УДК 621.396.1

И. В. БАРЫШЕВ, О. А. ГОРБУНЕНКО, В. И. БАРЫШЕВ

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина

ФОРМИРОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПОЛОЖЕНИЯ С ВЕРТИКАЛЬНОЙ ОБРАЗУЮЩЕЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ ИЗМЕРЕНИЙ

В статье исследованы возможности формирования поверхностей положення с вертикальной образующей (ППВО), использование которых позволяет осуществлять иные принципы проводки самолетов, кораблей по сложным маршрутам с помощью наземных, морских и спутниковых радиотехнических систем. Так при азимутальних и дальномерных измерениях можно получить ППВО в виде плоскости, измерения разности азимутов при двух измерителях дает возможность получить ППВО в виде кругового цилиндра, а суммма азимутов – гиперболический цилиндр. Измерение разности расстояний позволяет получать плоскости положения в виде пучка плоскостей.

Ключевые слова: *местоположение объекта, поверхность положення, гиперболический цилиндр, пучок плоскостей.*

Введение

При определении местоположения объектов на плоскости или в пространстве используются линии или поверхности положения, соответствующие хорошо известным методам пеленгации при обработке сигнала в многопозиционных системах [1, 2].

Полученные этими методами координаты наблюдаемого объекта (НО), точки положения (ТП) на плоскости или в пространстве и управляемого объекта (УО) могут быть применены для их совмещения на плоскости или в пространстве.

При решении некоторых задач может и отсутствовать необходимость контактного совмещения НО, ТП и УО, а достаточно вывести УО в положение над или под НО, ТП, находясь на одной вертикали с ней. К числу таких задач можно отнести задачи современного контроля с помощью беспилотных летательных аппаратов транспортных магистралей, лесных массивов, состояния ирригационных средств, газо- и нефтепроводов, новые принципы проводки (самолетов, кораблей) с помощью спутниковых радионавигационных систем и так далее.

В связи с чем, **целью настоящей статьи** является исследование возможности преобразования пространственно-измеренных параметров, таких как угловые координаты, наклонные дальности, разность расстояний в поверхности положения с вертикальной образующей. Подобного рода поверхности именуются цилиндрическими [3].

Материалы исследований

Поверхность K именуется цилиндрической поверхностью с образующей, параллельной оси OZ, если она обладает следующим свойством: какова бы ни была лежащая на этой поверхности точка $C_0(x_0, y_0, z_0)$, прямая линия, проходящая через эту точку и параллельная оси OZ, целиком лежит на поверхности K. При этом уравнение вида

$$F(x, y) = 0 , \qquad (1)$$

связывающее две переменные x и y и не содержащее z, определяет цилиндрическую поверхность с образующей, параллельной оси OZ. При этом понимается, что уравнение (1) на плоскости OXY описывает плоскую линию, которую обычно называют направляющей цилиндрической поверхности. В пространстве эта линия определяется двумя уравнениями

$$\left.\begin{array}{r} F(x, y) = 0 \\ z = 0 \end{array}\right\}, \qquad (2)$$

первое из которых характеризует рассматриваемую цилиндрическую поверхность, а второе – координатную плоскость OXY.

Таким образом, при решении задач местоопределения объектов с применением поверхностей положення с вертикальной образующей (ППВО) осуществляется переход от пространственно измеренных параметров к плоским. При этом нужно использовать линии положения, соответствующие уравнениям вида (2).

Рассмотрим несколько примеров получения уравнений вида (2) по данным измерений спутниковых или наземных радиоизмерителей.

На рис. 1 показан вариант измерения азимута пространственной точки C с помощью одного пассивного измерителя направленного действия $Б_1$.

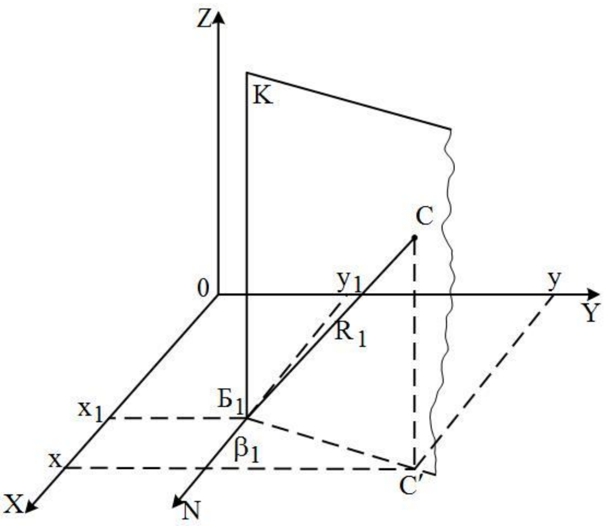

Рис. 1. Вариант измерения азимута пространственной точки с помощью одного пассивного измерителя направленного действия

