

УДК 621.396

В. К. ВОЛОСЮК

Національний аерокосмічний університет ім. Н. Е. Жуковського «ХАІ», Україна

ОПТИМАЛЬНЫЙ ОБНАРУЖИТЕЛЬ ШУМОВЫХ СИГНАЛОВ

Синтезированы оптимальные и квазиоптимальные алгоритмы обнаружения сигналов собственного радиотеплового излучения объектов исследования. Решение о наличии или об отсутствии сигнала принимается в результате сравнения функций правдоподобия. Разработаны структурные схемы оптимальных и квазиоптимальных обнаружителей с дискретной и аналоговой обработкой принятых колебаний. Получены аналитические выражения вероятностных и энергетических характеристик обнаружения для различных соотношений мощности полезного и помехового сигналов, построены соответствующие кривые обнаружения.

Ключевые слова: отношение правдоподобия, оптимальный алгоритм, отношение сигнал/шум, вероятностные и энергетические характеристики.

Введение

Задача обнаружения шумовых сигналов с ограниченным и неограниченным спектрами является одной из основных при синтезе и анализе качества работы измерительных радиотехнических систем. Типичным примером таких систем могут быть радиометрические системы в задачах радиоастрономии, дистанционного зондирования Земли, метеорологии и радиолокационные системы в задачах радиотеплолокации.

Известны [1-3] классическая схема обнаружителя шумовых (радиотепловых) сигналов, часто в литературе называемая энергетическим приемником, и соответствующие рабочие характеристики, полностью определяющие её эффективность. Реализованный в данной схеме алгоритм является оптимальным при обработке дискретизованных шумовых процессов с ограниченным спектром. В тоже время практическая реализация энергетических приемников в СВЧ диапазоне сопряжена с техническими и материальными трудностями разработки аналого-цифровых преобразователей (АЦП). Чаще всего обрабатывают аналоговые шумовые сигналы с произвольным энергетическим спектром. В таком случае приведенная в литературе [1-3] структура не оптимальна.

Цель работы – синтез оптимальных алгоритмов обнаружения шумовых сигналов с произвольным энергетическим спектром и анализ их вероятностных и энергетических характеристик для различных соотношений сигнал/шум.

Исходные соотношения

Уравнение наблюдения, описывающее сигналы на входе радиометра, – приемника собственного

радиотеплового излучения, на интервале времени $(0, T)$ имеет вид

$$u(t) = \varepsilon s(t) + n(t), \quad (1)$$

где $s(t)$ – полезный шумовой сигнал, $n(t)$ – аддитивная помеха, $\varepsilon = (0, 1)$. Процессы $s(t)$ и $n(t)$ – гауссовские белые (дельта-коррелированные) стационарные взаимно независимые случайные процессы с нулевыми математическими ожиданиями $\langle s(t) \rangle = 0$, $\langle n(t) \rangle = 0$ и энергетическими спектрами (спектральными плотностями мощности, СПМ) N_{0s} и N_{0n} . Сигнал $s(t)$ может присутствовать ($\varepsilon = 1$) или отсутствовать ($\varepsilon = 0$). Для задач обнаружения радиотепловых сигналов целесообразно пользоваться яркостными температурами сигнала T_s° и помехи T_n° , которые связаны с соответствующими энергетическими спектрами следующими соотношениями:

$$N_{0s} = kT_s^\circ, \quad N_{0n} = kT_n^\circ, \quad (2)$$

где k – постоянная Больцмана.

Решение оптимизационной задачи

Решение о наличии или отсутствии сигнала принимается в результате сравнения апостериорных плотностей вероятностей

$$\begin{aligned} & p[\varepsilon = 1 / u(t)] >, \text{ или } < p[\varepsilon = 0 / u(t)] \Rightarrow \\ & \Rightarrow p(1)p(u/1) >, \text{ или } < p(0)p(u/0) \Rightarrow \\ & \Rightarrow \frac{p(u/1)}{p(u/0)} >, \text{ или } < \frac{p(0)}{p(1)}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $p(u/\varepsilon = 1) = p(u/1)$ и $p(u/\varepsilon = 0) = p(u/0)$ – функции правдоподобия.

Решение о наличии или отсутствии сигнала может приниматься по результату превышения или

непревышения отношением правдоподобия некоторого порога.

Предположим вначале, что процессы $s(t)$ и $n(t)$ не белые шумы, а случайные гауссовские процессы с ограниченным спектром прямоугольного вида

$$G_s(f) = \begin{cases} 0,5N_{0s}, & f \in (-\Delta f, \Delta f); \\ 0, & f \notin (-\Delta f, \Delta f), \end{cases}$$

$$G_n(f) = \begin{cases} 0,5N_{0n}, & f \in (-\Delta f, \Delta f); \\ 0, & f \notin (-\Delta f, \Delta f). \end{cases}$$

Корреляционные функции этих процессов в соответствии с теоремой Хинчина – Винера будут равны:

$$R_s(\tau) = F^{-1}[G_s(f)] = \int_{-\Delta f}^{\Delta f} G_s(f) e^{j2\pi f\tau} df = \sigma_s^2 \text{sinc}(2\pi \Delta f \tau), \quad (4)$$

$$R_n(\tau) = F^{-1}[G_n(f)] = \sigma_n^2 \text{sinc}(2\pi \Delta f \tau),$$

где $\sigma_s^2 = \frac{N_{0s}}{2} 2\Delta f = N_{0s}\Delta f = kT_s^\circ \Delta f$, $\sigma_n^2 = N_{0n}\Delta f = kT_n^\circ \Delta f$ – дисперсии процессов $s(t)$ и $n(t)$.

В точках $\tau = \frac{1}{2\Delta f}$ корреляционные функции (4) равны нулю. Если осуществить дискретизацию процессов $s(t)$ и $n(t)$ через эти интервалы $\Delta t = \tau$, то в соответствии с теоремой Котельникова полученные отсчеты исчерпывающим образом будут представлять эти процессы. Так как корреляционные функции на промежутке Δt равны нулю то дискретные отсчеты процессов, отстоящие друг от друга на эти величины интервалов дискретизации, будут некоррелированы. Число этих отсчетов на интервале наблюдения $t \in (0, T)$ будет равно

$$M = T/\Delta t = 2T\Delta f. \quad (5)$$

Если каждые отсчеты в отдельности имеют нормальный закон распределения

$$p_{si} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_s^2}} e^{-\frac{s_i^2}{2\sigma_s^2}}, \quad p_{ni} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} e^{-\frac{n_i^2}{2\sigma_n^2}}, \quad (6)$$

то совместные плотности вероятностей дискретизованных процессов $\bar{s} = \|s_1, s_2, \dots, s_M\|$ и $\bar{n} = \|n_1, n_2, \dots, n_M\|$ будут иметь вид

$$p(\bar{s}) = p(s_1, s_2, \dots, s_M) = \prod_{i=1}^M p_{si} = \prod_{i=1}^M \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_s^2}} e^{-\frac{s_i^2}{2\sigma_s^2}} = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{M}{2}} \sigma_s^M} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_s^2} \sum_{i=1}^M s_i^2\right), \quad (7)$$

$$p(\bar{n}) = p(n_1, n_2, \dots, n_M) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{M}{2}} \sigma_n^M} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_n^2} \sum_{i=1}^M n_i^2\right). \quad (8)$$

