critical Appraisal [Text] / M. V. Moreira, J. C. Basilio, F. G. Cabral // IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 61, no. 1, 2016, pp. 178-181.
29. Schieritz, N. Modeling the Forest or Modeling the Trees – A Comparison of System Dynamics and Agent-Based Simulation [Text] / N. Schieritz, P. Milling // The 21st International Conference of the System Dynamics Society. – New York, USA, 2003.
30. Chumachenko, D. On Intelligent Multiagent Approach to Viral Hepatitis B Epidemic Processes Simulation [Text] / D. Chumachenko // Proceedings of the 2018 IEEE 2nd International Conference on Data Stream Mining and Processing, DSMP 2018, 2018, pp.415-419.
31. Huhns, M. N. Agents and Multiagent Systems: Themes, Approaches, and Challenges [Text] / M. N. Huhns, M. P. Singh // Readings in Agents. – San Francisco, CA: Morgan Kaufmann Publishers Inc., 2008 – P. 1-24.
32. Maes, P. Agents that reduce work and information overload [Text] / P. Maes // Communications of the ACM. – London: ACM Press, 1994. – Vol. 37 – P. 31–40.

33. Chaib-draa, B. Trends in Agent Communication Language [Text] / B. Chaib-draa, F. Dignum // Computational Intelligence, 18(2). – 2002 – P.89-101.

34. Chumachenko, D. Development of an intelligent agent-based model of the epidemic process of syphilis [Text] / D. Chumachenko, I. Meniailov, K. Bazilevych, Y. Kuznetsova, T. Chumachenko // IEEE 2019 14th International Scientific and Technical Conference on Computer Sciences and Information Technologies, CSIT 2019 – Proceedings, 2019, pp.42-44.

35. Conte, R. Simulating Social Phenomena [Text] / R. Conte, R. Hegselmann, P. Terna // Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol. 456. – Berlin: Springer-Verlag, 1997. – 536 p.

36. Rahwan, T. Towards anytime coalition structure generation in multi-agent systems with positive or negative externalities [Text] / T. Rahwan, T. Michalak, M. Wooldridge, N. R. Jennings // Artificial Intelligence, vol. 186, 2012, pp. 95-122.

37. Shoham, Y. Multiagent Systems – Algorithmic, Game-Theoretic, and Logical Foundations [Text] / Y. Shoham, K. Leyton-Brown. – Cambridge University Press, 2009. – 483 p.

38. Chumachenko, D. On agent-based approach to influenza and acute respiratory virus infection simulation [Text] / D. Chumachenko, V. Dobriak, M. Mazorchuk, I. Meniailov, K. Bazilevych // 14th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering, TCSET 2018 – Proceedings 2018-April, 2018, pp.192-196.

39. Gilbert, N. Simulation for the social scientist. Second edition [Text] / N. Gilbert, K. G. Troitzsch. – USA, NY: Open University Press, 2005. – P. 172-199.

40. Chumachenko, D. Intelligent Agent-Based Simulation of HIV Epidemic Process [Text] / D. Chumachenko, T. Chumachenko // Advances in Intelligent Systems and Computing 1020, Springer, 2020, pp. 175-184.

41. Beckmann, A. Separating intermediate predicate logics of well-founded and dually well-founded structures by monadic sentences [Text] / A. Beckmann, N. Preining // Journal of Logic and Computation, vol. 25, no. 3, 2015, pp. 527-547.

42. Chumachenko, D. On intelligent agent-based simulation of network worms propagation [Text] / D. Chumachenko, S. Yakovlev // 2019 15th International Conference on the Experience of Designing and Application of CAD Systems, CADSM 2019 – Proceedings, 2019, pp.11-14.

43. Steels, L. The Artificial Life Roots of Artificial Intelligence [Text] / L. Steels // Artificial Life: an overview – MIT Press, 2000. – P. 75-111.

44. Brooks, R. A. The Relationship Between Matter and Life [Text] / R. A. Brooks // Nature, Vol. 409. – 2001. – P. 409–411.

45. Jagga, A. Review of comparative study of KQML and FIPA ACL [Text] / A. Jagga, Honey // International Journal of Networking & Parallel Computing, Vol. 3, No.1. – 2013. – P. 51-55.

46. Hurford, J. R. Approaches to the Evolution of Language [Text] / J. R. Hurford, M. Studdert-Kennedy, C. Knight. – Cambridge: Cambridge University Press, 1998. – P. 30-44.

47. Cangelosi, A. Simulating the Evolution of Language [Text] / A. Cangelosi, D. Parisi. – London: Springer Verlag, 2001. – 355 p.

48. Алексеев, А. А. Лингвистическая онтология – тезаурус РуТез [Текст] / А. А. Алексеев, Б. В. Добров, Н. В. Лукашевич // Открытые семантические технологии проектирования интеллектуальных систем. – Минск: БГУИР, 2013. – С. 153-158.

49. Herasymova, A. Development of intelligent information technology of computer processing of pedagogical tests open tasks based on machine learning approach [Text] / A. Herasymova, D. Chumachenko, H. Padalko // CEUR Workshop Proceedings, vol. 2631, 2020, pp. 121-130.
50. Hollan, J. Distributed cognition: toward a new foundation for human-computer interaction research [Text] / J. Hollan, E. Hutchins, D. Kirsh // ACM Transactions on Computer-Human Interaction (TOCHI) 7 (2). – 2000, pp. 174-196.
51. Lin, J. Computational Models of Emotion and Cognition [Text] / J. Lin, M. Spraragen, M. Zyda // Advances in Cognitive Systems 2. – USA, 2012. – P. 59-76.
52. Nan, X. Dynamic Crowd Aggregation Simulation Using SIR Model Based Emotion Contagion [Text] / X. Nan, Z. Zehong, P. Zhigeng // 2017 International Conference on Virtual Reality and Visualization (ICVRV), Zhengzhou, China, 2017, pp. 352-353.
53. Brosch, T. Comment: On the Role of Appraisal Processes in the Construction of Emotion [Text] / T. Brosch // Emotion review, Vol.5, N 4. – 2013 – P. 369-373.
54. Wright, I. Reinforcement learning and animal emotions. Technical Report CSRP-96-4 [Electronic resource] / I. Wright. – University of Birmingham School of Computer Science, 1996. – Access mode: <ftp://ftp.cs.bham.ac.uk/pub/tech-reports/1996/CSRP-96-04.ps.gz>.
55. Hochschild, A. The Managed Heart: The Commercialization of Human Feeling [Text] / A. Hochschild. – CA, Berkeley: University of California Press, 2012. – P. 89-137.
56. Newell, A. Computer science as empirical enquiry [Text] / A. Newell, H. A. Simon // Communications of the ACM, 19. – USA, NY: ACM, 1976. – P. 113–126.

