УДК 658.512.6

В.А. ПОПОВ, О.В. ПАНЧЕНКО

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

СТРУКТУРИЗАЦИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДЕЛИ ЗАДАЧИ О НАЗНАЧЕНИИ НА ОСНОВЕ ДВУДОЛЬНЫХ ГРАФОВ

Разработан алгоритм структуризации предприятия и оптимального распределения ресурсов. Предлагается использовать модель задачи о назначении для отображения множества производственных работ во множество исполнителей. Применение неравномощных частей такого графа позволяет сформулировать новый класс задач комбинаторного характера, который можно привести к традиционной задаче выбора лучшей альтернативы. Рассмотрены постановки задач с неравномощными долями двудольного графа, дана их интерпретация для оптимального согласования множества заданных работ и множества ресурсов с учетом требований и ограничений. Приведен пример практической реализации алгоритма для производственного предприятия.

Ключевые слова: *двудольные графы, теория множеств, теория комбинаторики, задача о назначении, выбор наилучших альтернатив, критерий эффективности, структуризация предприятия.*

Введение

Анализ литературы показал, что существует множество методик для системного представления предприятия: построение системы в виде n – уровневой иерархии [1]; моделирование организационной структуры как многоаспектной системы с вложенными подсистемами и отношениями между ними [2]; методология проектирования информационной системы организации на основе теории гиперкомплексных динамических систем [3]; представление подсистем предприятия в виде функциональной и обеспечивающей частей с помощью функционально-структурного анализа [4] и стратифицированное представление частей предприятия [5]. Однако в этих методиках делается акцент на детализацию отдельных частей и не рассматривается существующая между ними взаимосвязь.

Однако для выявления внешних и внутренних факторов, влияющих на успешное функционирование всей системы, важно показать, каким образом происходит взаимодействие между его составными элементами. Поэтому предлагается использовать способ структуризации предприятия, предложенный в [4, 5]. Такой подход является целесообразным, так как он имеет широкую сферу применения и позволяет формально представить предметную область исследования.

Понятие «структуризация» предполагает декомпозицию предприятия на составные части и их иерархическое представление.

Любое производственное предприятие рассматривается как система, которую можно изобразить в виде трех взаимосвязанных частей: управляющей, управляемой и информационной, каждая из которых имеет функциональную и ресурсную составляющие [4]. Функциональная составляющая представляет функции, процессы и работы, которые должны быть выполнены, а ресурсная − персонал, машинные и компьютерные ресурсы, реализующие заданные функции.

Декомпозицию можно представить в виде иерархической структуры [5, 6], позволяющей описать взаимосвязь между отдельными элементами иерархии управления и производства, а также между частями системы в целом. Поэтому возникает задача о назначении. Для интерпретации такой задачи наилучшим образом подходит теория двудольных графов, так как она позволяет представить одновременно как функции, так и ресурсы.

Методы решения классической задачи о назначении рассмотрены в различных источниках [7 − 13], но у всех имеется стандартная постановка, связанная с равномощными долями двудольного графа и использованием правила «одна работа представляется на одного исполнителя». Таким образом, задача представляется только в виде взаимооднозначных отображений используемых ресурсов в функции, и параллельное выполнение работ не рассматривается.

Существует взаимосвязь между общей теорией графов и двудольными графами, согласно которой с помощью метода расщепления вершин граф можно преобразовать в двудольный, если множество его вершин разбивается на два подмножества и концы каждого ребра принадлежат разным долям соответственно [14]. Исходный граф может быть как ориентированный, так и неориентированный, однако следует помнить, что в двудольном графе вершины одной доли не могут быть смежными. Более того, плоский граф преобразуется в двудольный, когда он содержит не более четырех вершин.

Особенности двудольного графа можно сформулировать, используя планарные, полные, неполные, ориентированные, неориентированные, связные и несвязные графы [15].

При рациональном распределении функций между ресурсами возможно, что работы необходимо выполнить в сжатые сроки и / или только часть ресурсов может реализовывать требуемые функции. Поэтому работы реализуются параллельно или последовательно [7], что часто приводит к задачам из теории планирования и составления расписаний. На практике не всегда возможно применить параллельное или последовательное выполнение работ, поэтому приходится использовать комбинированный вариант.

В проанализированной литературе для решения задачи рассматриваются методы (венгерский алгоритм [12], паросочетания в простейшем случае задачи [9], алгоритм Хопкрофта-Карпа [11], генетический алгоритм [10], полный перебор, методы теории принятия решений и другие математические методы), которые направлены на решение стандартной задачи о назначении. Для решения нестандартных задач предлагается сначала привести их к стандартному виду, а затем использовать комбинацию вышеописанных методов.

1. Постановка задачи

Традиционная постановка в задаче о назначении является основной для решения задач такого типа с помощью комбинации строгих математических и эвристических методов.

Однако в практических приложениях возникает необходимость учета ограничений, допущений и условий, которые относятся, прежде всего, к соотношению мощностей долей графа видам отображений (полные, неполные, взаимо-, одно- и многозначные) и описанию с помощью этих отображений новых постановок и интерпретаций задачи о назначении.