Плотность вероятности суммарного дискретизованного сигнала (1) при $\varepsilon = 1$, очевидно будет равна

$$p(\bar{s} + \bar{n}) = p(s_1 + n_1, s_2 + n_2, \dots, s_M + n_M) = \frac{1}{[2\pi(\sigma_s^2 + \sigma_n^2)]^{\frac{M}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2(\sigma_s^2 + \sigma_n^2)} \sum_{i=1}^M s_i^2 + n_i^2\right). \quad (9)$$

Для того чтобы получить функции правдоподобия для непрерывных случайных процессов выполним предельные переходы при $\Delta t \rightarrow 0$, $\Delta f \rightarrow \infty$

$$p[u(t)/0] = p(u/0) = \lim_{\substack{\Delta f \rightarrow \infty \\ \Delta t \rightarrow 0 \\ M \rightarrow \infty}} \frac{1}{(2\pi)^{\frac{M}{2}} \sigma_n^M} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_n^2} \sum_{i=1}^M u_i^2\right) = \lim_{\substack{\Delta f \rightarrow \infty \\ \Delta t \rightarrow 0 \\ M \rightarrow \infty}} \frac{1}{(2\pi)^{\frac{M}{2}} (\Delta f N_{0n})^{\frac{M}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2N_{0n}} \sum_{i=1}^M u_i^2 2\Delta t\right) = \lim_{\substack{\Delta f \rightarrow \infty \\ \Delta t \rightarrow 0 \\ M \rightarrow \infty}} \frac{1}{(2\pi)^{\frac{M}{2}} (\Delta f N_{0n})^{\frac{M}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{N_{0n}} \int_0^T u^2(t) dt\right), \quad (10)$$

$$p[u(t)/1] = p(u/1) = \lim_{\substack{\Delta f \rightarrow \infty \\ \Delta t \rightarrow 0 \\ M \rightarrow \infty}} \frac{1}{(2\pi)^{\frac{M}{2}} [\Delta f(N_{0s} + N_{0n})]^{\frac{M}{2}}} \times \exp\left(-\frac{1}{N_{0s} + N_{0n}} \int_0^T u^2(t) dt\right). \quad (11)$$

Заметим здесь, что математическое ожидание $\langle u_i \rangle = 0$, а дисперсии $D(u_i/0) = \sigma_n^2$,

$D(u_i/1) = \sigma_s^2 + \sigma_n^2$ (процессы s и n независимы).

Найдем отношение правдоподобия в дискретном и непрерывном вариантах.

В дискретном варианте для обрабатываемых сигналов с ограниченными спектрами (3) равно

$$\frac{p(u/1)}{p(u/0)} = \left(\frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2 + \sigma_n^2}\right)^{\frac{M}{2}} \times \exp\left[-\frac{1}{2(\sigma_s^2 + \sigma_n^2)} \sum_{i=1}^M u_i^2 + \frac{1}{2\sigma_n^2} \sum_{i=1}^M u_i^2\right] = \left\{ \left(\frac{T_n^\circ}{T_s^\circ + T_n^\circ}\right)^{\frac{M}{2}} \exp\left[\frac{\sigma_s^2}{2\sigma_n^2(\sigma_s^2 + \sigma_n^2)} \sum_{i=1}^M u_i^2\right] \right\}, \text{ или } < \frac{p(0)}{p(1)}.$$

В непрерывном варианте для обрабатываемых дельта-коррелированных процессов типа белого шума

$$\frac{p(u/1)}{p(u/0)} = \lim_{\substack{\Delta f \rightarrow \infty \\ \Delta t \rightarrow 0 \\ M \rightarrow \infty}} (N_{0n} / [N_{0s} + N_{0n}])^{\frac{M}{2}} \times \\ \times \exp\left(-\frac{1}{N_{0s} + N_{0n}} \int_0^T u^2(t) dt + \frac{1}{N_{0n}} \int_0^T u^2(t) dt\right) = \\ = \left\{ \begin{array}{l} \lim_{\substack{\Delta f \rightarrow \infty \\ \Delta t \rightarrow 0 \\ M \rightarrow \infty}} (T_n^\circ / [T_s^\circ + T_n^\circ])^{\frac{M}{2}} \times \\ \times \exp\left[\frac{N_{0s}}{N_{0n}(N_{0s} + N_{0n})} \int_0^T u^2(t) dt\right] \end{array} \right\} >, \text{ или } < \frac{p(0)}{p(1)},$$

где $\Delta f = 1/2\Delta t$.

Видно, что эти отношения правдоподобия являются монотонно возрастающими функциями величин $\sum_{i=1}^M u_i^2$ и $\int_0^T u^2(t) dt$. Поэтому с некоторым

порогом достаточно сравнивать эти величины, являющимися в данной задаче достаточными статистиками. В дискретном варианте целесообразно (для сравнения с другими вариантами) в дальнейшем рассматривать не статистику $\sum_{i=1}^M u_i^2$, а статистику

$\sum_{i=1}^M u_i^2 \Delta t$. Это никак не повлияет ни на качественные

показатели обнаружения ни на структуру алгоритмов обработки. Таким образом, решение задачи обнаружения в рассмотренных дискретном и непрерывном вариантах можно представить выражениями $Y_d = \sum_{i=1}^M u_i^2 \Delta t >, \text{ или } < Y_0, Y_n = \int_0^T u^2(t) dt >, \text{ или } < Y_0$, (12) где Y_d, Y_n – дискретный и непрерывный выходные эффекты оптимального обнаружителя, Y_0 – пороговое значение выходного эффекта.

Структурные схемы оптимальных обнаружителей с дискретной и аналоговой обработкой сигналов изображены на рис. 1, 2.

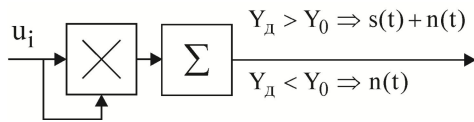


Рис. 1. Оптимальный обнаружитель шумовых сигналов с дискретной обработкой

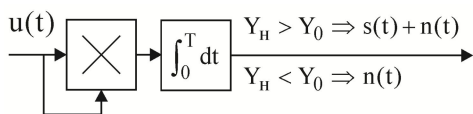


Рис. 2. Оптимальный обнаружитель шумовых сигналов с аналоговой обработкой

Вероятностными характеристиками обнаружения являются вероятность ложной тревоги $L(Y_0) = \int_{Y_0}^{\infty} p(Y/0) dY$, вероятность правильного

необнаружения $C(Y_0) = \int_{-\infty}^{Y_0} p(Y/0) dY$, вероятность правильного обнаружения $D(Y_0) = \int_{Y_0}^{\infty} p(Y/1) dY$ и вероятность пропуска

сигнала $E(Y_0) = \int_{-\infty}^{Y_0} p(Y/1) dY$. На практике наибольший интерес представляют вероятности правильного обнаружения $D(Y_0)$ и ложной тревоги $L(Y_0)$. Для их определения необходимо знать дифференциальные законы распределения вероятностей $p(Y/1), p(Y/0)$.

