

УДК 519.876.5; 629.056.6

И.А. РАТАЙЧУК, В.И. КОРТУНОВ

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Украина

ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ ОШИБОК БИНС В ЗАДАЧЕ СИНТЕЗА КОМПЛЕКСНЫХ ФИЛЬТРОВ

Рассмотрены основные виды моделей ошибок бесплатформенной инерциальной навигационной системы и определена модель, наиболее адекватно отражающая процесс формирования ошибок. Приведены результаты моделирования моделей ошибок и анализа достоверности процесса формирования ошибок для данных моделей. Рассматриваемая задача относится к классу задач математического моделирования и синтеза нестационарных комплексных фильтров при коррекции. Применение предложенной модели в задаче оценки ошибки с помощью комплексного фильтра позволит производить коррекцию навигационной системы в реальном времени по внешним измерениям с требуемой точностью.

Ключевые слова: математическое моделирование, инерциальная навигационная система, модель ошибок, комплексные фильтры, оценка ошибок.

Введение

Бесплатформенная инерциальная навигационная система (БИНС) является одной из основных систем, используемых для решения навигационных задач в области авиации и морского транспорта, робототехники, а также находит применение в биомеханике. Данная система является автономной системой навигации, не требующей дополнительных элементов, в отличие от спутниковых радионавигационных систем (СРНС), на работу которых накладываются ограничения, обусловленные зоной видимости и количеством спутников. БИНС подвержена влиянию ошибок, которые вследствие особенностей ее работы накапливаются со временем. Это обуславливает ограничение на время работы системы и необходимость ее периодической коррекции. СРНС не имеет такого недостатка и может работать (в близких к идеальным условиям) неограниченно долго. Благодаря этим особенностям коррекция БИНС за счет СРНС является идеальным решением для увеличения точности БИНС на длительном отрезке времени. Такие системы называются интегрированными навигационными системами (в англоязычной литературе часто обозначаются “INS/GPS”). Эти системы начиная с 90-х годов получили широкое распространение и сейчас являются основными системами навигации для авиации, а за счет развития в области микроэлектромеханических систем получили распространение в мини и микро беспилотных летательных аппаратах (БпЛА) [1].

Для осуществления коррекции БИНС необходимо оценить величину погрешностей датчиков –

смещение гироскопов и акселерометров, которые и обуславливают “уход” показаний БИНС. Это осуществляется с помощью наблюдателя состояния (чаще всего для этого используется фильтр Калмана), который использует разности показаний БИНС и СРНС (дополнительно могут использоваться показания магнетометра по курсу и барометрического датчика высоты) для оценки ошибок [2]. Также наблюдатели состояния для интегрированных систем называются комплексными или комплементарными фильтрами. В основе алгоритмов наблюдателей состояния лежит модель ошибок, представленная в виде динамической системы, которая отображает поведение процесса формирования ошибок с определенной степенью приближения.

1. Постановка задачи

В целях исследования комплексных фильтров для интегрированной навигационной системы необходимо рассмотреть различные модели погрешностей БИНС, которые приводят к различным алгоритмам коррекции. Каждая из моделей характеризуется точностью отображения процесса, которая влияет на качество оценивания погрешностей, и сложностью реализации. При этом необходимо найти компромисс между допустимой точностью модели и ее сложностью, т.к. усложнение алгоритмов фильтрации вынуждает использовать более дорогостоящую элементную базу. Для проведения исследования выбрана среда моделирования Matlab/ Simulink с использованием дополнительной библиотеки Aerosim. Вместо использования данных БИНС с погрешностями и

данных системы СРНС, используются два блока БИНС – с погрешностями датчиков (возмущенная) и “идеальная”. В рассматриваемых моделях не учитывается эффект от вращения Земли, т.к. на коротком промежутке времени он не оказывает существенного влияния на величину ошибки.