При анализе новых постановок очень важно учитывать принципы и цели, которые ставятся на конкретном предприятии. При максимизации прибыли не важно, какими средствами будет достигнута цель. Но когда учитываются и другие значимые факторы (к примеру, наличие социальных условий, экспериментальное производство, научно-исследовательские разработки), то прибыль не всегда является главной целью функционирования предприятия. При таких условиях важно распределить функции между всеми исполнителями, то есть назначить работы для всех сотрудников. Бывают и такие ситуации, когда все функции распределены и задействован весь персонал, а руководство определяет мероприятия по улучшению некоторых показатели для успешной деятельности предприятия. Расширение перечня выполняемых функций или отсутствие исполнителей необходимого уровня компетенции предполагает изменение или дополнение иерархии и структуры.

В любой постановке назначаются критерии (скалярные, векторные) и ограничения. Ограничения могут быть финансовыми (материальные средства на реализацию функций, на покупку оборудования, зарплата работников), временными (сроки реализации проектов) или материальными (заданное количество оборудования и / или рабочих). Критериями могут выступать надежность, риски, полезность выполнения работ, денежные и временные затраты, оценки качества выполнения работ и объемы производства продукции и др. [4, 5].

Под функциями могут подразумеваться функции различных уровней [6]: функциональные области, процессы, действия или процедуры (рис. 1). Каждая функция требует для своего выполнения определенных ресурсов, которые могут быть материальными, человеческими, компьютерными, техническими (станки, машины и механизмы) и временными (сроки выполнения работ). Будем считать, что функции представляются в виде функций нижнего уровня (процессы, действия и процедуры), а ресурсы представлены в виде человеческих, компьютерных или технических.

Следует учитывать, что математическая модель для классической постановки задачи несправедлива

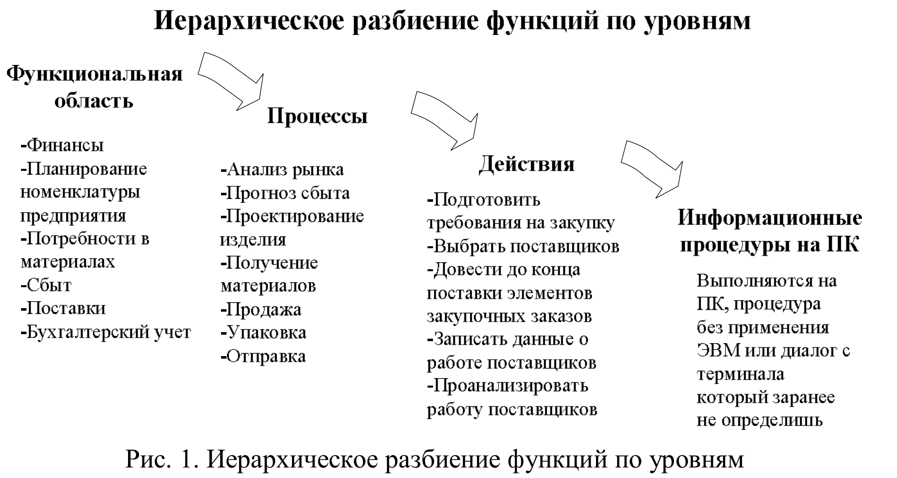

Рис. 1. Иерархическое разбиение функций по уровням

для смешанного отображения (комбинированный вариант последовательного и параллельного выполнения работ).

Таким образом, предлагается способ декомпозиции предприятия на несколько частей, взаимосвязь между которыми описывается с помощью двудольных графов. Такое представление порождает множество нестандартных задач о назначении, сводящихся к выбору наилучших альтернатив.

2. Структуризация предприятия для оптимального распределения ресурсов

Предлагается алгоритм структуризации предприятия для оптимального распределения ресурсов с учетом заданных функций (рис. 2).

Для того чтобы структурировать любое предприятие, необходимо представить его в виде трех взаимосвязанных частей (рис. 3): организационная часть − управленческая система (УС), производственная часть − объект управления (ОУ) и информационная часть − информационно-управляющая система (ИУС).

Управленческая система включает в себя две составные части − структуру и организацию. Под структурой понимается форма упорядоченности элементов системы, совокупность взаимосвязанных звеньев, образующих систему практически и независимо от ее элементов и целей, в то время как организация элементов системы внутри и вне ее непосредственно зависит от реализуемых целей и свойств самих элементов. Структура при этом отражает внутреннюю форму организации системы.

Под объектом производства понимается состав подразделений, входящих в данное производственное звено, а также характер их взаимосвязи. Применительно к объединению под производственной структурой следует понимать состав входящих в него предприятий и организаций. Применительно к предприятию − это состав его цехов и служб. К цеху − состав участков.

Информационная часть дополняет каждую из вышеупомянутых частей и является необходимой составляющей на предприятии.

Опишем составляющие элементы каждой из частей. Объект управления

$$ОУ = \{f, r\},$$

где $f = \{f_1, ..., f_L\}$ – функциональная часть ОУ (процессы производственного характера),

$r = \{r_1, ..., r_m\}$ – обеспечивающая часть ОУ, представляющая совокупность ресурсных элементов для реализации процессов производственного характера.