В выражениях (12) значения u_i и $u(t)$ распределены по нормальному закону, значения u_i^2 по закону χ^2 , значения $\sum_{i=1}^M u_i^2$ по

закону χ^2 с M степенями свободы. В практических ситуациях число M может составлять сотни тысяч и миллионы. Поэтому выходные эффекты (достаточные статистики) $Y_d = \sum_{i=1}^M u_i^2 \Delta t, Y_n = \int_0^T u^2(t) dt$

в силу центральной предельной теоремы Ляпунова можно считать распределенными по нормальному закону

$$p(Y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_Y}} \exp\left(-\frac{(Y - \langle Y \rangle)^2}{2\sigma_Y^2}\right). \quad (13)$$

Для конкретизации $D(Y_0)$ и $L(Y_0)$ необходимо найти соответствующие математические ожидания и дисперсии

$$M[Y(u/0)] = \langle Y(u/0) \rangle, \quad M[Y(u/1)] = \langle Y(u/1) \rangle, \\ \sigma_Y^2 [Y(u/0)] = D[Y(u/0)] = \langle Y^2(u/0) \rangle - (\langle Y(u/0) \rangle)^2, \\ \sigma_Y^2 [Y(u/1)] = D[Y(u/1)] = \langle Y^2(u/1) \rangle - (\langle Y(u/1) \rangle)^2.$$

Найдем вначале эти статистические характеристики для дискретизованных процессов.

Математические ожидания

$$\langle Y_d(u/0) \rangle = \left\langle \sum_{i=1}^M n_i^2 \Delta t \right\rangle = \sum_{i=1}^M \langle n_i^2 \rangle \frac{1}{2\Delta f} = \\ = M\sigma_n^2 \frac{1}{2\Delta f} = 0,5MN_{0n} = 0,5MkT_n^\circ,$$

$$\langle Y_d(u/1) \rangle = \sum_{i=1}^M \langle (s_i + n_i)^2 \Delta t \rangle = M(\sigma_s^2 + \sigma_n^2) \frac{1}{2\Delta f} = (14) \\ = 0,5M(N_{0s} + N_{0n}) = Mk(T_s^\circ + T_n^\circ).$$

Для нахождения дисперсий выходных эффектов используем формулу для момента четвертого

порядка гауссова случайного процесса с нулевым математическим ожиданием

$$\begin{aligned} & \langle u(t_1)u(t_2)u(t_3)u(t_4) \rangle = \\ & = \langle u(t_1)u(t_2) \rangle \langle u(t_3)u(t_4) \rangle + \langle u(t_1)u(t_3) \rangle \langle u(t_2)u(t_4) \rangle + \\ & + \langle u(t_1)u(t_4) \rangle \langle u(t_2)u(t_3) \rangle. \end{aligned} \quad (15)$$

Вторые моменты

$$\begin{aligned} \langle Y_d^2(u/0) \rangle & = \left\langle \left(\sum_{i=1}^M n_i^2 \Delta t \right)^2 \right\rangle = \left\langle \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M n_i^2 n_j^2 (\Delta t)^2 \right\rangle = \\ & = (\Delta t)^2 \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \left[\langle n_i^2 \rangle \langle n_j^2 \rangle + 2 \langle n_i n_j \rangle \right] = \\ & = \left(\frac{1}{2\Delta f} \right)^2 (MN_{0s}\Delta f)^2 + \left(\frac{1}{2\Delta f} \right)^2 2M(N_{0s}\Delta f)^2 = \\ & = (0,5MkT_n^\circ)^2 + 0,5M(kT_n^\circ)^2, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \langle Y_d^2(u/1) \rangle & = \left\langle \left[\sum_{i=1}^M (s_i + n_i)^2 \Delta t \right]^2 \right\rangle = \\ & = \left[0,5Mk(T_s^\circ + T_n^\circ) \right]^2 + 0,5M \left[k(T_s^\circ + T_n^\circ) \right]^2, \end{aligned} \quad (17)$$

где $u_i = u(t_1) = u(t_2) = u(t_3)$, $u_j = u(t_3) = u(t_4) = u(t_j)$.

Дисперсии имеют вид

$$D[Y_d(u/0)] = \langle Y_d^2(u/0) \rangle - [\langle Y_d(u/0) \rangle]^2 = 0,5M(kT_n^\circ)^2, \quad (18)$$

$$D[Y_d(u/1)] = 0,5M \left[k(T_s^\circ + T_n^\circ) \right]^2. \quad (19)$$

Для непрерывных процессов математические ожидания выходных эффектов равны

$$\begin{aligned} \langle Y_H(u/0) \rangle & = \langle \int_0^T n^2(t) dt \rangle = \int_0^T \langle n^2(t) \rangle dt = \\ & = \int_0^T \frac{N_{0n}}{2} \delta(0) dt = TN_{0s} \lim_{\Delta f \rightarrow \infty} \Delta f = TkT_n^\circ \lim_{\Delta f \rightarrow \infty} \Delta f, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \langle Y_H(u/1) \rangle & = T(N_{0s} + N_{0n}) \lim_{\Delta f \rightarrow \infty} \Delta f = \\ & = Tk(T_s^\circ + T_n^\circ) \lim_{\Delta f \rightarrow \infty} \Delta f, \end{aligned} \quad (21)$$

где

$$\begin{aligned} \delta(0) & = \delta(t) \Big|_{t=0} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{j2\pi f t} df \Big|_{t=0} = \\ & = \lim_{\Delta f \rightarrow \infty} \int_{-\Delta f}^{\Delta f} e^{j2\pi f t} df \Big|_{t=0} = \lim_{\Delta f \rightarrow \infty} 2\Delta f = \infty. \end{aligned} \quad (22)$$

Вторые моменты имеют вид

$$\begin{aligned} \langle Y_H^2(u/0) \rangle & = \left(TN_{0s} \lim_{\Delta f \rightarrow \infty} \Delta f \right)^2 + 2T \left(\frac{N_{0n}}{2} \right)^2 \lim_{\Delta f \rightarrow \infty} 2\Delta f = \\ & = \left[\langle Y_H(u/0) \rangle \right]^2 + T(N_{0n})^2 \lim_{\Delta f \rightarrow \infty} \Delta f. \end{aligned} \quad (23)$$

Аналогично

$$\langle Y_H^2(u/1) \rangle = \left[\langle Y_H(u/1) \rangle \right]^2 + T(N_{0s} + N_{0n})^2 \lim_{\Delta f \rightarrow \infty} \Delta f. \quad (24)$$

Дисперсии

$$D[Y_H(u/0)] = T(N_{0n})^2 \lim_{\Delta f \rightarrow \infty} \Delta f = T(kT_n^\circ)^2 \lim_{\Delta f \rightarrow \infty} \Delta f, \quad (25)$$

$$\begin{aligned} D[Y_H(u/1)] & = T(N_{0s} + N_{0n})^2 \lim_{\Delta f \rightarrow \infty} \Delta f = \\ & = T \left[k(T_s^\circ + T_n^\circ) \right]^2 \lim_{\Delta f \rightarrow \infty} \Delta f. \end{aligned} \quad (26)$$