2. Модели погрешностей БИНС

2.1 Модель угловой ошибки вертикали

Для модели угловой ошибки вертикали вывод кинематических уравнений осуществляется относительно направляющих косинусов, определяющих преобразование из связанной системы координат в инерциальную.

Классическое кинематическое уравнение ошибок ориентации БИНС имеет вид [3]

$$\Delta \dot{\alpha} = -M(t)\Delta\omega, \quad (1)$$

где $\Delta\alpha = [\Delta\alpha_x \ \Delta\alpha_y \ \Delta\alpha_z]^T$ – вектор угловых погрешностей ориентации; $\Delta\omega = [\Delta\omega_x \ \Delta\omega_y \ \Delta\omega_z]^T$ – вектор погрешностей угловых скоростей гироскопов; M – матрица преобразования между связанной и навигационной системами координат (направляющих косинусов).

Ошибки параметров навигации определяются из возмущенного уравнения для вектора скорости [1–3]:

$$\dot{V} + \Delta\dot{V} = (I + \Lambda)M(a + \Delta a) + g, \quad (2)$$

где $V = [V_x \ V_y \ V_z]^T$ и $\Delta V = [\Delta V_x \ \Delta V_y \ \Delta V_z]^T$ – векторы скоростей и погрешностей скоростей соответственно; M – матрица направляющих косинусов; $a = [a_x \ a_y \ a_z]^T$ и $\Delta a = [\Delta a_x \ \Delta a_y \ \Delta a_z]^T$ – векторы ускорения и погрешности ускорения в связанной системе координат; $g = [0 \ g \ 0]^T$ – вектор ускорения свободного падения; $(I + \Lambda)$ – элементы матрицы преобразования малых углов ошибок ориентации, разложенной на единичную матрицу размера 3x3 и кососимметричную матрицу Λ :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha_z & \alpha_y \\ \alpha_z & 0 & -\alpha_x \\ -\alpha_y & \alpha_x & 0 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

В соответствии с уравнением (2) погрешность скорости определяется как

$$\Delta\dot{V} = \Lambda M \Delta a + M \Delta a. \quad (4)$$

$$F_d = \begin{bmatrix} \operatorname{tg}\nu(\omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma) & 0 & (\omega_z \sin \gamma - \omega_y \cos \gamma) / \cos^2 \nu \\ (-\omega_y \sin \gamma - \omega_z \cos \gamma) / \cos \nu & 0 & (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma) \sin \nu / \cos^2 \nu \\ \omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Для использования в модели ошибок данное уравнение необходимо преобразовать к виду:

$$\Delta\dot{V} = W_n \Delta\alpha + M \Delta a, \quad (5)$$

где W_n – кососимметричная матрица ускорений в навигационной системе координат

$$W_n = - \begin{bmatrix} 0 & -a_{\text{nav } z} & a_{\text{nav } y} \\ a_{\text{nav } z} & 0 & -a_{\text{nav } x} \\ -a_{\text{nav } y} & a_{\text{nav } x} & 0 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Ошибки координат определяются как

$$\Delta\dot{P} = \Delta V. \quad (7)$$

Таким образом, матричная модель ошибок БИНС, которая используется в наблюдателе состояния выглядит следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \Delta\alpha \\ \Delta V \\ \Delta P \\ \Delta\omega \\ \Delta a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -M & 0 \\ W_n & 0 & 0 & 0 & M \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\alpha \\ \Delta V \\ \Delta P \\ \Delta\omega \\ \Delta a \end{bmatrix}, \quad (8)$$

где O – нулевая матрица размера 3x3.