57. Pluchino, A. Agent-Based Simulation of Pedestrian Behaviour in Closed Spaces: A Museum Case Study [Electronic resource] / A. Pluchino, C. Garofalo, G. Inturri, A. Rapisarda, M. Ignaccolo // Journal of Artificial Societies and Social Simulation 17 (1) 16. – 2014 – Access mode: <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/17/1/16.html>.
58. Clarke, D. Aliasing in Object-Oriented Programming: Types, Analysis and Verification [Text] / D. Clarke, J. Noble, T. Wrigstad. – USA, NY: Springer-Verlag, 2013. – 524 p.
59. Helbing, D. Self-organizing pedestrian movement [Text] / D. Helbing, P. Molnar, I. J. Farcas, K. Bolay // Environment and Planning B: Planning and Design, 29. – 2001. – P. 361-383.
60. Stroustrup, B. The C++ Programming Language. 4th edn. [Text] / B. Stroustrup. – London: Addison-Wesley, 2014. – 1368 p.
61. Larkin, D. Object Oriented Programming and the Objective C Language [Text] / D. Larkin, G. Wilson. – USA, CA: NeXT Software, 1995. – 172 p.
62. Graham, P. ANSI Common Lisp [Text] / P. Graham. – NJ, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1996. – 432 p.
63. Goldberg, A. Smalltalk-80: The Language [Text] / A. Goldberg, D. Robson. – London: Addison-Wesley, 1989. – 719 p.
64. Arnold, K. The Java Programming Language. 4th edn. [Text] / K. Arnold, J. Gosling. – MA, Reading: Addison-Wesley, 2005. – 928 p.
65. Hejlsberg, A. The C# Programming Language. 4th Edn. [Text] / A. Hejlsberg, M. Torgersen, S. Wiltamuth, P. Golde. – London: Addison-Wesley, 2011. – 864 p.
66. Fisher, M. A logical approach to simulating societies [Electronic resource] / M. Fisher, M. Wooldridge // Artificial Societies: The Computer Simulation of Social Life. – London: UCL Press, 1995. – Access mode: [http://www.agent.ai/doc/upload/200402/fish95\\_1.pdf](http://www.agent.ai/doc/upload/200402/fish95_1.pdf).

67. Pastor-Satorras, R. Epidemic processes in complex networks [Text] / R. Pastor-Satorras, C. Castellano, P. Van Mieghem, A. Vespignani // Reviews of Modern Physics, Vol. 87, Iss. 925. – American Physical Society, 2005. – P. 925-979.

68. Andersson, H. Epidemic models and social networks [Text] / H. Anderson // Math. Scientist, Vol. 94. – 1999. – P.128-147.

69. Ajelli, M., Cigno R. L., Montresor A. Modeling botnets and epidemic malware [Text] / M. Ajelli, R. L. Cigno, A. Montresor // Communications (ICC), 2010 IEEE International Conference on. – IEEE, 2010. – P. 1-5.

70. Chumachenko, D. Development of Deterministic Models of Malicious Software Distribution in Heterogeneous Networks [Text] / D. Chumachenko, S. Yakovlev // 2019 3rd International Conference on Advanced Information and Communications Technologies, AICT 2019 - Proceedings, 2019, pp.439-442.

71. Chumachenko, D. Intelligent simulation of network worm propagation using the code red as an example [Text] / D. Chumachenko, K. Chumachenko, S. Yakovlev // Telecommunications and Radio Engineering (English translation of Elektrosvyaz and Radiotekhnika) 78 (5), 2019, pp.443-467.

72. Roberts, M. G. The asymptotic behavior of a logistic epidemic model with stochastic disease transmission [Text] / M. G. Roberts, A. K. Saha // Applied Mathematics Letters. Vol 12, Iss. 1 – 1999. – pp. 37-41.

73. Чумаченко, Д. И. Математические модели и методы компьютерно – интегрированной технологии прогнозирования динамики заболеваемости инфекционными болезнями в Украине. [Электронный ресурс] / Д. И. Чумаченко. – 2008. – Режим доступа: <http://old.pinchukfund.org/storage/students/works/2008/488.doc>

74. Polyvianna, Y. Computer aided system of time series analysis methods for forecasting the epidemics outbreaks [Text] / Y. Polyvianna, D. Chumachenko, T. Chumachenko // 2019 15th International Conference on the Experience of Designing and Application of CAD Systems, CADSM 2019 – Proceedings, 2019.

75. Боев, Б. В. Прогнозно-аналитические модели эпидемий [Электронный ресурс] / Б. В. Боев. – М., 2005. – Режим доступа: <http://www.armscontrol.ru/course/lectures05a/bvb050324.pdf>

76. Reid, P. P. Building a Better Delivery System: A New Engineering/Health Care Partnership [Text] / P. P. Reid – Washington D.C.: The National Academies Press, 2005. – 276 p.

77. Потапов, Д. К. Математическое моделирование эпидемических процессов в условиях системной модернизации [Текст] / Д. К. Потапов, В. В. Естафьева // Проблемы системной модернизации экономики России: социально-политический, финансово-экономический и экологический аспекты. Сборник научных статей, Вып.9. – СПб.: НОУ ВПО Институт бизнеса и права, 2010. – С.461-465.

78. Про створення Єдиного інформаційного поля системи охорони здоров'я України [Електронний ресурс]: наказ Міністерства охорони здоров'я України від 21.05.1998 № 127. – Київ, 1998 – Режим доступу: <http://mozdocs.kiev.ua/view.php?id=351>.

79. Бейли, Н. Математика в биологии и медицине [Текст] / Н. Бейли. – М.: Мир, 1970. – 327 с.

80. Gani, J. Mathematical models of epidemics [Text] / J. Gani // The Mathematical Intelligencer. – 1980. – Vol.3, №1. – P.35-47.

81. Dietz, K. Daniel Bernoulli's epidemiological model revisited [Text] / K. Dietz, J. A. P. Heesterbeek // Mathematical Biosciences, vol. 180, 2002, pp. 1-21.