Алгоритмы (12) для дискретизованного процесса $u(t)$ с ограниченным спектром и аналогового белого шума $n(t)$ являются оптимальными. Но для аналогового шумового процесса $u(t)$ в общем случае с произвольным энергетическим спектром $G_u(f) = G_s(f) + G_n(f)$ они не являются оптимальными. В последнем случае, как показано в [2], оптимальный выходной эффект равен

$$Y_w = \int_0^T u_w^2(t) dt >, \text{ или } < Y_0, \quad (27)$$

где

$$u_w(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau) h_w(t-\tau) d\tau = \varepsilon s_w(t) + n_w(t) \quad (28)$$

– шумовой сигнал на выходе оптимального декоррелирующего фильтра, с импульсной характеристикой $h_w(t-\tau)$ и частотной характеристикой $\dot{K}_w(j2\pi f)$,

$$\begin{aligned} h_w(t-\tau) & = F^{-1} \left[\dot{K}_w(j2\pi f) \right], \\ \left| \dot{K}_w(j2\pi f) \right|^2 & = \frac{G_s(f)}{[G_s(f) + G_n(f)]^2}. \end{aligned} \quad (29)$$

Структурная схема оптимального обнаружителя сигналов с произвольным энергетическим спектром изображена на рис. 3.

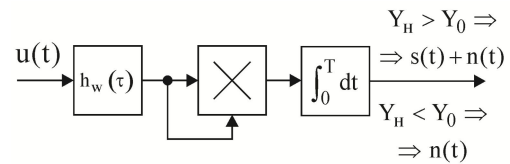


Рис. 3. Оптимальный обнаружитель шумовых сигналов с произвольным энергетическим спектром

Энергетические спектры процессов $u_w(t)$ при наличии и отсутствии в них полезного и помехового шумовых сигналов равны

$$G_{wn}(f) = G_n(f) \left| \dot{K}_w(j2\pi f) \right|^2 = \frac{G_n(f) G_s(f)}{[G_s(f) + G_n(f)]^2},$$

$$G_{ws}(f) = G_s(f) \left| \dot{K}_w(j2\pi f) \right|^2 = \frac{G_s^2(f)}{[G_s(f) + G_n(f)]^2},$$

$$G_{w(s+n)}(f) = [G_s(f) + G_n(f)] \left| \dot{K}_w(j2\pi f) \right|^2 =$$

$$= \frac{[G_s(f) + G_n(f)]G_s(f)}{[G_s(f) + G_n(f)]^2} = \frac{G_s(f)}{G_s(f) + G_n(f)}. \quad (30)$$

Если не применять декоррелирующую фильтрацию, то и для шумовых процессов с ограниченными спектрами $G_s(f)$ и $G_n(f)$ произвольного вида вполне приемлемо использовать алгоритм (12), т.е.

$$Y_H = \int_0^T u^2(t) dt >, \text{ или } < Y_0,$$

который можно считать в этом случае квазиоптимальным. Статистические характеристики и выходного эффекта (12) и выходного эффекта (27) для процессов $u(t)$ и $u_w(t)$ с ограниченными спектрами по внешнему виду формул будут одинаковы. Найдем математические ожидания и дисперсии для оптимального выходного эффекта (27), имеющего место при обработке шумового сигнала с ограниченным спектром. При этом предполагаем, что процесс $u_w(t)$ является результатом прохождения белого шума, практически имеющего место на входе первичного приемного антенного элемента оптимального радиометра, через некоторый фильтр, учитывающий коэффициенты передачи элементов первичного приема $\dot{K}(j2\pi f)$ и устройств оптимальной фильтрации $\dot{K}_w(j2\pi f)$, с результирующей АЧХ $|\dot{K}_p(j2\pi f)| = |\dot{K}_w(j2\pi f)\dot{K}(j2\pi f)|$. Энергетические спектры процессов $s_w(t)$ и $n_w(t)$ при этом будут равны

$$G_{ws}(f) = \frac{N_{0s}}{2} |\dot{K}_p(j2\pi f)|^2, \quad G_{wn}(f) = \frac{N_{0n}}{2} |\dot{K}_p(j2\pi f)|^2. \quad (31)$$

Математические ожидания

$$\langle Y_w(u/0) \rangle = T \int_{-\infty}^{\infty} G_{wn}(f) df = T \frac{N_{0n}}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{K}_p(j2\pi f)|^2 df = TN_{0n} K_0^2 \Delta f_w = Tk T_n^\circ K_0^2 \Delta f_w, \quad (32)$$

$$\langle Y_w(u/1) \rangle = T(N_{0s} + N_{0n}) K_0^2 \Delta f_w = Tk (T_s^\circ + T_n^\circ) K_0^2 \Delta f_w, \quad (33)$$

где

$$\sigma_{wn}^2 = \langle n_w^2(t) \rangle = \frac{N_{0n}}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{K}_p(j2\pi f)|^2 df = N_{0n} K_0^2 \Delta f_w, \quad (34)$$

$$\sigma_{w(s+n)}^2 = (N_{0s} + N_{0n}) K_0^2 \Delta f_w \quad (35)$$

– дисперсии случайных процессов $n_w(t)$ и $s_w(t) + n_w(t)$, $2\Delta f_w = \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{K}_{\text{норм}}(j2\pi f)|^2 df$ – полоса пропускания, расширенная при оптимальной обра-

ботке путем применения декоррелирующего (инверсного) фильтра с АЧХ (29), $\dot{K}_{\text{норм}}(j2\pi f) = \dot{K}_p(j2\pi f)/\dot{K}_0$ – нормированный коэффициент передачи, K_0 – коэффициент усиления на центральной частоте АЧХ.

Второй момент выходного эффекта $Y_w(u/0)$

$$\langle Y_w^2(u/0) \rangle = \left[\int_0^T \langle n_w^2(t) \rangle dt \right]^2 + 2\sigma_{wn}^2 \int_0^T \int_0^T r_{wn}^2(t_1 - t_2) dt_1 dt_2.$$

Дисперсия $Y_w(u/0)$

$$\sigma_{(Y/0)w}^2 = 2\sigma_{wn}^2 \int_0^T \int_0^T r_{wn}^2(t_1 - t_2) dt_1 dt_2. \quad (36)$$

После замены переменных в двойном интеграле ($t_1 - t_2 = \tau$, $t_1, t_2 = t$) получим [3]:

$$\begin{aligned} \int_0^T \int_0^T r_{wn}^2(t_1 - t_2) dt_1 dt_2 &= T \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right) r_{wn}^2(\tau) d\tau \approx \\ &\approx T \int_{-\infty}^{\infty} r_{wn}^2(\tau) d\tau = \alpha \Delta\tau, \end{aligned} \quad (37)$$

где

$$\Delta\tau = \int_{-\infty}^{\infty} r_{wn}(\tau) d\tau = \frac{1}{\int_{-\infty}^{\infty} |\dot{K}_{\text{норм}}(j2\pi f)|^2 df} = \frac{1}{2\Delta f_w}. \quad (38)$$

В [4, разд. 2] показано, что величина α зависит от конкретной формы АЧХ, в данном случае от АЧХ $|\dot{K}_{\text{норм}}(j2\pi f)|$, и, как правило, близка к единице.