2.2 Модель ошибок для крена, тангажа и курса

В данной модели погрешности углов ориентации определяются в соответствии с кинематическими уравнениями движения ЛА [4]. Уравнение ошибок получается возмущением таких уравнений и имеет следующий вид:

$$\Delta\dot{\Theta} = F(\Theta)\Delta\omega + F_d(\Theta, \omega)\Delta\Theta, \quad (9)$$

где $\Theta = [\gamma \ \psi \ \nu]^T$ – вектор ориентации, состоящий из углов крена, курса и тангажа соответственно (в советской системе координат), определяемый из кинематического уравнения

$$\begin{bmatrix} \dot{\gamma} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\nu} \end{bmatrix} = F(\Theta) \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где матрица преобразования $F(\Theta)$ вида:

$$F(\Theta) = \begin{bmatrix} 1 & -\operatorname{tg}\nu \cos \gamma & \operatorname{tg}\nu \sin \gamma \\ 0 & \cos \gamma / \cos \nu & -\sin \gamma / \cos \nu \\ 0 & \sin \gamma & \cos \gamma \end{bmatrix}. \quad (11)$$

F_d – матрица производных от матрицы преобразования вида:

Соответственно погрешность скорости определяется уравнением

$$\Delta \dot{V} = W_n \Delta \Theta + M(\Theta) \Delta a. \quad (12)$$

Окончательно матричная модель ошибок принимает вид

$$\begin{bmatrix} \Delta \Theta \\ \Delta V \\ \Delta P \\ \Delta \omega \\ \Delta a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_d & O & O & F & O \\ W_n & O & O & O & M \\ O & I & O & O & O \\ O & O & O & O & O \\ O & O & O & O & O \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \Theta \\ \Delta V \\ \Delta P \\ \Delta \omega \\ \Delta a \end{bmatrix}. \quad (13)$$

2.3 Модель погрешности с использованием кватернионов

В последнее время в связи с необходимостью соблюдения строго формальной логики выполнения операций при получении соотношений кинематики широкое распространение получили нетрадиционные параметры. В соответствии с теоремой Эйлера любое ортогональное преобразование можно представить плоским вращением, т.е. характеризовать единичным вектором (ортом) этого вращения e и углом поворота θ . В данном случае ориентация ЛА определяются параметрами Родрига-Гамильтона [4, 9]

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= \cos \frac{\theta}{2}, \lambda_1 = e_x \sin \frac{\theta}{2}, \lambda_2 = e_y \sin \frac{\theta}{2}, \\ \lambda_3 &= e_z \sin \frac{\theta}{2}, \lambda_0^2 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 = 1, \end{aligned} \quad (14)$$

где e_x, e_y, e_z – направляющие косинусы орта e в подвижном базисе $x y z$; λ – кватернион, представляющий собой гипервектор, компонентами которого являются приведенные выше параметры Родрига-Гамильтона (14):

$$\lambda = [\lambda_0 \ \lambda_1 \ \lambda_2 \ \lambda_3]^T.$$

В упрощенном виде уравнение погрешностей ориентации эквивалентно (1)

$$\Delta \dot{\alpha} = \lambda_{bn} \otimes \Delta \omega_b \otimes \lambda_{bn}^* = M(\lambda) \Delta \omega_b, \quad (15)$$

где λ_{bn} – кватернион, характеризующий поворот из связанной СК в навигационную и λ_{bn}^* – сопряженный кватернион. В данном случае операция умножения не соответствует обычному векторному умножению, а производится соответственно алгебре кватернионов [5]. Матрица преобразования $M(\lambda)$ имеет вид:

$$M(\lambda) = \begin{bmatrix} \lambda_0^2 + \lambda_1^2 - \lambda_2^2 - \lambda_3^2 & -2\lambda_3\lambda_0 + 2\lambda_2\lambda_1 & 2\lambda_2\lambda_0 + 2\lambda_3\lambda_1 \\ 2\lambda_3\lambda_0 + 2\lambda_1\lambda_2 & \lambda_0^2 - \lambda_1^2 + \lambda_2^2 - \lambda_3^2 & -2\lambda_1\lambda_0 + 2\lambda_3\lambda_2 \\ -2\lambda_2\lambda_0 + 2\lambda_1\lambda_3 & 2\lambda_1\lambda_0 + 2\lambda_2\lambda_3 & \lambda_0^2 - \lambda_1^2 - \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \end{bmatrix}.$$

Параметры навигации для данной модели определяются так же как и для модели с направляющими косинусами. Сама модель имеет точно такой же вид, за исключением того, что вместо матрицы направляющих косинусов используется матрица преобразования $M(\lambda)$.