82. Johnson, N. J. Leading personalities in statistical sciences: from 17<sup>th</sup> century to the present [Text] / N. J. Johnson, S. Kotz. – Canada, 1997. – P. 284.

83. Santillana, M. Relatedness of the incidence decay with exponential adjustment (IDEA) model, “Farr's law” and SIR compartmental difference equation models [Text] / M. Santillana, A. Tuite, T. Nasserie, P. Fine, D. Champredon, L. Chindelevitch, J. Dushoff, D. Fisman // Infectious Disease Modelling, vol. 3, 2018, pp. 1-12.

84. Kretzschmar, M. Mathematical Models in Infectious Disease Epidemiology [Text] / M. Kretzschmar, J. Wallinga // Modern Infectious Disease Epidemiology. 2009, pp. 209-221.

85. Авилов, К. К. Математическое моделирование заболеваемости туберкулезом органов дыхания на территории России и оценка эффективности противотуберкулезных мероприятий [Текст]: дис. канд. ф.-м. наук : 05.13.18 / К. К. Авилов. – М., 2007. – 154 с.

86. Mazorchuck, M. Web-application development for tasks of prediction in medical domain [Text] / M. Mazorchuck, V. Dobriak, D. Chumachenko // 2018 IEEE 13th International Scientific and Technical Conference on Computer Sciences and Information Technologies, 2018, pp. 5-9.

87. Iacus, S. M. Simulation and Inference for Stochastic Differential Equations [Text] / S. M. Iacus. – Milan: Springer, 2008. – P. 14-18.

88. Brauer, F. Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology [Text] / F. Brauer, C. Castillo-Chavez. – New York: Springer-Verlag New York, 2001. – 448 p.

89. Vynnycky, E. An Introduction to Infectious Disease Modelling [Text] / E. Vynnycky, R. G. White. – New York: Oxford University Press, 2010. – P.41-62.



90. Meniailov, I. Non-linear Estimation Methods in Multi-objective Problems of Robust Optimal Design and Diagnostics of Systems Under Uncertainties [Text] / I. Meniailov, M. Ugryumov, D. Chumachenko, K. Bazilevych, S. Chernysh, I. Trofymova // Advances in Intelligent Systems and Computing, vol. 1113, 2020, pp.198-207.

91. Kaufman, J. Infectious disease modeling: creating a community to respond to biological threats [Electronic resource] / J. Kaufman, S. Edlund, J. Douglas // Statistical Communications in Infectious Diseases 1(1), 1. – The Berkeley Electronic Press, 2009. – Access mode: <http://www.degruyter.com/view/j/scid.2009.1.1/scid.2009.1.1.1001/scid.2009.1.1.1001.xml>

92. Douglas, J.V. STEM: An Open Source Tool for Disease Modeling [Text] / J. V. Douglas, S. Bianco, S. Edlund, T. Engelhardt, M. Filter, T. Gunther, K. Hu, E. J. Nixon, N. L. Sevilla, A. Swaid, J. H. Kaufman // Health Security, 2019, vol. 17(4), pp. 291-306.

93. Иванников, Ю. Г. Опыт математического компьютерного прогнозирования эпидемий гриппа для больших территорий [Текст] / Ю. Г. Иванников, П. И. Огарков // Журнал инфектологии, том 4, №3, 2012, С. 101-106.

94. Иванников, Ю. Г. Эпидемиологический надзор за гриппом и прогнозирование эпидемий в странах-членах СЭВ [Текст] / Ю. Г. Иванниковю – М.: Постоянная комиссия СЭВ по сотрудничеству в области здравоохранения, 1987. – 160 с.

95. Маринич, И. Г. Характеристика заболеваемости гриппом и острыми респираторными инфекциями в межэпидемический период (по материалам Ленинграда) [Текст] / И. Г. Маринич, Ю. Г. Иванников // Здравоохранение РСФСР, 1973, №10, С. 22-25.

96. Бароян, О.В. Моделирование и прогнозирование эпидемий гриппа для территории СССР [Текст] / О. В. Бароян, Л. А. Рвачев, Ю. Г. Иванников. – 1977, 546 с.

97. Рвачев, Л. А. Модель связи между процессами в организме и структурной эпидемий [Текст] / Л. А. Рвачев // Кибернетика, №3, 1967, С. 75-78.

98. Rvachev, L. The mathematical theory of epidemics: a study of the evolution of resistance in microorganisms [Text] / L. Rvachev, V. Krus // Advances in applied probability, v. 3, № 2, 1971, pp. 19-22.

99. Боев, Б. В. Новые возможности для анализа и прогноза процессов эпидемического распространения наркомании [Электронный ресурс] / Б. В. Боев// Нарконетю – 2001. – №2-3. – Режим доступа:  
[http://www.gamaleya.ru/content/lib/scientific\\_pop/0004/0004.htm](http://www.gamaleya.ru/content/lib/scientific_pop/0004/0004.htm).

100. Бароян, О. В. Международные и национальные аспекты современной эпидемиологии и микробиологии [Текст] / О. В. Бароян, Д. Р. Портер // Медицина, 1975, 520 с.

101. Бароян, О. В. Математика и прогресс медико-биологических наук (Стратегия массовой антибиотикотерапии) [Текст] / О. В. Бароян, М.: Знание, 1976, 64 с.

102. Kendall, D. G. Deterministic and Stochastic Epidemics in Closed Populations [Text] / D. G. Kendall // Proceedings of the Third Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, Volume 4: Contributions to Biology and Problems of Health, University of California Press, Berkeley, Calif., 1956, pp. 149-165.

103. Xu, D. Modeling and control of dynamic network SIR based on community structure [Text] / D. Xu, X. Xu // The 26th Chinese Control and Decision Conference (2014 CCDC), Changsha, 2014, pp. 4648-4653.