Тогда

$$\sigma_{(Y/0)w}^2 = T(N_{0n} K_0^2)^2 \Delta f_w = T(k T_n^\circ K_0^2)^2 \Delta f_w. \quad (39)$$

Аналогично находим дисперсию величины $Y_w(u/1)$

$$\begin{aligned} \sigma_{(Y/1)w}^2 &= T[(N_{0s} + N_{0n}) K_0^2]^2 \Delta f_w = \\ &= T[k(T_s^\circ + T_n^\circ) K_0^2]^2 \Delta f_w. \end{aligned} \quad (40)$$

Таким образом, обобщая все эти постановки задач, можно записать

$$\begin{aligned} \langle Y(u/0) \rangle &= T\xi N_{0n} \Delta f = 0,5M \xi k T_n^\circ, \\ \langle Y(u/1) \rangle &= T\xi (N_{0s} + N_{0n}) \Delta f = 0,5M \xi k (T_s^\circ + T_n^\circ), \end{aligned} \quad (41)$$

$$\sigma_{Y/0}^2 \approx T(\xi N_{0n})^2 \Delta f = 0,5M(\xi k T_n^\circ)^2, \quad (42)$$

$$\sigma_{Y/1}^2 \approx T[\xi(N_{0s} + N_{0n})]^2 \Delta f = 0,5M[\xi k(T_s^\circ + T_n^\circ)]^2.$$

Здесь величина $M = 2T\Delta f$ в некоторой степени выполняет роль отношения сигнал/шум, если срав-

нивать задачу обнаружения некогерентного шумового сигнала в пассивном варианте приема с задачами обнаружения сигналов в активной радиолокации, требующих знания опорных сигналов. Эта величина равна числу некоррелированных отсчетов шумового процесса, участвующих в усреднении на интервале времени наблюдения $(0, T)$. Чем их больше, тем выше эффективность усреднения. В цифровых системах обработки при дискретизации сигнала с интервалом $\Delta t = 1/2\Delta f$, в соответствии с теоремой отсчетов Котельникова, число $M = 2T\Delta f$ равно количеству интервалов дискретизации на общем интервале наблюдения, $M = T/\Delta t$. Величина $\xi = 1$ в формулах (18), (19). В формулах (39), (40) $\xi = K_0^2$. Таким образом

$$p(Y/0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{Y/0}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \frac{(Y - 0,5M\xi k T_n^\circ)^2}{0,5M(\xi k T_n^\circ)^2}\right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{Y/0}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \left[\frac{Y}{\sigma_{Y/0}} - \sqrt{0,5M}\right]^2\right\}, \quad (43)$$

$$p(Y/1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{Y/1}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \frac{(Y - 0,5M\xi k (T_s^\circ + T_n^\circ))^2}{0,5M[\xi k (T_s^\circ + T_n^\circ)]^2}\right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{Y/1}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \left[\frac{Y}{\sigma_{Y/1}} - \sqrt{0,5M}\right]^2\right\}. \quad (44)$$

Представляет интерес переход в (43) и (44) к нормированным случайным величинам $Y/\sigma_{Y/1}$, $Y/\sigma_{Y/0}$. Эти величины имеют одинаковые законы распределения с единичными дисперсиями и одинаковыми математическими ожиданиями

$$\langle Y/\sigma_{Y/1} \rangle = \langle Y/\sigma_{Y/0} \rangle = \sqrt{0,5M} = \sqrt{T\Delta f}.$$

Величина ξ не влияет на вероятностные характеристики обнаружения, т.к. в нормальном законе (13) в показателе в числителе и знаменателе она сокращается. В связи с этим ее можно принять равной единице, $\xi = 1$. Соответственно должны быть пронормированы и дисперсии $\sigma_Y(Y/1)$ и $\sigma_Y(Y/0)$ в множителях перед экспонентами.

Для наглядного пояснения дальнейших исследований перейдем от случайных величин Y к величинам $\eta = Y/0,5Mk$. Эти величины, очевидно, также гауссовы, с такими математическими ожиданиями и дисперсиями

$$\langle \eta(u/0) \rangle = \left\langle \frac{Y(u/0)}{0,5Mk} \right\rangle = T_n^\circ, \quad (45)$$

$$\langle \eta(u/1) \rangle = \left\langle \frac{Y(u/1)}{0,5Mk} \right\rangle = T_s^\circ + T_n^\circ, \quad (46)$$

$$\sigma_{\eta/0}^2 = \frac{\sigma_{Y/0}^2}{0,25M^2k^2} = \frac{0,5M(kT_n^\circ)^2}{0,25M^2k^2} = \left(T_n^\circ \sqrt{\frac{2}{M}}\right)^2, \\ \sigma_{\eta/1}^2 = \frac{\sigma_{Y/1}^2}{0,25M^2k^2} = \frac{0,5M[k(T_s^\circ + T_n^\circ)]^2}{0,25M^2k^2} = \left((T_s^\circ + T_n^\circ) \sqrt{\frac{2}{M}}\right)^2. \quad (47)$$

Соответственно законы распределения (рис.2)

$$p(\eta/0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\eta/0}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \frac{(\eta - T_n^\circ)^2}{2(T_n^\circ)^2 M^{-1}}\right\}, \quad (48)$$

$$p(\eta/1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\eta/1}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \frac{[\eta - (T_s^\circ + T_n^\circ)]^2}{2(T_s^\circ + T_n^\circ)^2 M^{-1}}\right\}. \quad (49)$$

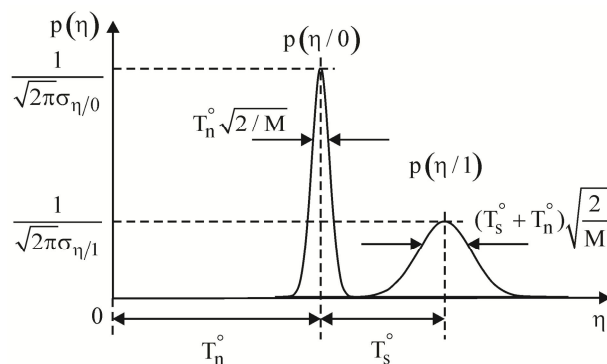


Рис. 4. Плотности вероятностей распределения достаточных статистик η

Следует отметить, что законы распределения величин η не являются нормальными, но очень близки к ним. В отличие от нормальных законов плотности вероятности $p(\eta/1)$ и $p(\eta/0)$ при $\eta = 0$ равны нулю.

Заметим также, что в задачах обнаружения шумовых полезных сигналов или их приращений основным помеховым процессом является результат недоусреднения процессов $u^2(t)$ или $u_w^2(t)$ при их интегрировании на конечном интервале $(0, T)$ в алгоритмах (12), (27). При $M = 2T\Delta f = \infty$ эта помеха отсутствует и теоретически обнаружение сигнала в этом случае является безошибочным.