Управленческая система

$$УС = \{F, R\},$$

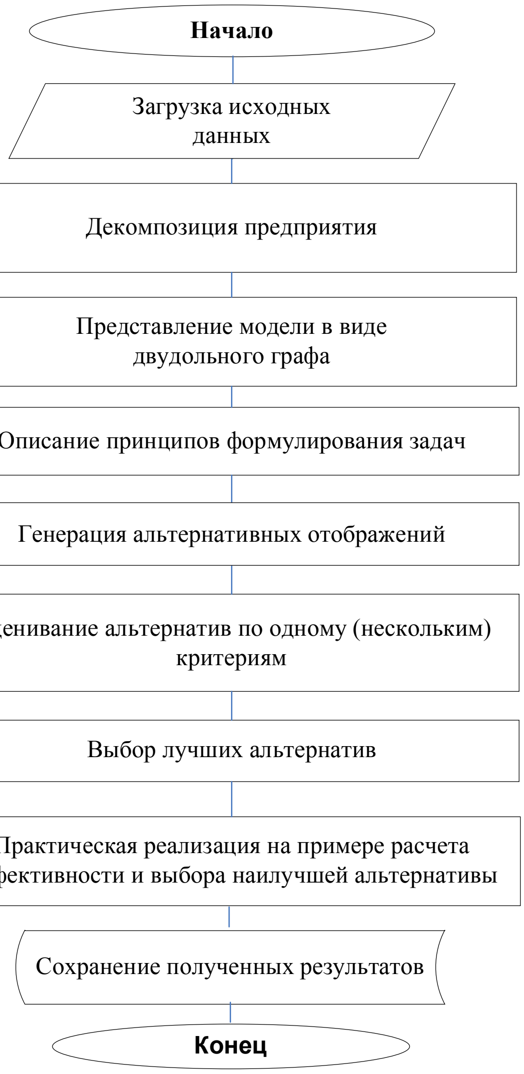

Рис. 2. Алгоритм структуризации предприятия и оптимального распределения ресурсов для заданных функций

где $F = \{F_1, ..., F_i\}$ – функциональная часть УС (процессы организационного характера),

$R = \{R_1, ..., R_j\}$ – обеспечивающая часть УС, представляющая совокупность ресурсов, связанных с выполнением процессов организационного характера.

Аналогично можно записать функциональную и обеспечивающую части для ИУС предприятия:

$$ИУС = \{\Psi, \Omega\},$$

где $\Psi = \{\Psi_1, ..., \Psi_k\}$ – функциональная часть ИУС (процессы организационного характера),

$\Omega = \{\Omega_1, ..., \Omega_p\}$ – обеспечивающая часть ИУС, представляющая совокупность ресурсных элементов для реализации элементов информационной части.

Для указанных частей можно провести дальнейшую декомпозицию в зависимости от характера функций и ресурсов.

Объект управления

$$f = (f^*, f^{**}),$$

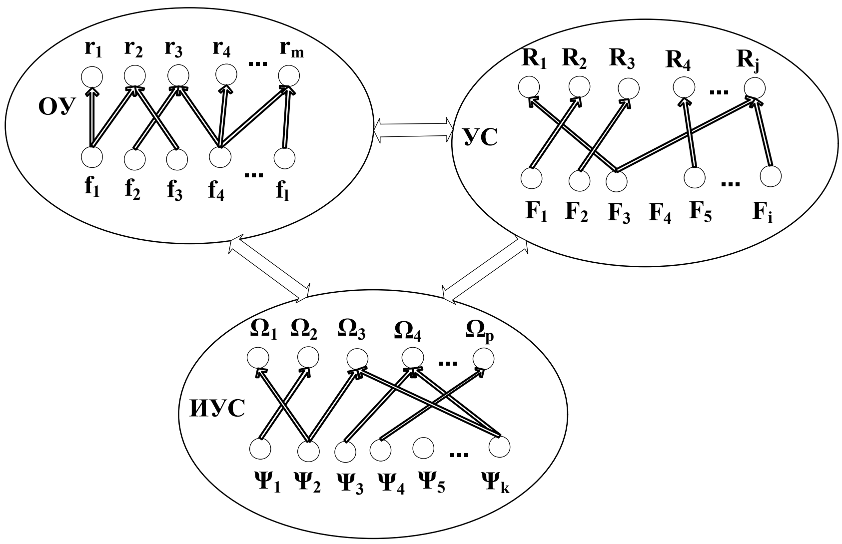

Рис. 3. Системное представление предприятия в виде трех взаимосвязанных частей

где $f^* = \{f_l^*, ..., f_L^*\}$ − функции ОУ, которые могут выполняться только человеческими ресурсами,

$f^{**} = \{f_l^{**}, ..., f_L^{**}\}$ − функции ОУ, которые могут быть реализованы с помощью современной техники, компьютеров и механизмов,

$$r = (r^*, r^{**}),$$

где $r^* = \{r_1^*, ..., r_m^*\}$ − исполнители ОУ, которые представляют только человеческие ресурсы,

$r^{**} = \{r_1^{**}, ..., r_m^{**}\}$ − исполнители ОУ, которые представляют организационную технику или промышленные контроллеры и компьютеры.