104. Eichner, M. The influenza pandemic preparedness planning tool InflaSim [Electronic resource] / M. Eichner, M. Schwehm, H. P. Duerr, S. O. Brockmann // BMC Infect Diseases. – 2007. - <http://www.biomedcentral.com/1471-2334/7/17>.
105. Chen, F. Cross-species epidemic dynamic model of influenza [Text] / F. Chen, J. Cui // 2016 9th International Congress on Image and Signal Processing, BioMedical Engineering and Informatics (CISP-BMEI), Datong, 2016, pp. 1567-1572.
106. Varol, H. A. MOSES: A Matlab-based open-source stochastic epidemic simulator [Text] / H. A. Varol // 2016 38<sup>th</sup> Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC), Orlando, FL, 2016, pp. 2636-2639.
107. Deng, G. Dynamics of a Stochastic SIS Epidemic Model with Birth Pulses and Pulse Treatments [Text] / G. Deng, A. Tang, M. Xing, L. Ling, G. Jiang, W. Huang // 2017 13th International Conference on Computational Intelligence and Security (CIS), Hong Kong, 2017, pp. 435-438.
108. Raza, A. Competitive numerical analysis for stochastic HIV/AIDS epidemic model in a two-sex population [Text] / A. Raza, M. Rafiq, D. Baleanu, M. Shoaib Arif, M. Naveed, K. Ashraf // IET Systems Biology, vol. 13, no. 6, 2019, pp. 305-315.
109. Chumachenko, D., Agent-based investigation of sexually transmitted infection [Text] / D. Chumachenko, T. Chumachenko // Online Journal of Public Health Informatics, 9(1):e60, 2017. <http://ojphi.org/ojs/index.php/ojphi/article/view/7638/6159>
110. Barbour, A. D. Approximating the Reed–Frost epidemic process [Text] / A.D. Barbour, S. Utev // Stochastic Processes and their Applications, vol. 113, iss. 2, 2004, pp. 173-197.

111. Greenwood P.E. Stochastic Epidemic Modeling [Text] / P. E. Greenwood, L. F. Gordillo // Mathematical and Statistical Estimation Approaches in Epidemiology, Springer, Dordrecht, 2009.
112. Beynon, M. Agent-oriented modelling and simulation for discrete event systems [Text] / M. Beynon, Y. P. Yung // IEEE Colloquium on Discrete Event Dynamic Systems – A New Generation of Modelling, Simulation and Control Applications, London, UK, 1992, pp. 2/1-2/4.
113. Тоффоли, Т. Машины клеточных автоматов [Текст] / Т. Тоффоли, Н. Марголюс. – М., Мир, 1991. – 280 с.
114. Chumachenko, D. Agent-Based Model of the Epidemic Process of Diseases with Multiple Routes of Infection Transmission Development and Evaluation [Text] / D. Chumachenko, T. Chumachenko // International Journal of Research Studies in Computer Science and Engineering (IJRSCSE), Volume 3, Issue 5. – India: ARC Publications Private Limited, 2016. – pp. 20-24.
115. Longini, I. M. Containing Pandemic Influenza with Antiviral Agents [Text] / I. M. Longini, M. E. Halloran, A. Nizam, Y. Yang // American Journal of Epidemiology. – New York: Oxford University Press, 2004. – Vol.159, №7. – P.623-633.
116. Chao, D. L. FluTE, a Publicly Available Stochastic Influenza Epidemic Simulation Model [Electronic resource] / D. L. Chao, M. E. Halloran, V. J. Obenchain, I. M. Longini // PLoS Computational Biology. – 2010. – Vol.6, №1. – Access mode: <http://www.ploscompbiol.org/article/info%3Adoi%2F10.1371%2Fjournal.pcbi.1000656>.
117. Jenvald, J. Simulation as Decision Support in Pandemic Influenza Preparedness and Response [Text] / J. Jenvald, M. Morin,

T. Timpka, H. Eriksson // Proceedings of ISCRAM2007. – Delft, 2007. – P.295-304.

118. Marquez, E. Artificial Intelligence system to support the clinical decision for influenza [Text] / E. Marquez, V. Barrón // 2019 IEEE International Autumn Meeting on Power, Electronics and Computing (ROPEC), Ixtapa, Mexico, 2019, pp. 1-5.

119. Hou, B. SUPE-Net: An Efficient Parallel Simulation Environment for Large-Scale Networked Social Dynamics [Text] / B. Hou, Y. Yao, B. Wang, D. Liao // 2010 IEEE/ACM International Conference on Green Computing and Communications & International Conference on Cyber, Physical and Social Computing, Hangzhou, 2010, pp. 628-635.

120. German, C. Mitigation strategies for pandemic influenza in the United States [Text] / T. C. Germann, K. Kadau, I. M. Longini, C. A. Macken // Proceedings of the National Academy of Sciences, 2006, vol. 103 (15), pp. 5935-5940.

121. Cooley, P. C. The Model Repository of the Models of Infectious Disease Agent Study [Text] / P. C. Cooley and other // IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine. – 2008. – Vol.12, №4. – P.513-522.

122. Wong, W. W. L. A Parallel Sliding Region Algorithm to Make Agent-Based Modeling Possible for a Large-Scale Simulation: Modeling Hepatitis C Epidemics in Canada [Text] / W. W. L. Wong, Z. Z. Feng, H. Thein // IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics, vol. 20, no. 6, pp. 1538-1544.

123. Aiken, E. L. Real-time estimation of disease activity in emerging outbreaks using internet search information [Text] / E. L. Aiken, S. F. McGough, M. S. Majumder, G. Wachtel, A. T. Nguyen, C. Viboud, M. Santillana // PLoS computational biology, 2020, vol. 16(8).

124. Deguchi, H. Agent Based Epidemiological Simulation for Pandemic Protection of Emerging and Re-emerging Infectious Diseases [Electronic resource] / H. Deguchi and other // Proceedings of the 51<sup>st</sup> Annual Meeting of the ISSS. – Tokyo, 2007. – Access mode:

<http://journals.iss.org/index.php/proceedings51st/article/viewFile/789/312>.

125. Tanuma, H. SOARS: Spot Oriented Agent Role Simulator – Design and Implementation [Text] / H. Tanuma, H. Deguchi, T. Shimizu // Agent-Based Social Systems. – Springer, 2005. – pp. 1-15.

126. Okhusa, Y Simulation model of pandemic influenza in the whole of Japan [Text] / Y. Okhusa, T. Sugawara // Japanese journal of infectious diseases. – Japan, 2009. – P. 98-106.

127. Das, T. A large-scale simulation model of pandemic influenza outbreaks for development of dynamic mitigation strategies [Text] / T. Das, A. Savachkin, Y. Zhu // USA: FL, 2008. – P.893-905.

128. Brauer, F. Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology [Text] / F. Brauer, C. Castillo-Chavez // Texts in Applied Mathematics, Vol. 40. – Springer-Verlag New York, 2012. – 508 p.