3. Результаты моделирования формирования ошибок

Процесс формирования ошибок рассматривался для движения с изменяющимися угловыми скоростями и линейными ускорениями по гармоническому закону с частотой 3 рад/с и амплитудой 0,1 рад/с для гироскопов и 1 м/с² для акселерометров. Моделирование проводилось на интервале времени 50 с для с шагом дискретизации 0,01 с. Величины инструментальных погрешностей БИНС были заданы на уровне 0,01 м/с² для акселерометров и 10⁻³ рад/с гироскопов.

Результатами моделирования являлись ошибки, получаемые разностью параметров БИНС с инструментальными погрешностями (возмущенная БИНС) и параметров БИНС без погрешностей (идеальная БИНС) (рис. 1, 2). Данные ошибки сравнивались с ошибками рассчитанными по моделям.

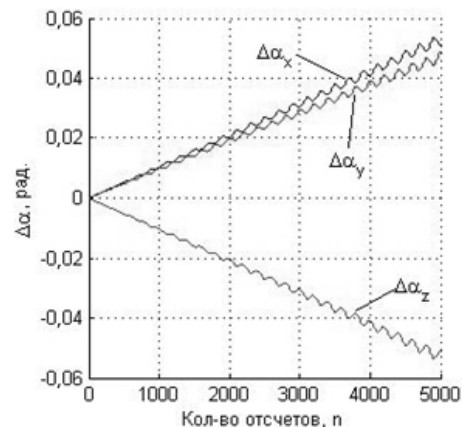


Рис. 1. Угловые ошибки ИНС

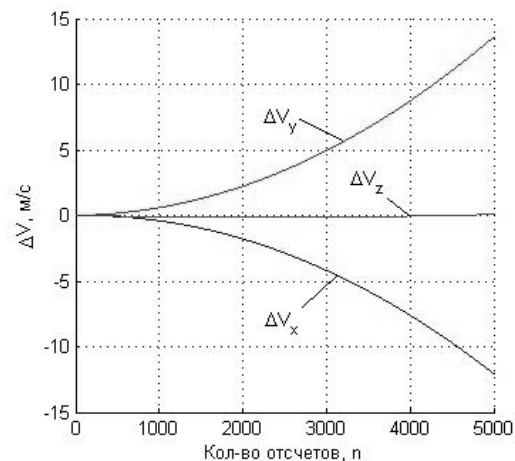


Рис. 2. Ошибка скорости

Моделирование проводилось для модели ошибок углов вертикали (8) (модель 1) и модели ошибок углов крена, тангажа и курса (13) (модель 2). Для модели кватернионной формы углов исследование не проводилось вследствие того, что в задаче редуцирования комплексных фильтров использование приводит к усложнению алгоритмов фильтрации, что является нежелательным. И тем более в используемой навигационной аппаратуре данные об ориентации ЛА представлены в виде углов Эйлера, а преобразование в форму кватерниона еще более усложняет схему компенсации.

На рис. 3, 4 показано различие параметров моделей ошибок угла вертикали (M1) и ошибок углов крена, тангажа и курса (M2) с параметрами ошибок возмущенной БИНС. Как видно из рис.3 модель 1 не повторяет поведение процесса формирования ошибок. Данная модель отражает только тенденцию линейного изменения угловых ошибок, а расхождение носит колебательный характер и со временем достигает значений порядка 10^{-2} рад. В модели 2 при формирования ошибок учитывается угловое движения ЛА, тем самым обеспечивая более адекватное отображение процесса, и для нее расхождение составляет 10^{-3} рад, что на порядок лучше модели 1.