При этом можно записать

$$\mathrm{tg}\beta_1 = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

или

$$x\mathrm{tg}\beta_1 - y - x_1\mathrm{tg}\beta_1 + y_1 = 0 . \quad (3)$$

Последнее выражение представляет собой уравнение прямой в плоскости OXY, проходящей через точку $Б_1$ и проекцию точки C на плоскость OXY, т.е. линию $Б_1C'$. Если через линию (3) провести полуплоскость K с вертикальной образующей, то она будет геометрическим местом точек постоянного азимута β_1.

Тогда выражение

$$x_i\mathrm{tg}\beta_1 - y_i - x_1\mathrm{tg}\beta_1 + y_1 = 0 , \quad (4)$$

где i – индекс точки, принадлежащей плоскости K, будет соответствовать уравнению цилиндрической поверхности (1).

На рис. 2 показан вариант получения цилиндрической поверхности путем измерения азимутов точки C относительно двух пассивных измерителей направленного действия ($Б_1$ и $Б_2$).

В этом случае

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{tg}\beta_1 &= \frac{y - y_1}{x - x_1}, \\ \mathrm{tg}\beta_2 &= \frac{y - y_2}{x - x_2}. \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

На линии CC' разность азимутов $\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1$ будет величиной постоянной. Определим направляющую в плоскости OXY, для которой

$$\beta_2 - \beta_1 = \Delta\beta = \mathrm{const} . \quad (6)$$

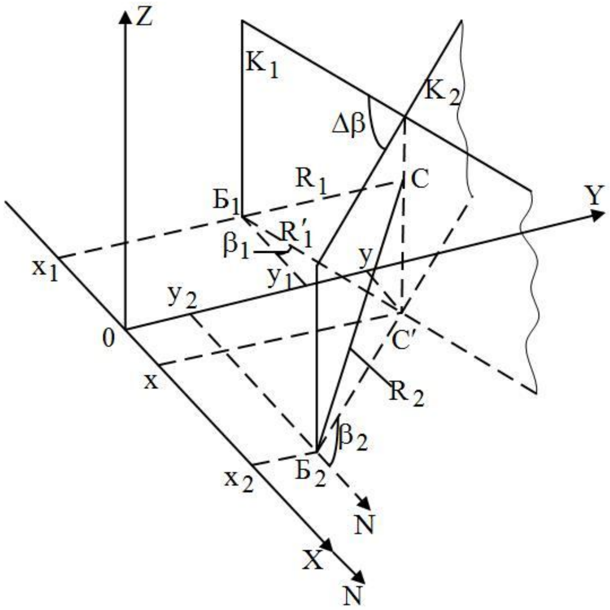

Рис. 2. Вариант получения цилиндрической поверхности путем измерения азимутов точки относительно двух пассивных измерителей направленного действия

В результате вычисления разности

$$\mathrm{arctg}\frac{y - y_2}{x - x_2} - \mathrm{arctg}\frac{y - y_1}{x - x_1} = \Delta\beta$$

можно получить уравнение вида (1).

С учетом того, что начало координат совмещается с точкой $Б_1$, запишем

$$x^2 + y^2 + \frac{y_2 - x_2\mathrm{tg}\Delta\beta}{\mathrm{tg}\Delta\beta}x - \frac{x_2 - y_2\mathrm{tg}\Delta\beta}{\mathrm{tg}\Delta\beta}y = 0 . \quad (7)$$

Соблюдая условия (6) и $\Delta\beta \neq 0$, уравнение (7) представляет собой уравнение кругового цилиндра с направляющей в плоскости OXY окружностью, проходящей через точки $Б_1$, $Б_2$, C'.

При этом

$$\left.\begin{aligned} R &= \frac{d}{2\sin\Delta\beta}, \\ x_0 &= \frac{x_2 \mathrm{tg}\Delta\beta - y_2}{2\mathrm{tg}\Delta\beta}, \\ y_0 &= \frac{x_2 + y_2 \mathrm{tg}\Delta\beta}{2\mathrm{tg}\Delta\beta}, \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

где R – радиус окружности в плоскости OXY;

x_0, y_0 – координаты центра окружности;

d – расстояние между измерителями $Б_1$ и $Б_2$.

Таким образом, геометрическое место точек постоянной разности азимутов в пространстве – круговой цилиндр.