129. Galvani, A. P. Epidemiology: dimensions of superspreading [Text] / A. P. Galvani, R. M. May // Nature, Vol. 438, No. 7066, 2005. – P. 293-295.

130. Чумаченко, Д. И. Новый методологический подход к моделированию распространения инфекционного заболевания [Текст] / Д. И. Чумаченко, Т. А. Чумаченко, В. И. Макарова // Научно-методический журнал «Клиническая информатика и телемедицина». – Харьков, 2012. – Т.8. Вып.9. – С.195-196.

131. Cryer, J. D. Time Series Analysis [Text] / J. D. Cryer, K. S. Chan, Springer-Verlag New York, 2008, 491 p.

132. Fawaz, I. Deep Learning for Time Series Classification: a Review [Text] / I. Fawaz // Data Mining and Knowledge Discovery, vol. 33, iss. 4, 2019, pp. 917–963.

133. Cheng, L. Study of Noise Reduction about Economic Time Series Data Based on ICA [Text] / L. Cheng, J. Liu, G. He // 2010 First ACIS International Symposium on Cryptography, and Network Security, Data Mining and Knowledge Discovery, E-Commerce and Its Applications, and Embedded Systems, Qinhuangdao, 2010, pp. 249-252.

134. Gao, X. The Data Mining Technique of Time-series Trending Structure Series [Text] / X. Gao, Q. Du, L. Tian, Z. Mao, Y. Wang // 2006 6th World Congress on Intelligent Control and Automation, Dalian, 2006, pp. 6019-6023

135. Zhou, Z. Improving time series anomaly detection based on exponentially weighted moving average (EWMA) of season-trend model residuals [Text] / Z. Zhou, P. Tang // 2016 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS), Beijing, 2016, pp. 3414-3417.

136. Han, M. Noise Smoothing for Nonlinear Time Series Using Wavelet Soft Threshold [Text] / M. Han, Y. Liu, J. Xi, W. Guo // IEEE Signal Processing Letters, vol. 14, no. 1, 2007, pp. 62-65.

137. Yarovaya, O.V. Programming and numerical methods. Part 2: Numerical methods using MatLab and Mathcad: guidance manual for laboratory works [Text] / O. V. Yarovaya, D. I. Chumachenko, – Kharkiv : National Aerospace University «KhAI», 2017. – 92 p.

138. Kendall, M.G. The Advanced Theory of Statistics. Volume 3: Design and Analysis, and Time-Series [Text] /

M. G. Kendall, A. Stuart // Charles Griffin & Co. Ltd., London & High Wycombe, 1976.

139. Soumya, R. S. Advanced earlier melanoma detection algorithm using colour correlogram [Text] / R. S. Soumya, S. Neethu, T. S. Niju, A. Renjini, R. P. Aneesh // 2016 International Conference on Communication Systems and Networks (ComNet), Thiruvananthapuram, 2016, pp. 190-194.

140. Klinker, F. Exponential Moving Average Versus Moving Exponential Average [Text] / F. Klinker // Mathematische Semesterberichte, vol. 58.1, 2010, pp. 97–107.

141. Awe, O. An Alternative Algorithm for ARIMA Model Selection," 2020 International Conference in Mathematics [Text] / O. Awe, A. Okeyinka, J. O. Fatokun // Computer Engineering and Computer Science (ICMCECS), Ayobo, Ipaja, Lagos, Nigeria, 2020, pp. 1-4.

142. Jianguo, C. Health diagnosis for aircraft based on the ARMA model [Text] / C. Jianguo, Z. Jie, L. Liqiu, Z. Yun, Z. Keli, Z. Guoqiang // 2010 International Conference on Intelligent Computing and Integrated Systems, Guilin, 2010, pp. 277-280.

143. Mayaguchi, T. On the Dynamics of Branching Random Walk on Random Regular Graph [Text] / T. Mayaguchi, R. Sakaguchi, H. Ohsaki // 2020 International Conference on Information Networking (ICOIN), Barcelona, Spain, 2020, pp. 307-311.

144. Gallego, J. L. Cointegrated VARIMA Models: Specification and Simulation [Text] / J. L. Gallego, C. Díaz // Communications in Statistics – Simulation and Computation, vol. 44:1, pp. 66-70.

145. Peng, C. Time Series Forecasting of Temperatures using SARIMA: An Example from Nanjing [Text] / C. Peng,



N. Aichen, L. Duanyang, J. Wei, M. Bin // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, vol. 394, 2018, 052024.

146. Sheng, H. FARIMA with stable innovations model of Great Salt Lake elevation time series [Text] / H. Sheng, Y. Chen // Signal Processing, Volume 91, Issue 3, 2011, pp. 553-561.

147. Box, G. E. P. Time Series Analysis: Forecasting and Control [Text] / G. E. P. Box, G. M. Jenkins // Revised Edition, San Francisco, Holden Day.

148. Paparoditis, E. The asymptotic size and power of the augmented Dickey–Fuller test for a unit root [Text] / E. Paparoditis, D. N. Politis // Econometric Reviews, vol. 37:9, 2018, pp. 955-973.

149. Hassani, H. Selecting optimal lag order in Ljung–Box test [Text] / H. Hassani, M. R. Yeganegi // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Volume 541, 2020, 123700.

150. Akaike, H. Information theory and an extension of the maximum likelihood principle [Text] / H. Akaike // 2<sup>nd</sup> International Symposium on Information Theory, Tsahkadsor, Armenia, USSR, September 2-8, 1971, pp. 267–281.

151. Koehler, A.. A Comparison of the Akaike and Schwarz Criteria for Selecting Model Order [Text] / A. Koehler, E. Murphree // Journal of the Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics), 37(2), 1988, pp. 187-195.

152. Hyndman, R. J Forecasting with Exponential Smoothing [Text] / R. J. Hyndman, A. B. Koehle, J. K. Ord, R. D. Snyder // Springer Series in Statistics, 2008, 360 p.

153. Громашевский, Л. В. Общая эпидемиология [Текст]: рук. для врачей и студ. – 4-е изд., значит. переработ. / Л. В. Громашевский. – М. : Медицина, 1965. – 290 с.

154. D'ebarre, F. SIR models of epidemics [Text] / F. D'ebarre // Level 1 module in “Modelling course in population

and evolutionary biology”. – Zurich: Institute of Integrative Biology, 2010.