Разность ошибок скорости для модели 1 (рис. 4) на заданном интервале времени составляет порядка 1 м/с, в то время как для модели 2 разность имеет порядок 10^{-1} м/с. Это вызвано тем, что модель 2 учитывает угловую динамику ЛА не только для углов ориентации, но для скорости. Большая величина расхождения для обеих моделей по вертикальной составляющей (ось y) вызвана тем, в блоке БИНС используется гравитационная модель WGS-84, в то время как в нашей модели используется константное значение ускорения свободного падения.

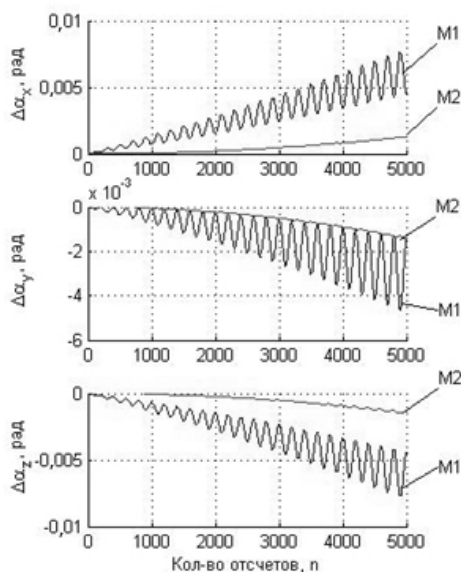


Рис. 3. Разности угловой ошибки

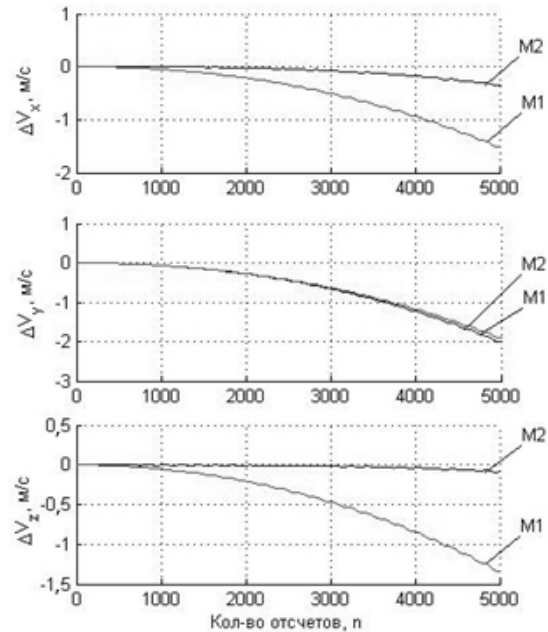


Рис. 4. Разности ошибки скорости

Выводы

Рассмотрены и проанализированы модели ошибок бесплатформенной инерциальной навигационной системы с целью выбора наиболее подходящей модели, применяемой для оценки погрешностей БИНС с целью ее их коррекции в реальном времени по внешним измерениям.

Модели ошибок угла вертикали и углов крена, тангажа и курса реализованы в среде моделирования Matlab. Проведено сравнение их показаний с показаниями разности возмущенной и идеальной БИНС. И как показало исследование двух моделей ошибок БИНС, более простая модель не отражает полностью поведение процесса формирования ошибок, т.к. учитывает только влияние инструментальных погрешностей, в то время как динамика ЛА также оказывает влияние на формирование ошибок. Использование такой модели для оценки величины ошибок приводит к некорректной работе наблюдателя состояния и неполной коррекции БИНС. Модель ошибок для углов крена, тангажа и курса более адекватно отражает процесс формирования ошибок и может быть применена в задаче редуцирования комплексных фильтров для коррекции БИНС без уменьшения точности.

Литература

1. Проскура, Г.А. Модели и методы коррекции ошибок миниатюрных бесплатформенных инерциальных навигационных систем [Текст]: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.13.03/ Проскура Галина Анатольевна; «ХАИ» – Х., 2009. – 23 с.