Рассмотрим три случая: обнаружение очень малых температур $T_s^\circ \ll T_n^\circ$, сравнимых с величинами σ_η (так называемый малосигнальный вариант), обнаружение приращений ΔT_s° , когда температуры полезного и помехового сигналов сравнимы

$T_s^\circ \approx T_n^\circ$ и обнаружение приращений ΔT_s° , если величины T_s° велики (например, при исследовании Солнца).

Малосигнальный вариант

Рассмотрим вначале малосигнальный вариант, когда $T_s^\circ \ll T_n^\circ$, и сдвинем законы распределения к началу координат. Новые случайные величины, которые также являются достаточными статистиками, обозначим той же буквой η

$$p(\eta/0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\eta/0}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{\eta^2}{2(T_n^\circ)^2 M^{-1}}\right), \quad (50)$$

$$p(\eta/1) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\eta/1}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{[\eta - (T_s^\circ)]^2}{2(T_s^\circ + T_n^\circ)^2 M^{-1}}\right). \quad (51)$$

Переход к таким случайным величинам никак не скажется на вероятностных характеристиках обнаружения. Эти условные плотности вероятности показаны на рис. 3.

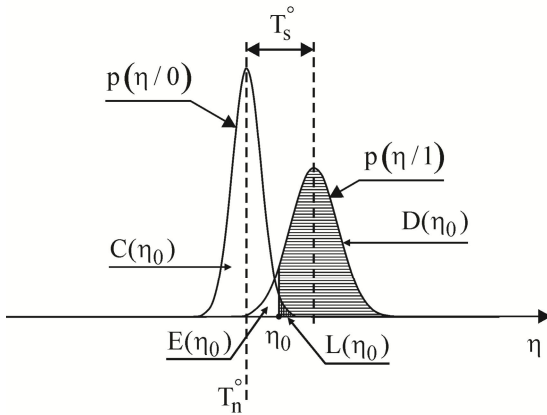


Рис. 5. Условные законы распределения вероятностей достаточных статистик η в малосигнальном варианте

Рассмотрим вероятности попадания случайной величины η в области, находящиеся под кривыми $p(\eta/1)$, $p(\eta/0)$ правее порога η_0 и левее. В простейшем случае сравнения плотностей $p(\eta/1)$ и $p(\eta/0)$ (какая из них больше или меньше) очевидно этот порог равен $\eta_0 = T_s^\circ / 2$. В более сложном случае требуется выбирать величину порога из различных соображений здравого смысла с учетом априорных вероятностей $p(0)$ и $p(1)$. Часто величину порога выбирают из условия заданной вероятности ложной тревоги.

Вероятностные характеристики обнаружения характеризуются четырьмя видами вероятностей.

1. Вероятность ложной тревоги запишем в виде

$$\begin{aligned} L(\eta_0) &= \int_{\eta_0}^{\infty} p(\eta/0) d\eta = \int_{\eta_0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\eta/0}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma_{\eta/0}^2}\right) d\eta = \\ &= \left. \begin{aligned} x &= \eta / \sigma_{\eta/0}, \quad d\eta = \sigma_{\eta/0} dx, \\ \eta &= \eta_0, \quad x = x_0 = \eta_0 / \sigma_{\eta/0} \end{aligned} \right| = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x_0}^{\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x_0} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx = \\ &= 1 - F(x_0) = F(-x_0) \end{aligned} \quad (52)$$

или

$$\begin{aligned} L(\eta_0) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x_0}^{\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx = \\ &= 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{x_0} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx = \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{x_0} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx = \frac{1}{2} [1 - \Phi(x_0)]. \end{aligned} \quad (53)$$

Таким образом

$$\begin{aligned} L(\eta_0) &= 1 - F(x_0) = \frac{1}{2} [1 - \Phi(x_0)] = \\ &= 1 - F\left(\frac{\eta_0}{\sigma_{\eta/0}}\right) = \frac{1}{2} \left[1 - \Phi\left(\frac{\eta_0}{\sigma_{\eta/0}}\right)\right], \end{aligned} \quad (54)$$

где

$$F(x_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x_0} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx \quad (55)$$

– интегральная функция распределения случайной величины x с единичной дисперсией $\sigma_x^2 = 1$,

$$\Phi(x_0) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{x_0} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx \quad (56)$$

–интеграл (функция) Лапласа.

И функцию $F(x_0)$ и функцию $\Phi(x_0)$ часто называют интегралами вероятностей.

2. Вероятность правильного необнаружения имеет вид

$$\begin{aligned} C(\eta_0) &= \int_{-\infty}^{\eta_0} p(\eta/0) d\eta = \int_{-\infty}^{\eta_0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\eta/0}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma_{\eta/0}^2}\right) d\eta = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x_0} \exp\left(-x^2/2\right) dx = F(x_0) \end{aligned} \quad (57)$$

или

$$C(\eta_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x_0} \exp(-x^2/2) dx =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x_0} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx = \frac{1}{2} [1 + \Phi(x_0)]. \quad (58)$$

3. Вероятность правильного обнаружения запишем следующим образом

$$\begin{aligned} D(\eta_0) &= \int_{\eta_0}^{\infty} p(\eta/l) d\eta = \int_{\eta_0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\eta/l}^2}} \exp\left(-\frac{(\eta - T_s^\circ)^2}{2\sigma_{\eta/l}^2}\right) d\eta = \\ &= \left| \begin{array}{l} y = \frac{\eta - T_s^\circ}{\sigma_{\eta/l}}, \quad d\eta = \sigma_{\eta/l} dy, \\ \text{при } \eta = \eta_0, \quad y = y_0 = \frac{\eta_0 - T_s^\circ}{\sigma_{\eta/l}} \end{array} \right| = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{y_0}^{\infty} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{y_0} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy = \\ &= 1 - F(y_0). \quad (59) \end{aligned}$$

Величину y_0 целесообразно записать также в таком виде

$$\begin{aligned} y_0 &= \frac{\eta_0 - T_s^\circ}{\sigma_{\eta/l}} = \frac{\eta_0}{\sigma_{\eta/l}} - \frac{T_s^\circ}{(T_s^\circ + T_n^\circ)/\sqrt{M/2}} = \\ &= \frac{\eta_0}{\sigma_{\eta/l}} - \sqrt{M/2} \frac{T_s^\circ}{T_s^\circ + T_n^\circ} = \frac{\eta_0}{\sigma_{\eta/l}} - \mu_{\text{Э}}. \quad (60) \end{aligned}$$

Здесь

$$\mu_{\text{Э}} = \sqrt{M/2} \frac{T_s^\circ}{T_s^\circ + T_n^\circ} \approx \sqrt{M/2} \frac{T_s^\circ}{T_n^\circ} \quad (61)$$

– аналог отношения сигнал/шум, зависящего не только от отношения температур, но и от количества некоррелированных отсчетов $M = 2T\Delta f$ обрабатываемого процесса, участвующих в усреднении на интервале усреднения $(0, T)$. Заметим, что в малосигнальном варианте

$$T_s^\circ + T_n^\circ \approx T_n^\circ, \quad \sigma_{\eta/l}^2 = \sigma_{\eta/0}^2 = \sigma_{\eta}^2 = 2(T_n^\circ)^2 / M. \quad (62)$$