Управленческая система

$$F = (F^*, F^{**}),$$

где $F^* = \{F_1^*, ..., F_i^*\}$ − функции УС, которые могут выполняться только с помощью человеческих ресурсов,

$F^{**} = \{F_1^{**}, ..., F_i^{**}\}$ − функции УС, включая рутинные процедуры работы с информацией, которые могут быть реализованы с помощью современной компьютерной техники,

$$R = (R^*, R^{**}),$$

где $R^* = \{R_1^*, ..., R_j^*\}$ − исполнители УС, которые представляют собой человеческие ресурсы,

$R^{**} = \{R_1^{**}, ..., R_j^{**}\}$ − исполнители УС, которые связаны с организационной структурой и компьютерной техникой.

Информационная часть

$$\Psi = \{\Psi^*, \Psi^{**}\},$$

где $\Psi^* = \{\Psi_1^*, ..., \Psi_k^*\}$ − функции ИУС, которые могут выполняться только с помощью человеческих ресурсов,

$\Psi^{**} = \{\Psi_1^{**}, ..., \Psi_k^{**}\}$ − функции ИУС, включая рутинные процедуры работы с информацией, которые могут быть реализованы с помощью современной компьютерной техники,

$$\Omega = \{\Omega^*, \Omega^{**}\},$$

где $\Omega^* = \{\Omega_1^*, ..., \Omega_p^*\}$ − исполнители ИУС, которые представляют только человеческие ресурсы,

$\Omega^{**} = \{\Omega_1^{**}, ..., \Omega_p^{**}\}$ − исполнители ИУС, которые связаны с организационной структурой и компьютерной техникой.

В соответствии с функционально – стоимостным анализом [4] каждой функции $f_i \in f$ соответствует некоторая ресурсная часть $r_i \in r$, каждой функции $F_i \in F$ соответствует некоторая ресурсная часть $R_i \in R$, каждой функции $\Psi_i \in \Psi$ соответствует некоторая ресурсная часть $\Omega_i \in \Omega$.

Для решения задачи о назначении в такой системе необходимо изучить основные особенности двудольного графа, позволяющего наглядно представить назначение функций за ресурсами.

Можно выделить следующие основные особенности теории двудольных графов.

1. Неориентированный граф $G = (W, E)$, в котором W − конечное множество вершин и E − конечное множество ребер, называется двудольным, если множество его вершин можно разбить на две части: $U \cup V = W$, где $|U| > 0$, $|V| > 0$, так, что ни одна вершина в U не соединена с другими вершинами в U и ни одна вершина в V не соединена с другими вершинами в V (рис. 4). Множества U и V называются долями двудольного графа [9].

$$W = U \cup V,\ U \cap V = \varnothing; \qquad \forall e \in E, e = \{u, v\}, u \in U,\ v \in V. \tag{1}$$

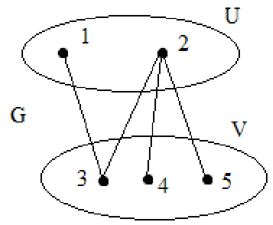

Рис. 4. Двудольный граф G= (U, V, E)

2. Двудольный граф $G= (U, V, E)$ называется полным, если для каждой пары вершин $u \in U, v \in V$ существует ребро $(u, v) \in E$ [16]. Обозначим $|U| = m$, $|V| = n$, и тогда такой граф называется $G_{m,n}$ (рис. 5).

3. Теорема Кёнига (критерий двудольности графа). Граф является двудольным тогда и только тогда, когда он не содержит циклов нечетной длины и его хроматическое число равняется двум [8, 16].

4. Граф разбивается на пары вершин тогда и

только тогда, когда любые k элементов одной из долей связаны, по крайней мере, с k элементами другой (Теорема Холла) [16].

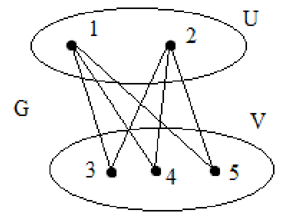

Рис. 5. Полный двудольный граф $G_{m,n}$

5. Двудольный граф, у которого в каждой части больше двух вершин, является непланарным [16].

6. Паросочетание – это множество рёбер M двудольного графа G = <W, E> такое, что никакие два ребра из M не инцидентны одной вершине [8]:

$$\forall e_i, e_j \in M \Leftrightarrow e_i = e_j \vee (e_i \cap e_j = \varnothing), \qquad (2)$$

7. Паросочетание, покрывающее все вершины графа, называется максимальным совершенным паросочетанием [8] (рис. 6).

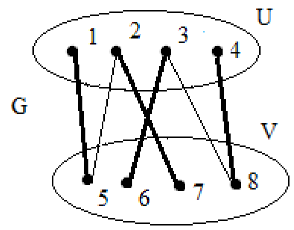

Рис. 6. Максимальное совершенное паросочетание

8. Вершинным покрытием графа называется такое подмножество вершин $R \in V$, что каждое ребро графа $e \in E$ инцидентно, по крайней мере, одной вершине из R [8] (рис. 7).

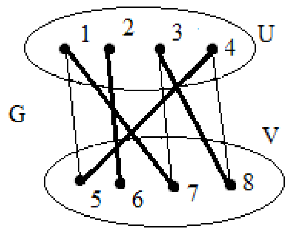

Рис. 7. Вершинное покрытие в графе

9. Для любых паросочетания M и вершинного покрытия R, имеет место неравенство $|M| \le |R|$. То есть для любого двудольного графа G число вершин в наименьшем вершинном покрытии равно числу ребер в наибольшем паросочетании [9, 12].