Если ввести условие, полагая

$$\beta_1 + \beta_2 = \sum\beta = \mathrm{const}, \qquad (9)$$

то можно показать, что геометрическим местом точек постоянной суммы азимутов в пространстве является либо гиперболический цилиндр, либо пара пересекающихся плоскостей, в зависимости от параметров, входящих в уравнение, которым описывается $\sum\beta$.

Выясним возможности получения цилиндрических поверхностей при измерениях расстояний. Определение расстояния относительно одного измерителя не позволяет получить цилиндрическую поверхность, так как при этом образуется сфера. Вариант получения цилиндрической поверхности относительно двух измерителей поясняется рис. 3.

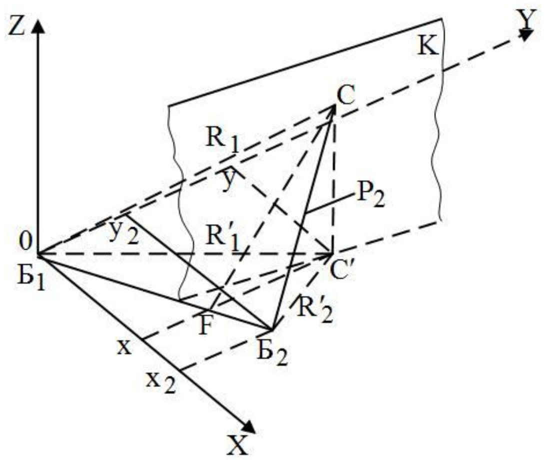

Рис. 3. Пояснение получения цилиндрической поверхности относительно двух измерителей

Здесь

$$\left.\begin{aligned} R_1^2 &= x^2 + y^2 + z^2, \\ R_2^2 &= (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + z^2. \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

Исключить координату z можно путем формирования разности квадратов расстояний

$$R_1^2 - R_2^2 = 2xx_2 + 2yy_2 - \left(x_2^2 + y_2^2\right),$$

приводя к виду (1):

$$2xx_2 + 2yy_2 - \left(x_2^2 + y_2^2\right) - \left(R_1^2 - R_2^2\right) = 0. \qquad (11)$$

В данном случае цилиндрическая поверхность образуется в виде плоскости (направляющая этой поверхности в плоскости OXY – прямая), перпендикулярной линии базы $Б_1\ Б_2$.

Действительно, если уравнение прямой, совпадающей с линией базы, представить в виде

$$xy_2 - yx_2 = 0, \qquad (12)$$

то с учетом коэффициентов при x и y в уравнениях (11) и (12) будет соблюдаться условие перпендикулярности двух прямых:

$$A_1A_2 + B_1B_2 = 0,$$

где

$$A_1 = 2x_2; \quad B_1 = 2y_2;$$
$$A_2 = y_2; \quad B_2 = -x_2.$$

Таким образом, плоскость, описываемая уравнением (11), является геометрическим местом точек постоянной разности квадратов расстояний, образующихся от двух пунктов измерения до этой плоскости.

При решении некоторых задач (представляется возможность измерения разности расстояний) целесообразно задавать уравнение (1) в виде пучка цилиндрических плоскостей:

$$\left(A_1x + B_1y + C_1\right) + \lambda\left(A_2x + B_2y + C_2\right) = 0. \qquad (13)$$

Этому уравнению удовлетворяет случай, когда коэффициент λ задается в виде отношения разностей квадратов расстояний

$$\lambda = -\frac{R_1^2 - R_2^2}{R_2^2 - R_3^2}. \qquad (14)$$

Если (14) выразить через x и y, то можно получить

$$\begin{aligned} &\left[2xx_2 + 2yy_2 - \left(x_2^2 + y_2^2\right)\right] + \\ &+\lambda\left[2x\left(x_3 - x_2\right) + 2y\left(y_3 - y_2\right) + \right. \\ &\left.\left(x_2^2 + y_2^2\right) - \left(x_3^2 + y_3^2\right)\right] = 0, \end{aligned} \qquad (15)$$

где

$$A_1 = 2x_2; \qquad A_2 = 2(x_3 - x_2);$$
$$B_1 = 2y_2; \qquad B_2 = 2(y_3 - y_2);$$
$$C_1 = -(x_2^2 + y_2^2); \quad C_2 = (x_2^2 + y_2^2) - (x_3^2 + y_3^2).$$

Следует отметить, что уравнение (15) содержит все цилиндрические плоскости, проходящие через вертикальную линию пересечения плоскостей, определяемых уравнениями

$$\left.\begin{aligned} 2xx_2 + 2yy_2 - (x_2^2 + y_2^2) = 0, \\ 2x(x_3 - x_2) + 2y(y_3 - y_2) + (x_2^2 + y_2^2) - (x_3^2 + y_3^2) = 0, \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