Заметим также, что

$$\begin{aligned} D(\eta_0) &= 1 - F(y_0) = F(-y_0) = \\ &= 1 - F\left(\frac{\eta_0}{\sigma_{\eta/l}} - \mu_{\text{Э}}\right) = F\left(\mu_{\text{Э}} - \frac{\eta_0}{\sigma_{\eta/l}}\right). \quad (63) \end{aligned}$$

Выразим теперь $D(\eta_0)$ через функцию Лапласа

$$\begin{aligned} D(\eta_0) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x_1}^{\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x_1} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx = \\ &= 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{x_1} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{x_1} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx = \\ &= \frac{1}{2} [1 - \Phi(x_1)] = \frac{1}{2} \left[1 - \Phi\left(\frac{\eta_0}{\sigma_{\eta/l}} - \mu_{\text{Э}}\right)\right]. \quad (64) \end{aligned}$$

4. Вероятность пропуска сигнала определим так

$$\begin{aligned} E(\eta_0) &= \int_{-\infty}^{\eta_0} p(\eta/l) d\eta = F\left(\frac{\eta_0}{\sigma_{\eta/l}} - \mu_{\text{Э}}\right) \\ &= \frac{1}{2} \left[1 + \Phi\left(\frac{\eta_0}{\sigma_{\eta/l}} - \mu_{\text{Э}}\right)\right]. \quad (65) \end{aligned}$$

Вероятности $L(\eta_0)$ и $C(\eta_0)$ относятся к полной группе событий, рис.3, и

$$L(\eta_0) + C(\eta_0) = 1. \quad (66)$$

Также и вероятности $D(\eta_0)$ и $E(\eta_0)$ характеризуют полную группу событий

$$D(\eta_0) + E(\eta_0) = 1. \quad (67)$$

На практике чаще всего интерес представляют вероятность ложной тревоги $L(Y_0)$ и вероятность правильного обнаружения $D(Y_0)$

$$L(\eta_0) = \int_{\eta_0}^{\infty} p(\eta/0) d\eta = \quad (68)$$

$$= 1 - F(\eta_0 / \sigma_{\eta/0}) = \frac{1}{2} [1 - \Phi(\eta_0 / \sigma_{\eta/0})],$$

$$D(\eta_0) = \int_{\eta_0}^{\infty} p(\eta/l) d\eta = 1 - F\left(\frac{\eta_0}{\sigma_{\eta/l}} - \mu_{\text{Э}}\right) = \quad (69)$$

$$= F\left(\mu_{\text{Э}} - \frac{\eta_0}{\sigma_{\eta/l}}\right) = \frac{1}{2} \left[1 - \Phi\left(\frac{\eta_0}{\sigma_{\eta/l}} - \mu_{\text{Э}}\right)\right],$$

$$F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx, \quad (70)$$

$$\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx. \quad (71)$$

Расчет вероятностных и энергетических характеристик работы обнаружителя

в малосигнальном варианте.

Выбор порога

Для выполнения этих расчетов имеем два уравнения

$$L = \varphi(x_0) = \varphi(\eta_0 / \sigma_{\eta/0}), \quad (72)$$

$$D(y_0) = \varphi\left(\frac{\eta_0}{\sigma_{\eta/l}} - \mu_{\text{Э}}\right) \approx \varphi(x_0 - \mu_{\text{Э}}), \quad (73)$$

где

$$\begin{aligned} \mu_{\text{Э}} &= \sqrt{M/2} \frac{T_s^\circ}{T_s^\circ + T_n^\circ} \approx \sqrt{M/2} \frac{T_s^\circ}{T_n^\circ}, \\ \sigma_{\eta/0}^2 &= (T_n^\circ \sqrt{2/M})^2, \quad \sigma_{\eta/l}^2 = ((T_s^\circ + T_n^\circ) \sqrt{2/M})^2 \approx \sigma_{\eta/0}^2, \quad (74) \end{aligned}$$

η_0 – порог по температуре, $x_0 = \eta_0 / \sigma_{\eta/0}$ – нормированный порог.

Обычно для выполнения расчетов вначале задают требуемую вероятность ложной тревоги, позволяющей рассчитать требуемую величину порога

$$L_{\text{треб}} = \varphi(\eta_0 / \sigma_{\eta/0}) = \varphi(x_{0\text{треб}}) \Rightarrow \Rightarrow \eta_{0\text{треб}} / \sigma_{\eta/0} = x_{0\text{треб}} = \varphi^{-1}(L_{\text{треб}}). \quad (75)$$

Величину $x_{0\text{треб}}$ можно найти графически по предварительно построенному графику $L = \varphi(x_0)$.

Для различных $L_{\text{треб}1}, L_{\text{треб}2}, L_{\text{треб}3}$, т.е. для различных величин $x_{01\text{треб}}, x_{02\text{треб}}, x_{03\text{треб}}$, строим графики зависимостей D от μ_{Σ} , показанные на рис.4. (кривые обнаружения, рабочие характеристики), т.е.

$$D = \varphi(x_{0\text{треб}} - \mu_{\Sigma}). \quad (76)$$

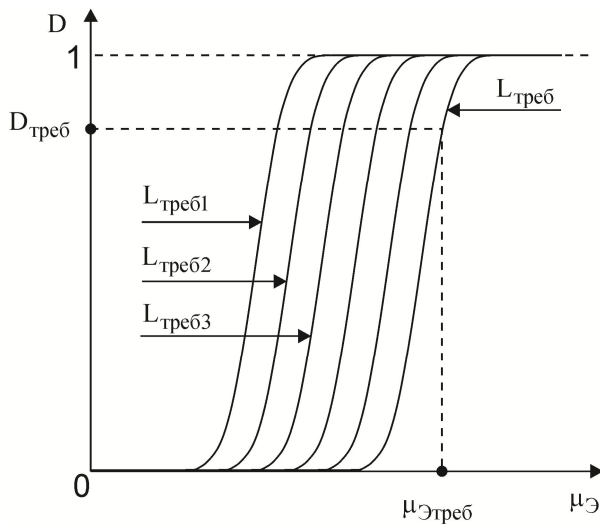


Рис. 6. Кривые обнаружения (76)

Из требуемого $D_{\text{треб}}$ находим на графиках

$$\mu_{\Sigma\text{треб}} = \sqrt{M_{\text{треб}}/2} \frac{T_{\text{строб}}^{\circ}}{T_{\text{строб}}^{\circ} + T_n^{\circ}} \approx \sqrt{M_{\text{треб}}/2} \frac{T_{\text{строб}}^{\circ}}{T_n^{\circ}}. \quad (77)$$

Величина T_n° определяется качеством приемника и определяется в процессе его калибровки. Для требуемой величины $T_{\text{строб}}^{\circ}$, подлежащей обнаружению и обеспечивающей требуемые вероятности правильного обнаружения и ложной тревоги, подбираем требуемую величину $M_{\text{треб}} = 2T_{\text{треб}} \Delta f_{\text{треб}}$, которая численно равна количеству некоррелированных отсчетов обрабатываемого процесса, участвующих в усреднении, и определяет требуемые время усреднения $T_{\text{треб}}$ и полосу частот $\Delta f_{\text{треб}}$ приемника шумового излучения.