2. Багмут, И.А. Оценка инструментальных погрешностей инерциального блока интегрированной навигационной системы в процессе ее функционирования [Текст] / И.А. Багмут // Тр. VI Межд. НТК «Гиротехнологии, навигация, управление движением и конструирование авиац.-космич. техники». – К.: НТУУ «КПИ», 2007. – Ч.1. – С. 215 – 216.
3. Бромберг, П.В. Теория инерциальных систем навигации [Текст] / П.В. Бромберг. – М.: Наука, 1979. – 294 с.
4. Бранец, В.Н. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем [Текст] / В.Н. Бранец, И.П. Шмыглевский. – М.: Наука, 1992. – 280 с.
5. Амелькин, Н.И. Кинематика твердого тела [Текст] / Н.И. Амелькин. – М.: МФТИ, 2000. – 64 с.
6. Бранец, В.И. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела [Текст] / В.Н. Бранец, И.П. Шмыглевский. – М.: Наука, 1973. – 303 с.
7. Парусников, Н.А. Задача коррекции в инерциальной навигации [Текст] / Н.А. Парусников, В.М. Морозов, В.И. Борзов. – М.: Изд. Московского университета, 1982. – 173 с.
8. Анучин, О.Н. Интегрированные системы ориентации и навигации для морских подвижных объектов [Текст] / О.Н. Анучин, Г.И. Емельянец. – С.-Пб, 2003. – 390 с.
9. Андреев, В.Д. Теория инерциальной навигации (автономные системы) [Текст] / В.Д. Андреев. – М.: Наука, 1966. – 579 с.
10. Mahony, Robert Non-linear complementary filters on the special orthogonal group [Текст] / Robert Mahony, Tarek Hamel, Jean-Michel Pflimlin // IEEE Transactions on Automatic Control. – 2008. – Vol 53, No 5. – 16 p.

Поступила в редакцию 10.05.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф., зав. каф. производства радиоэлектронных систем ЛА, декан факультета РТС ЛА, В.М. Илюшко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

ДОСЛІДЖЕННЯ МОДЕЛЕЙ ПОМИЛОК БЕЗПЛАТФОРМНОЇ ІНЕРЦІЙНОЇ НАВІГАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ

І.О. Ратайчук, В.І. Кортунів

Розглянуті основні види моделей помилок безплатформної інерційної навігаційної системи та визначена модель, яка найбільш адекватно відображає процес формування помилок. Приведені результати моделювання моделей помилок та аналізу достовірності процесу формування помилок для даних моделей. Дана задача відноситься до класу задач математичного моделювання і синтезу нестационарних комплексних фільтрів при корекції. Використання запропонованої моделі в задачі оцінки величини помилки за допомогою комплексного фільтра дозволить проводити корекцію навігаційної системи в реальному часі по зовнішнім вимірянням з необхідною точністю.

Ключові слова: математичне моделювання, інерційна навігаційна система, модель помилок, комплексний фільтр, оцінка помилок.

INERTIAL NAVIGATION SYSTEM ERRORS ANALYSIS

I.A. Rataichuk, V.I. Kortunov

Basic types of inertial navigation system errors were considered. The most reliable model, that reflects error generation process is determined. Simulation results and credibility analysis of the error generation process representation for given models are shown. The examined task applies to the class of mathematical modeling tasks and non-stationary complementary filters synthesis. Proposed model application in the error estimation task by the means of complementary filter will make possible INS correction using external data in real time mode with required precision.

Key words: mathematical modeling, inertial navigation system, error model, complementary filters, error estimation.

Ратайчук Иван Александрович – аспирант каф. проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина, e-mail: rataichuk@rambler.ru.

Кортунів Вячеслав Іванович – д-р техн. наук, проф., проф. каф. проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина, e-mail: vkortunov@yandex.ru.