155. Zhang, Li Juan Global Dynamics of an SEIRS Epidemic Model with Constant Immigration and Immunity [Text] / Li Juan Zhang, Yingqiu Li, Qingqing Ren, Zhenxiang Huo // WSEAS transactions on mathematics. Issue 5, Volume 12. – 2013. – pp. 630-640.

156. Чернышев, Ю. К. Событийное программирование. Применение к решению некоторых задач физики: учеб. пособие [Текст] / Ю. К. Чернышев. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «Харьк. авиац. ин-т», 2008. – 68 с.

157. Chopra, A. K. Agent Communication [Text] / A. K. Chopra, P. S. Munindar // Multiagent systems. – MIT Press, 2011. – P. 9-33.

158. Russel, S. J. Artificial Intelligence. A Modern Approach [Text] / S. J. Russel, P. Norwig. – New Jersey: Prentice-Hall, 2003. – 946 p.

159. Chumachenko, D. On Intelligent Decision Making in Multiagent Systems in Conditions of Uncertainty [Text] / D. Chumachenko, I. Menailov, K. Bazilevych, T. Chumachenko // 2019 11th International Scientific and Practical Conference on Electronics and Information Technologies, ELIT 2019 - Proceedings, 2019, pp.150-155.

160. Vlassis, N. A. Concise Introduction to Multiagent Systems and Distributed Artificial Intelligence [Text] / N. A. Vlassis. – Greece, Morgan & Playpool Publishers, 2007. – 71 p.

161. Bellman, R. E. Adaptive Control Processes: A Guided Tour [Text] / R. E. Bellman. – Princeton Legacy Library, 1961. – 276 p.

162. Bertsekas, D. P. Network Optimization: Continuous and Discrete Models [Text] / D. P. Bertsekas. – USA, Belmont: Athena Scientific, 2001. – 585 p.

163. Goksel-Canbek, N. On the track of Artificial Intelligence: Learning with Intelligent Personal Assistants [Text] / N. Goksel-Canbek, M. E. Mutlu // International Journal of Human Sciences. Vol. 13. No. 1. – 2016. – P. 592-601.

164. Sutton, R. S. Reinforcement Learning: An Introduction (Adaptive Computation and Machine Learning). 2<sup>nd</sup> Edition [Text] / R. S. Sutton, A. G. Barto. – USA, Massachusetts, Cambridge: The MIT Press, 2017. – 322 p.

165. Papadimitriou, C. H. The Complexity of Markov Decision Processes [Text] / C. H. Papadimitriou, J. N. Tsitsiklis // Mathematics of Operations Research. Volume 12. Issue 3. – 1987. – P. 441-450.

166. Chernyshev, Y. Development of intelligent agents for simulation of hepatitis B epidemic process [Text] / Y. Chernyshev, D. Chumachenko, A. Tovstik // Proceedings of East West Fuzzy Colloquium 2013 (20th Zittau Fuzzy Colloquium, September 25 – 27, 2013). – Institut für Prozesstechnik Prozessautomatisierung und Messtechnik, 2013. – pp.161 – 168.

167. Bernstein, R. S. Multi-level simulation analysis: A methodology for planning and evaluation in public health [Text] / R. S. Bernstein // The many faces of multi-level issues (Research in Multi Level Issues, Volume 1). – Emerald Group Publishing Limited, 2002. – P. 381-386.

168. Соколов, А. Ю. Принятие решений в мультиагентной среде в условиях неопределенности [Текст] / А. Ю. Соколов, О. С. Радивоненко, А. В. Товстик // Радіоелектронні і комп'ютерні системи, №4, 2011. – С.77–81.

169. Osborne, M. J. A Course in Game Theory [Text] / M. J. Osborne, A. Rubinstein – Massachusetts, Cambridge: The MIT Press, 2014. – 352 p.

170. Chumachenko, D. Fuzzy recurrent mappings in multiagent simulation of population dynamics systems [Text] / D. Chumachenko, O. Sokolov, S. Yakovlev // International Journal of Computing, vol. 19, iss. 2, pp. 290-297.

171. Santos, F. S. Fuzzy Dynamical Model of Epidemic Spreading Taking into Account the Uncertainties in Individual Infectivity [Text] / F. S. Santos, N. R. S. Ortega, D. M. T. Zanetta, E. Massad // Advances in Technological Applications of Logical and Intelligent Systems. – IOS Press, 2009. – P. 180-193.

172. Mamdani, E.H. An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller [Text] / E. H. Mamdani, S. Assilian // International Journal of Man-Machine Studies, Vol. 7, No. 1, 1975, pp. 1-13.

173. Lendek, Z. Takagi-Sugeno Fuzzy Models [Text] / Z. Lendek, T. M. Guerra, R. Babuška, B. De Schutter // Stability Analysis and Nonlinear Observer Design Using Takagi-Sugeno Fuzzy Models, Studies in Fuzziness and Soft Computing, 2010, vol. 262.

174. Massad, E. Fuzzy Logic in Action: Applications in Epidemiology and Beyond [Text] / E. Massad, N. R. S. Ortega, L. C. de Barros, C. J. Struchiner. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008. – P. 181-206.

175. Yager, R. R. Essentials of fuzzy modeling and control [Text] / R. R. Yager, D. P. Filev. – New York: Wiley, 1994. – 408 p.

176. Mahfouf, M. Physiological Modelling and Fuzzy Control of Anaesthesia via Vaporisation of Isoflurane by Liquid Infusion [Text] / M. Mahfouf, A. J. Asbury, D. A. Linkens // International

Journal of Simulation Systems, Science and Technology , 2(1). – 2001. – P. 55-66.

177. Nascimento, L. F. C. Fuzzy linguistic model for evaluating the risk of neonatal death [Text] / L. F. C. Nascimento, N. R. S. Ortega // Revista de Saúde Pública. Volume 36. Issue 6. – Faculdade de Saúde Pública da Universidade de São Paulo, 2002. – P. 686-692.

178. Castanho, M. A. R. B. Membrane-active Peptides: Methods and Results on Structure and Function [Text] / M. A. R. B. Castanho. – International University Line, 2010. – 635 p.

179. Duarte, A. P. Cellulose acetate reverse osmosis membranes: Optimization of preparation parameters [Text] / A. P. Duarte, J. C. Bordado, M. T. Cidade // Journal of Applied Polymer Science. Volume 103. Issue 1. – Wiley Periodicals, 2006. – P. 134-139.