Минимальное вершинное покрытие и максимальное независимое множество вершин можно найти с помощью алгоритма Хопкрофта – Карпа за время $O((m + n)\, n)$ [12].

Паросочетания в двудольном графе довольно важны, так как задача о назначении сводится к нахождению максимального паросочетания или минимального вершинного покрытия, что надо находить зависит от того, какие ставятся цели. К примеру, если необходимо занять всех исполнителей, то будем находить максимальное совершенное паросочетание, а если некоторые исполнители могут быть неактивными, то следует находить минимальное вершинное покрытие.

3. Формирование модели для решения задачи о назначении

Чтобы сформулировать постановки задачи о назначении, опишем для начала ее классический вариант. Пусть имеется множество ресурсов $N = \{1, \ldots, n\}$ и множество функций $M = \{1, \ldots, m\}$, которые требуют выполнения с помощью того или иного ресурса. Необходимо с учетом заданных условий закрепить все функции за определенными ресурсами. Пусть при этом каждая работа выполняется одним из ресурсов, каждый работник назначается на одну функцию.

В общем виде, задачу о назначении можно представить в виде двудольного графа, в котором одна доля представляет функции, а вторая – имеющиеся ресурсы (рис. 8).

Такое отображение является взаимооднозначным, и в зависимости от количества элементов слева и справа для него существует несколько вариантов: $m = n$, $m > n$ и $m < n$.

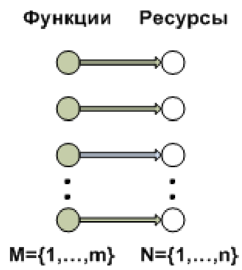

Рис.8. Задача о назначении в классической постановке

Если m = n, все исполнители назначаются на работы. Такой случай редко встречается на практике, так как крайне редки случаи идеального совпадения возможностей ресурсов и потребностей функций.

Решением данной задачи является полный перебор всех элементов слева и справа. Можно назначить весовые коэффициенты, ввести векторные или числовые критерии, по которым будет осуществляться перебор. В конце вычисляется эффект от суммы левого и правого элемента, выбираются наилучшие комбинации. Число возможных вариантов перебора равно (m!).

При m > n количество функций превышает количество ресурсов. Поэтому выбираются те функции (L), которые требуют немедленного выполнения и могут быть выполнены имеющимися ресурсами. Остальные функции ждут своего выполнения или остаются невыполненными. Когда m < n, некоторые ресурсы являются неактивными, а выбранные исполнители выполняют все имеющиеся функции.

Пусть a = min (m, n) и b = max (m, n). Тогда при m ≠ n число возможных решений равно

$$(\min(m,n))! \cdot C_a^b .$$

При описании новых постановок исходной задачи необходимо учитывать, что в двудольном графе возможно 3 типа отображений (взаимо-, одно- и многозначные отображения) и, соответственно, разные способы их интерпретации (работы могут выполняться параллельно, последовательно или одновременно как параллельно, так и последовательно).

Для **однозначных и многозначных отображений** можно выделить большое разнообразие постановок задач, в которых ресурсы используются для параллельных, последовательных или смешанных (с комбинацией обоих вариантов) работ.

При **параллельном выполнении** работы могут реализовываться с помощью одного (рис. 9а) или нескольких ресурсов (работников, механизмов). На рис. 9б приведен пример, когда два работника за один и тот же период времени параллельно реализуют закрепленные за ними функции.

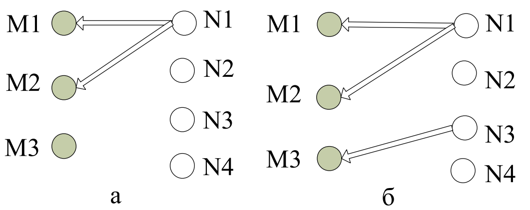

Рис. 9. Параллельное выполнение

Но некоторые работники могут быть неактивны в виду ряда обстоятельств, а машинное оборудование может быть нерабочим, нуждаться в ремонте или данного вида оборудования не хватает в компании. Поэтому приходится использовать только трудоспособные ресурсы. Такая реализация функций используется в тех случаях, когда необходимо срочно выполнить заказ, и из-за нехватки времени нет возможности искать других исполнителей, которые могли лучше реализовать возложенные функции.

Количество возможных вариантов в этой постановке равно количеству имеющихся m-функций. В зависимости от количества элементов слева и справа возможны три случая анализа и интерпретации постановок при параллельной реализации: количество функций m равно количеству ресурсов n (m = n), количество функций больше, чем количество ресурсов (m > n) и количество функций меньше, чем количество ресурсов (m < n).

При **последовательном выполнении** работы выполняются исполнителями в заданной последовательности. Необходимо учитывать, что функции могут выполняться в разных последовательностях (рис. 10, а и 10, б), поэтому количество постановок зависит от количества элементов слева и справа.

Иногда функции требуют использования поочередно нескольких ресурсов. К примеру, функция M2 сначала должна быть выполнена с помощью ресурса N1, а потом эту же функцию выполняет ресурс N3, так как N1 не в состоянии реализовать данную функцию до конца. После того как N3 выполнит M2, ресурс N1 должен приступить к выполнению M1 (рис. 10, в). Это типовой пример задачи из теории расписаний, так как не всегда возможно выполнение нескольких функций одновременно (параллельно). На рисунках связь между функциями и ресурсами является однонаправленной, и над каждой связью цифрами обозначены последовательности выполнения работ, а буквами – те исполнители, которые их выполняют.