Вариант, когда температуры помехового и полезного сигналов сравнимы

В этом случае имеет место такое уравнение наблюдения

$$u(t) = s(t) + \varepsilon \Delta s(t) + n(t), \quad \varepsilon = (0,1), \quad t \in (0, T). \quad (78)$$

Шумовым процессам, входящим в это уравнение наблюдения, соответствуют температуры $T_s^{\circ}, \Delta T_s^{\circ}$ и T_n° . Внешне остаются справедливыми алгоритмы обнаружения (12), (27). Основной помехой при обнаружении является случайный процесс, являющийся недоусреднением процессов $u^2(t)$ или $u_w^2(t)$ при интегрировании. Результатом применения этих алгоритмов является обнаружение приращения ΔT_s° на фоне суммарной температуры $T_s^{\circ} + T_n^{\circ}$. Все рассмотренные выше результаты справедливы и в этом варианте обнаружения, если в этих результатах заменить T_s° на ΔT_s° и T_n° на $T_s^{\circ} + T_n^{\circ}$. Соответствующие плотности распределения изображены на рис. 7.

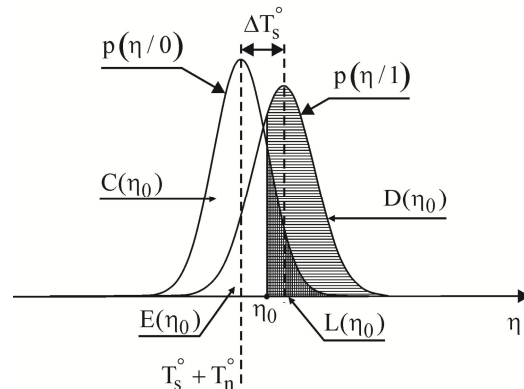


Рис. 7. Условные законы распределения вероятностей достаточных статистик η в варианте сравнимых температур T_s° и T_n°

Обнаружение прироста ΔT_s° при большом значении температуры T_s°

В этом варианте $T_s^{\circ} \gg T_n^{\circ}$ и можно считать, что $T_n^{\circ} \approx 0$. Этот случай соответствует, например, исследованиям Солнца. Уравнение наблюдения имеет такой вид

$$u(t) = s(t) + \varepsilon \Delta s(t), \quad \varepsilon = (0,1). \quad (79)$$

Обнаружению здесь подлежит приращение ΔT_s° . Все рассмотренные выше результаты справедливы и в этом варианте, если заменить T_s° на ΔT_s° и

T_n° на T_s° . Соответствующие плотности распределения изображены на рис. 8.

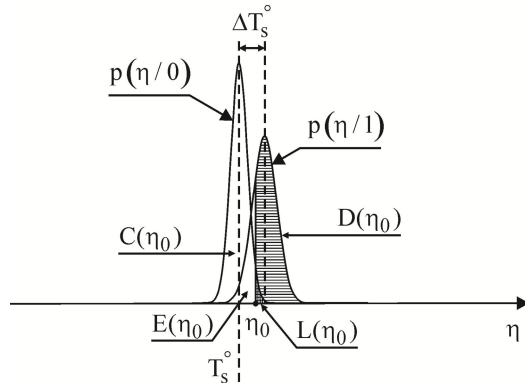


Рис. 8. Условные законы распределения вероятностей достаточных статистик η в варианте $T_s^\circ \gg T_n^\circ$

Заключение

Синтезированы оптимальные и квазиоптимальные алгоритмы обнаружения шумовых сигналов. Разработаны соответствующие структурные схемы обнаружителей с цифровой и аналоговой обработкой. Получены вероятностные и энергетические характеристики обнаружения для различных соотношений сигнал-шум.

Поступила в редакцию 1.09.2013, рассмотрена на редколлегии 18.11.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф., заведующий каф. приема, передачи и обработки сигналов А. А. Зеленский, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

ОПТИМАЛЬНИЙ ВИЯВЛЮВАЧ ШУМОВИХ СИГНАЛІВ

В. К. Волосюк

Синтезовано оптимальні та квазиоптимальні алгоритми виявлення сигналів власного радіотеплового випромінювання об'єктів дослідження. Рішення о присутності або о відсутності сигналу приймається у результаті порівняння функцій правдоподібності. Розроблено структурні схеми оптимальних та квазиоптимальних виявлювачів з дискретною та аналоговою обробкою прийнятих коливань. Отримано аналітичні вирази ймовірнісних та енергетичних характеристик виявлення для різноманітних співвідношень потужності корисного та завадового сигналів, побудовано відповідні криві виявлення.

Ключові слова: відношення правдоподібності, оптимальний алгоритм, відношення сигнал/завада, ймовірнісні та енергетичні характеристики.

OPTIMAL NOISE SIGNALS DETECTOR

V. K. Volosyuk

Optimal and quasioptimal algorithms for detection signals of own radio thermal radiation of investigated objects are synthesized. The decision on signal presence or absence is accepted as a result of likelihood functions comparison. Block diagrams of optimal and quasioptimal detectors with discrete and analog processing of the accepted fluctuations are developed. Analytical expressions of probabilistic and energy characteristics of detection for various ratios of useful and interference signals power are received, the corresponding detectability curves are constructed.

Key words: likelihood ratio, optimal algorithm, signal-to-noise ratio, probabilistic and energy characteristics.

Волосюк Валерій Константинович – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры проектирования радиоэлектронных устройств, систем и комплексов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: valeriy_volosyuk@mail.ru.

Література

1. Николаев, А. Г. Радиотеплолокация [Текст] / А. Г. Николаев, С. В. Перцов. – М. : Воениздат, 1970. – 132 с.
2. Краус, Дж. Д. Радиоастрономия [Текст] : учеб. пособие / Дж. Д. Краус ; пер. с англ. под ред. В. В. Железнякова. – М. : Сов. радио, 1973. – 456 с.
3. Михайлов, В. Ф. Микроволновая спутниковая аппаратура дистанционного зондирования Земли [Текст] : учеб. пособие / В. Ф. Михайлов, И. В. Брагин, С. И. Брагин. – СПб. : СПбГУАП, 2003. – 404 с.
4. Волосюк, В. К. Методы оптимальной обработки сигналов в пассивных радиометрических устройствах и системах [Текст] : учеб. пособие: в 3 ч. / В. К. Волосюк, В. В. Павликов, С. С. Жила. – Х. : Нац. аэрокосм. ун-т им. Н. Е. Жуковского «Харьк. авиац. ин-т», 2013. – Ч. 1. – 200 с.
5. Левин, Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Кн. 1 [Текст] / Б. Р. Левин. – М. : Советское радио, 1969. – 752 с.
6. Волосюк, В. К. Методы оптимальной обработки сигналов в пассивных радиометрических устройствах и системах [Текст] : учеб. пособие: в 3 ч. / В. К. Волосюк, В. В. Павликов, С. С. Жила. – Х. : Нац. аэрокосм. ун-т им. Н. Е. Жуковского «Харьк. авиац. ин-т», 2014. – Ч. 2. – 210 с.