180. Tanaka, H. Fuzzy modeling of electrical impedance tomography images of the lungs [Text] / H. Tanaka, N. R. S. Ortega, M. S. Galizia, J. B. Borges, M. B. P. Amato // Clinics. Volume 63. Issue 3. – Faculdade de Medicina/USP, 2008. – P. 363-370.

181. Faruque, M. S. S. A fuzzy neuro approach to identify diarrhea epidemic in Bangladesh [Text] / M. S. S. Faruque, S. Banik, R. M. Rahman // 2014 International Conference on Informatics, Electronics & Vision (ICIEV), Dhaka, 2014, pp. 1-6.

182. Chang, C. T-S fuzzy modeling and control for a class of epidemic system with nonlinear incidence rates [Text] / C. Chang, Y. Jing // 2017 4th International Conference on Information, Cybernetics and Computational Social Systems (ICCSS), Dalian, 2017, pp. 154-159.

183. Jafelice, R. M. Fuzzy modeling in symptomatic HIV virus infected population [Text] / R. M. Jafelice, L. C. de Barros,

R. C. Bassanezi, F. Gomide // *Bulletin of Mathematical Biology*. Volume 66. Issue 6. – Springer, 2004. – P. 1597-1620.

184. Barros, L. C. *A First Course in Fuzzy Logic, Fuzzy Dynamical Systems, and Biomathematics* [Text] / L. C. Barros, R. C. Bassanezi, W. A. Lodwick. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2017. – 297 p.

185. Barros, L. C. *The SI epidemiological models with a fuzzy transmission parameter* [Text] / L. C. Barros, M. B. F. Leite, R. C. Bassanezi // *International Journal of Computational Mathematical Applications*. Volume 45. – 2003. – P. 1619-1628.

186. Ortega, N. *Fuzzy gradual rules in epidemiology* [Text] / N. Ortega, L. C. Barros, E. Massad // *Kybernetes*. Vol. 32. Iss. 3. – 2015. – P. 460-477.

187. Ortega, N. R. S. *Fuzzy dynamical systems in epidemic modeling* [Text] / N. R. S. Ortega, P. C. Sallum, E. Massad // *Kybernetes*. Vol. 29. Iss. 2. – 2000. – P. 201-218.

188. Соколов, А. Ю. *Анализ хаотической динамики в нечетких рекуррентных моделях* [Текст] / А. Ю. Соколов, М. Вагенкнехт // *Радіоелектронні і комп'ютерні системи*. № 5. – 2007. – С. 54–65.

189. Кофман, А. *Введение в теорию нечетких множеств* [Текст] / А. Кофман. – М.: Радио и связь, 1982. – 432 с.

190. Чумаченко, Д.И. *О нечетких рекуррентных отображениях при мультиагентном моделировании популяционной динамики* [Text] / Д.И. Чумаченко, С.В. Яковлев // *Бионика интеллекта: Научно-технический журнал*. №2 (87). – Х.: ХНУРЭ, 2016. – С. 23 – 27.

191. Поспелов, Д. А. *Ситуационное управление. Теория и практика* [Текст] / Д. А. Поспелов. – М.: Наука, 1986. – 288 с.

192. Li, T. Y. *Period three implies chaos* [Text] / T. Y. Li, J. A. Yorke // *Amer. Math. Monthly* 82. – 1975. – pp. 985-992.

193. Kloeden, P. E. Chaotic iterations of fuzzy sets [Text] / P. E. Kloeden // Fuzzy Sets and Systems 42. – 1991. – pp. 37-42.

194. Kempf, R. Regularity and chaos in recurrent fuzzy systems [Text] / R. Kempf, J. Adamy // Fuzzy Sets and Systems, vol. 140, iss. 2. – 2003. – pp. 259-284.

## SUMMARY IN ENGLISH

The introduction of the monograph contains a rationale for the relevance of the topic, and a short historical background on epidemic processes, the formation of epidemiology as a science.

In the **first part**, the state of the problem of intelligent simulation modeling of population dynamics is analyzed, the basic principles of intelligent simulation modeling and its classification are considered, and existing methods of intelligent simulation of population dynamics systems are considered. Identified and analyzed their shortcomings, among which we can single out the fact that in the models it is assumed that all individuals are of the same type and continuously and evenly mix on the territory of the modeled high complexity of the models and the impossibility of their application in small populations (within a city or region).

The analysis of existing approaches in intelligent agent-based simulation is carried out, models and methods of intelligent agent-based simulation of population dynamics systems are considered, which are used to solve the problem of forecasting the epidemic process, the shortcomings of existing intelligent agent-based models of the epidemic process of population dynamics systems are revealed. Among the main disadvantages of the existing models are their high computational complexity, development for specific territories, fixed sampling steps and low forecast accuracy.

A class of epidemic processes in population dynamics is formalized, based on factors and characteristics that affect population dynamics. The class identified is characterized by the following characteristics: the cyclical nature of the epidemic process, irregular rises and falls in the incidence, seasonal and off-season periods. Thus, it was concluded that when studying the epidemic process, it is only interesting to predict an epidemic



outbreak, that is, the period “epidemic-recession”. This is due to the fact that the dynamics of the process can change the rules of spread after an outbreak as a result of the adopted anti-epidemic measures, as well as the natural extinction of the infected population.

**Part 2** is devoted to statistical methods for analyzing epidemic processes. In particular, methods of analyzing time series, sequences of numerical indicators ordered in time, characterizing the level of state and changes in the phenomenon under study, are considered. The characteristic of time series is given according to the form of representation of levels, according to the distance between dates or time intervals, according to the content of indicators, and the like. The concept of trend, smoothing, measurement errors, seasonality are considered.

The moving average method is described, which makes it possible to identify trends in the actual values of the parameter  $Y$  in time and predict future values of  $Y$ . The model obtained using the method can be effectively used in cases where a stable trend in dynamics is observed for the values of the predicted parameter. The main idea of the moving average method is to replace the actual levels of the investigated time series with their average values in order to absorb random fluctuations. Thus, as a result, a smoothed series of values of the parameter under study is obtained, which makes it possible to more clearly identify the main trend of its change.

Autoregressive integrated moving average (ARIMA) models are considered, which is a generalization of the autoregressive moving average model. These models are used when working with time series to better understand the data or to predict future points in the series. Typically, the model is referred to as ARIMA ( $p, d, q$ ), where  $p$ ,  $d$ , and  $q$  are non-negative integers characterizing the ordering of parts of the model (autoregressive, integrated, and moving average, respectively).