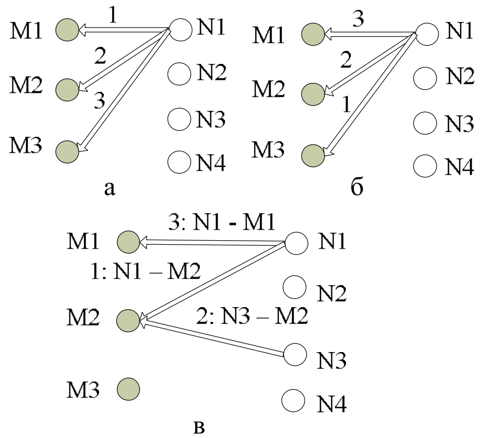

Рис. 10. Последовательное выполнение

Для экономии времени и средств на практике совмещают параллельную и последовательную реализацию функций. К примеру, функцию M2 сначала должен выполнить ресурс N3, а потом эту же функцию выполняет ресурс N1, так как N3 не в состоянии реализовать данную функцию до конца. После того как N1 выполнит M2, функции M1, M3, M4 выполняются параллельно ресурсами N1, N3, N4 соответственно (рис. 11).

В таких смешанных постановках с учетом поставленных критериев и ограничений перебираются все варианты n на m, из которых не учитываются дорогостоящие и невыгодные варианты и, соответственно, отыскивается множество тех вариантов, которые помогут рациональнее решить описанную задачу.

В целях упрощения задачи для формулирования смешанных постановок рекомендуется применять каталог отображений для двух, трех вершин слева и справа, а также каталог в общем виде для любого количества вершин.

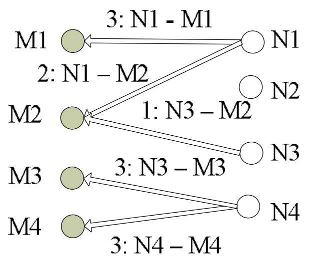

Рис. 11. Смешанное выполнение (параллельное и последовательное)

В работе предлагается приводить все смешанные постановки к задачам на графах с взаимооднозначными отображениями, и тогда для них будут справедливы все вышеупомянутые методы решения традиционной задачи о назначении.

В классической постановке ищется матрица X размера $N \times N$, состоящая из нулей и единиц. Если на месте [i, j] стоит единица, то i-й ресурс выполняет j-ю работу, причем в этой постановке i = j, то есть один ресурс за определенное время может выполнять только одну работу. Матрицы C_{ij}^k задают требуемые критерии оптимизации. Например, коэффициенты C_{ij}^1 могут означать затраты времени на выполнение i-м работником всех работ, C_{ij}^2 − оценку качества выполнения i-м работником всех работ. Направлением оптимизации критериев может являться как минимум, так и максимум:

$$F_k(X) = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} C_{ij}^k X_{ij} \to \min(\max), k = 1,...,K; \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^{N} X_{ij} = 1, \sum_{j=1}^{N} X_{ij} = 1, \ X_{ij} \in \{0,1\}, i, j = 1,..., N.$$

Для решения задачи в нестандартной постановке можно применить простой метод, заключающийся в генерации всех возможных альтернатив и переборе с учетом векторной или скалярной оценки каждого варианта. Это дает возможность найти наилучшую альтернативу. При этом можно применить различные методы теории принятия решений (метод анализа иерархий, ELECTRE, метод экспертных оценок и др.).

Описанная модель не справедлива для смешанного отображения из-за отсутствия условия, характерного для классической задачи (один исполнитель выполняет только одну функцию). Поэтому для локальных отображений, рассматривающихся слева направо, необходимо в определенной шкале назначить критерии и ограничения. После этого их оценивают отдельно, и полученные оценки приводят к общей форме для полного отображения. Это значит, что смешанное отображение необходимо оценить в целом и получить аддитивную оценку полезности.

4. Практическая реализация алгоритма

Рассмотрим пример расчета для сравнения и выбора лучшего варианта в производственной системе швейной фабрики.

Пусть имеется множество функций M = {a, b, c}, где a − заказ на пошив 25 шуб, b − заказ на пошив 5 джинсовых сарафанов, c − заказ на пошив 10 зимних курточек и множество ресурсов N = {1, 2, 3, 4}, где 1 − швея 3-го разряда, опыт работы − 3 года, 2 − швея 4-го разряда, опыт работы − 4,5 лет, 3 − швея 5-го разряда, опыт работы − 1 год, 4 − швея 3-го разряда, опыт работы – 0,5 года (рис. 12). Связь между функциями и ресурсами двунаправленная по аналогии с ребрами в теории двудольных графов. Над каждой линией связи цифрами или направленными стрелками обозначается последовательность выполнения работ.

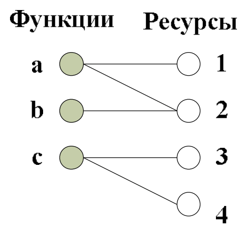

Рис. 12. Исходные данные для задачи о назначении

Выберем два параметра, по которым будем сравнивать имеющиеся альтернативы: временные затраты $K_{вр}$ и требуемые материальные ресурсы для выполнения всех функций $K_м$.