Special attention is paid to exponential smoothing. Forecasts made using exponential smoothing techniques are weighted averages of past observations, with the weights decreasing exponentially as the observation gets older. In other words, the more observations, the greater the relationship with weight. This framework quickly generates reliable forecasts and offers a wide range of time series, which is a significant advantage and is essential for healthcare applications.

The **third part** is devoted to the development of an intelligent multi-agent model of epidemic processes in population dynamics systems, and methods of intelligent interaction of agents with each other and with the environment.

Classic epidemic models do not take into account many factors, reduces the accuracy of simulation and the reliability of the dynamics of the epidemic process, is considered. Among these, one can single out: vertical transmission, vector transmission, population heterogeneity, age groups of the population, changing infectivity, heterogeneity of the surrounding world, acquired immunity, and the like.

Based on the formalized class of epidemic processes, a universal intelligent agent-based model of the dynamics of the spread of epidemic processes in population dynamics systems has been developed. The epidemiological model is based on the concept of the epidemic process by L.V. Gromashevsky, according to which the epidemic process exists with the continuous interaction of three main components – the source of infection, the transmission mechanism and the susceptible organism.

The problem of optimal decision-making of an agent is considered: how an agent can choose the best possible action at every step of time, using his knowledge of the world around him. A performance metric is usually defined by the user (the developer

of the agent) and reflects what the user expects from the agent in tasks.

A software implementation of the intelligent behavior of objects of a agent-based system using the NetLogo environment and the Prolog programming language has been developed. The proposed information technology for integrating declarative languages with the NetLogo agent-based simulation environment can be used for a wide range of tasks: expert systems, automation of technological processes using robotics, emergency response systems in emergency situations, socio-economic monitoring systems, and the like.

In the **fourth part**, the dependences in the dynamics of the behavior of systems of population dynamics, the maximum possible number of individuals of the population depending on the input data, and the relationship between the future and current states of the system are formalized.

A number of obstacles are considered when checking simulation models for accuracy and adequacy, as well as when involving experts from the field of the modeled system. These problems can be successfully solved by using models based on the use of fuzzy linguistic rules that allow one to take into account the uncertainties associated with variables, parameters, boundary conditions and initial states and simulate their evolution, adhering to the basic rules and patterns of system dynamics.

A linguistic fuzzy model has been developed, applied to the agent-based model described in part 3. The main idea of this approach is that the system dynamics is described by a set of rules that are applied iteratively. Each rule provides input and output in the form of fuzzy sets or fuzzy functions. From the empirical experience of a group of experts, it is possible to create a fuzzy membership function for each variable and / or parameter, as well

as linguistic rules governing the dynamics of the system. Thus, a fuzzy model consists of a set of rules and the corresponding inference of a state machine.

The developed model is investigated for randomness in the sense of Li-Yorke. Received further development of intelligent analysis of population dynamics, based on fuzzy recurrent models, allows you to assess the possibility of the emergence of chaotic dynamics modeled. It is determined that the minimum number of rules in the intelligent model of the first-order Takagi-Sugeno population dynamics system for generating chaos is two.

All models and methods described in this monograph can be used to solve applied problems of epidemiology. Due to the analysis and formalization of epidemic processes as objects of population dynamics, the use of mathematical methods for their modeling is greatly simplified. All described approaches are highly accurate and adequate, but they are applied for various tasks. In particular, the statistical methods described in part 2 should be applied to predict morbidity dynamics, identified trends, seasonality, and the like. The agent-based approach and methods of interaction of objects of agent-based systems, described in part 3, are used to identify factors influencing the epidemic process, and allow experiments to be carried out to determine the degree of their information content. The methods of intellectual interaction, described in chapters 10-11, and fuzzy logic, described in part 4, can significantly increase the degree of adequacy of models of population dynamics, and bring the behavior of the model objects closer to the real behavior of people in society. This makes it possible to more realistically simulate the dynamics of epidemic processes.

Д.І. Чумаченко, Т.О. Чумаченко

**Математичні моделі та методи прогнозування  
епідемічних процесів**

монографія

ТОВ «Планета-Прінт» 61002, м. Харків, вул. Багалія, 16  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:  
серія ДК № 4568 від 17.06.2013 р.

Підп. до друку 20.09.2020 р. Формат 60x84 1/16. Папір офсетний.  
Ум. друк. арк. 7,66 Наклад 500 прим. Зам. № 20/092020  
Друк ФОП Заночкин Д. Л., м. Харків, вул. Плеханівська, 16

**Чумаченко Дмитро Ігорович** – кандидат технічних наук за спеціальністю «Системи та засоби штучного інтелекту», доцент, доцент кафедри математичного моделювання та штучного інтелекту Національного аерокосмічного університету ім. М. Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут». Сфера наукових інтересів охоплює дослідження, присвячені розробці математичних методів та імітаційних моделей динаміки епідемічних процесів. Високі результати досліджень підтверджені численними публікаціями, зокрема в журналах, що індексуються в наукометричній базі Scopus, участю у провідних світових конференціях як зі штучного інтелекту, так і з епідеміології, зокрема у США, Китаї, Бельгії, Греції, Австрії та високою цитованістю наукових праць. Моделі та засновані на них програмні продукти впроваджені в діяльність Центру громадського здоров'я МОЗУ, Лабораторних центрів Харківської області, м. Харкова та м. Дніпро, низку лікувально-профілактичних закладів.

**Чумаченко Тетяна Олександрівна** – доктор медичних наук, професор, завідувачка кафедри епідеміології Харківського національного медичного університету. Працює у напрямку забезпечення біобезпеки країни, розробляє та науково обґрунтовує найбільш ефективні та економічно виправдані профілактичні та протиепідемічні заходи, системи епідеміологічного нагляду інфекційних хвороб, застосовуючи нові методи, в тому числі методи моделювання епідемічних процесів та інформаційні технології. Автор понад 400 наукових праць, серед яких монографії, навчальні посібники і підручники, патенти на корисні моделі і винахід, публікації в виданнях, що індексуються в наукометричних базах Scopus та Web of Science, та фахових журналах України. Результати наукової роботи були представлені на численних міжнародних конференціях у США, Швеції, Бельгії, Греції, Австрії, Польщі, Казахстані тощо та впроваджені в практику охорони здоров'я України.