Необходимо проанализировать все возможные варианты отображений функций в имеющиеся ресурсы и с учетом рассчитанных значений эффективности для каждого варианта отображений выбрать наиболее рациональный способ реализации функций исполнителями. Наилучшим вариантом считается тот, для реализации которого необходимо затратить наименьшее количество времени и материальных затрат, другими словами суммарный коэффициент $K_с = K_{вр} + K_м$ должен быть наименьшим среди всех вариантов. Оценки назначаются в заданных единицах измерений, а затем переводятся в баллы.

Назначение зарплат работникам представлено в табл. 1 (у всех работников имеются контракты с предприятием, поэтому зарплату считаем договорной, вне зависимости от вида изготовляемой продукции).

При последовательном выполнении работ каждый работник выполняет установленную часть заказа, а при параллельном выполнении – определенные работы по заказу. Определение времени для выполнения заказов показано в табл. 2.

Таблица 1

Назначение зарплат работникам

Вариант выполнения работ	Исполнители	Зарплата, грн
Последовательное	1 работник	3000
	2 работник	3500
	3 работник	4000
	4 работник	2700
Параллельное	1 работник	2400
	2 работник	2900
	3 работник	3400
	4 работник	2100

Таблица 2

Определение времени для выполнения заказов

Вариант выполнения	Функции	Исполнители	Время выполнения
Последовательное	1 заказ	1 работник	14 часов
		2 работник	12 часов
		3 работник	10 часов
		4 работник	17 часов
Параллельное	1 заказ	1 работник	12 часов
		2 работник	13 часов
		3 работник	11 часов
		4 работник	14 часов

В примере условимся, что если заказы 1 и 3 выполняются разными работниками, то их реализация происходит параллельно между собой во времени. Тогда при расчете временных параметров 1-ого и 3-его заказов необходимо выбирать наибольшее из значений времени для их выполнения.

При анализе имеющихся альтернатив вариантов отображений с учетом выбранных параметров им были назначены оценки в баллах, после чего все варианты нужно было сравнить между собой.

По результатам расчета наилучшими вариантами являются два варианта с оценками в 3 балла, где работы выполнялись параллельно, и, соответственно, временные и материальные затраты являлись минимальными (рис. 13).

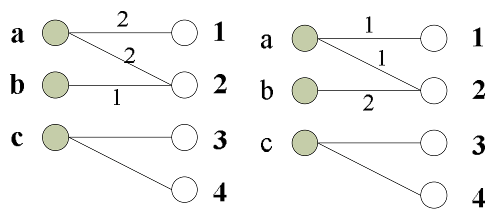

Рис. 13. Наилучшие варианты реализации функций (3 балла)

Наихудшими вариантами являются 8 вариантов, набравшие 7 баллов, где работы выполнялись последовательно, а потому исполнители потратили больше времени и ресурсов. Некоторые такие варианты представлены на рис. 14. Нейтральными вариантами являются 12 вариантов, получившие в ходе анализа 4 и 5 баллов, где работы выполнялись как последовательно, так и параллельно. Некоторые такие варианты представлены на рис. 15.

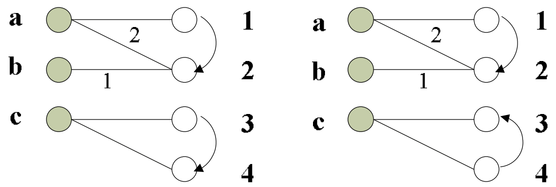

Рис. 14. Наихудшие варианты реализации функций (7 баллов)

Таким образом, при анализе возможных вариантов реализации заказов в производственной системе может быть несколько наилучших альтернатив, однако очевидно, что параллельное выполнение работ является более рациональным, так как требует наименьших временных и материальных затрат.

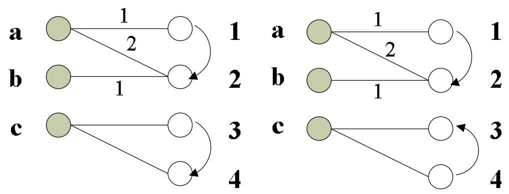

Рис. 15. Нейтральные варианты реализации функций (5 баллов)

Заключение

Предложенный способ структуризации с использованием двудольных графов позволяет представить предприятие в виде трех взаимосвязанных частей, каждая из которых имеет функциональную и ресурсную составляющие. Показано многообразие постановок задач о назначении, возникающих на разных уровнях детализации предприятия. Сформулированы и описаны нестандартные задачи с учетом различных критериев и ограничений.

Приведенный пример практической задачи на графе является подтверждением того, что рациональное закрепление функций за ресурсами является важной задачей. Все множество постановок задач может быть сведено к задаче выбора наилучших альтернатив из ряда возможных путем генерации возможных вариантов решений на основе двудольного графа с учетом задаваемых критериев оценки отображений.

Литература

1. Воронин, А.Н. Технология многокритериальной оценки иерархических структур для оценивания сценариев развития космической отрасли Украины [Текст] / А.Н. Воронин, Л.Н. Колос // Проблемы управления и информатики. – 2009. – №6. – С. 104 – 113.

2. Анисимов, П.А. Организационные системы и модели знаний [Текст] / П.А. Анисимов, О.В. Поздеева // Проблемы управления. – 2004. – № 2. – С. 9 – 13.

3. Васенов, А.В. Методология проектирования информационной системы организации [Текст] / А.В. Васенов // Информационные технологии в проектировании и производстве. – 2003. – № 3. – С. 45 – 50.

4. Системный анализ в экономике и организации производства [Текст]: учеб. / Под ред. А.С. Валуева, В.Н. Волкова, А.П. Градова и др. – Л.: Политехника, 1991. – 398 с.

5. Месарович, М. Теория иерархических многоуровневых систем [Текст] / М. Месарович, Д. Мако, И. Такахара. – М.: Мир, 1973. – 344 с.

6. Мартин, Дж. Планирование развития автоматизированных систем [Текст] / Дж. Мартин. – М.: Финансы и статистика, 1984. – 196 с.

7. Варакин, А.С. Решение задачи о назначении работ на процессоры двухуровневой системы [Текст] / А.С. Варакин, А.М. Данильченко, А.В. Панишев // Кибернетика. – 1988. – №2. – С. 59 – 61.

8. Ерзин, А.И. Введение в исследование операций [Текст]: учеб. пособие / А.И. Ерзин. – Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т, 2006. – 100 с.

9. Иванов, Б.Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы: учеб. пособие [Текст] Б.Н. Иванов. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2003. – 288 с.

10. Каширина, И.Л. Генетический алгоритм решения многокритериальной задачи о назначениях [Текст] / И. Л. Каширина, Б.А. Семенов // Информационные технологии. – 2007. – № 5. – С. 62 – 68.

11. Структуры и алгоритмы обработки данных [Электронный ресурс]: лекции в эл. виде /П.Г. Колинько. – Режим доступа к ресурсу: http://uploads.7bit.net.ru/2010-10/1285936816-SD4-3.pdf. – 3. 10. 2011.

12. Алгоритмы: построение и анализ [Текст] / Т.Х. Кормен, Ч.И. Лейзерсон, Р.Л. Ривест, К. Штайн. – М.: Вильямс, 2005. – Ч. VI. Алгоритмы для работы с графами. – С. 607 – 794.

13. Ларин, Р.М. Двухуровневая задача о назначениях [Текст] / Р.М. Ларин, А.В. Пяткин // Дискретный анализ и исследование операций. Серия 2. – 2001. – Т. 8, № 2. – С. 42 – 51.

14. Черепов, О.Ф. Преобразование графа в двудольный расщеплением вершин (краткие сообщения) [Текст] / О.Ф. Черепов // Кибернетика. – 1975. – № 3. – С. 142 – 143.

15. Акимов, О.Е. Дискретная математика: логика, группы, графы [Текст] / О. Е. Акимов. – М: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. – 352 с.

16. Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов [Текст] / Ф.А. Новиков. − СПб: Питер, 2000. – 304 с.

Поступила в редакцию 12.01.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф., зав. каф. стратегического управления И.В. Кононенко, НТУ "ХПИ", Харьков.

СТРУКТУРИЗАЦІЯ ПІДПРИЄМСТВА З ВИКОРИСТАННЯМ МОДЕЛІ ЗАДАЧІ ПРО ПРИЗНАЧЕННЯ НА ОСНОВІ ДВУДОЛЬНИХ ГРАФІВ

В.О. Попов, О.В. Панченко

Розроблений алгоритм структуризації підприємства та оптимального розподілу ресурсів. Пропонується використовувати модель задачі про призначення для відображення множини виробничих робіт у множину виконавців. Використання нерівнопотужних частин такого графа дозволяє сформулювати новий клас задач комбінаторного характеру, який можливо привести до традиційної задачі вибору найкращої альтернативи. Розглянуто постановки задач із нерівнопотужними долями графа, дана їх інтерпретація для оптимального узгодження множин заданих робіт та множин ресурсів із урахуванням вимог та обмежень. Приведений приклад практичної реалізації алгоритму для виробничого підприємства.

Ключові слова: дводольні графи, теорія множин, теорія комбінаторики, задача про призначення, вибір найкращих альтернатив, критерій ефективності, структуризація підприємства.

THE ENTERPRISE STRUCTURING WITH USING OF THE ASSIGNMENT PROBLEM MODELS ON THE BASIS OF BIPARTITE GRAPHS

V.A. Popov, O.V. Panchenko

The algorithm of enterprise structuring and optimal distributing of resources is suggested. It's suggested to use the assignment problem model for mapping of production works' set into executors' set. The unequal bipartite graph using allows stating a new class of tasks of combinative nature, which is possible to lead to classical task of the best alternative selection. The task formulations with unequal bipartite graph parts have considered, their interpretation for optimal agreement of the given works' set and the resources' set with a glance of demands and restrictions has given. The realization of algorithm in real life for production part of the enterprise has showed.

Keywords: bipartite graphs, set theory, theory of combinations, assignment problem, the best alternative selection, efficiency criterion, enterprise structuring.

Попов Вячеслав Алексеевич – канд. техн. наук, проф., проф. кафедры информационных управляющих систем, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

Панченко Ольга Викторовна – магистрант кафедры информационных управляющих систем, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.