за исключением одной плоскости – определяемой уравнением

$$2x(x_3 - x_2) + 2y(y_3 - y_2) + (x_2^2 + y_2^2) - (x_3^2 + y_3^2) = 0$$

(она не получится из (15) ни при каком λ). Меняя λ от $-\infty$ до $+\infty$, можно найти любую плоскость пучка. Для того чтобы задать пучок плоскостей (пучок прямых на плоскости OXY) достаточно задать его центр, а для этого решить относительно точки пересечения на плоскости OXY уравнения (16). После решения получаем центр пучка в виде точки $M'(x_0, y_0)$ (рис. 4), где

$$\left.\begin{aligned} x_0 = \frac{y_3(x_2^2 + y_2^2) - y_2(x_3^2 + y_3^2)}{2(x_2y_3 - y_2x_3)}, \\ y_0 = \frac{x_2(x_3^2 + y_3^2) - x_3(x_2^2 + y_2^2)}{2(x_2y_3 - y_2x_3)}. \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Еще одним параметром, характеризующим взаимное положение плоскостей в пучке, является угол между направляющими в плоскости OXY этих плоскостей. Для определения этого угла запишем два уравнения направляющих в плоскости OXY, относящихся к одному пучку, при разных значениях λ: λ_j и λ_{kj}, где индекс j – момент времени измерения. В соответствии с (15) сгруппировав коэффициенты при x и y, можно записать

$$\left.\begin{aligned} 2x_j\left[x_2(1-\lambda_j) + \lambda_j x_3\right] + 2y_j\left[y_2(1-\lambda_j) + \lambda_j y_3\right] - \\ -\left[(x_2^2 + y_2^2)(1-\lambda_j) + \lambda_j(x_3^2 + y_3^2)\right] = 0, \\ 2x_{kj}\left[x_2(1-\lambda_{kj}) + \lambda_{kj} x_3\right] + 2y_{kj}\left[y_2(1-\lambda_{kj}) + \lambda_{kj} y_3\right] - \\ -\left[(x_2^2 + y_2^2)(1-\lambda_{kj}) + \lambda_{kj}(x_3^2 + y_3^2)\right] = 0, \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

где

$$A_{1j} = 2\left[x_2(1-\lambda_j) + \lambda_j x_3\right];$$
$$B_{1j} = 2\left[y_2(1-\lambda_j) + \lambda_j y_3\right];$$
$$D_{1j} = \left[(x_2^2 + y_2^2)(1-\lambda_j) + \lambda_j(x_3^2 + y_3^2)\right];$$
$$A_{2j} = 2\left[x_2(1-\lambda_{kj}) + \lambda_{kj} x_3\right];$$
$$B_{2j} = 2\left[y_2(1-\lambda_{kj}) + \lambda_{kj} y_3\right];$$
$$D_{2j} = \left[(x_2^2 + y_2^2)(1-\lambda_{kj}) + \lambda_{kj}(x_3^2 + y_3^2)\right].$$

Учитывая, что

$$\mathrm{tg}\Delta\beta_j = \frac{A_{1j}B_{2j} - A_{2j}B_{1j}}{A_{1j}B_{2j} + B_{1j}B_{2j}},$$

где $\Delta\beta_j$ – угол между прямыми (18), после соответствующих подстановок и преобразований получим

$$\mathrm{tg}\Delta\beta_j = d_1d_2(\lambda_{kj} - \lambda_j)\sin(B - A) \Big/ \Big[(1-\lambda_j)(1-\lambda_{kj})d_1^2 + $$
$$+ d_1d_2(\lambda_j - 2\lambda_j\lambda_{kj} + \lambda_{kj})\cos(B - A) + d_1^2\lambda_j\lambda_{kj}\Big], \tag{19}$$

где d_1 – базовое расстояние между измерителями $Б_1$, $Б_2$;

d_2 – базовое расстояние между измерителями $Б_2$, $Б_3$;

A – угол, образованный направлением базы ($Б_1 - Б_2$) и осью координат OX;

B – угол, образованный направлением базы ($Б_2 - Б_3$) и осью координат OX.

На рис. 4 показаны две плоскости, характеризуемые соответственно параметрами λ_j и λ_{kj}, которые относятся к пучку плоскостей с центральной линией MM', где точка M' определяется координатами (17). Эти плоскости являются геометрическим местом точек постоянного параметра λ (14).

Заключение

Показана возможность формирования поверхностей положения с вертикальной образующей (ППВО) радиотехническими средствами измерений для совмещения на одной вертикали наблюдаемого объекта или точки положения и управляемого объекта. Предложены варианты построения ППВО,

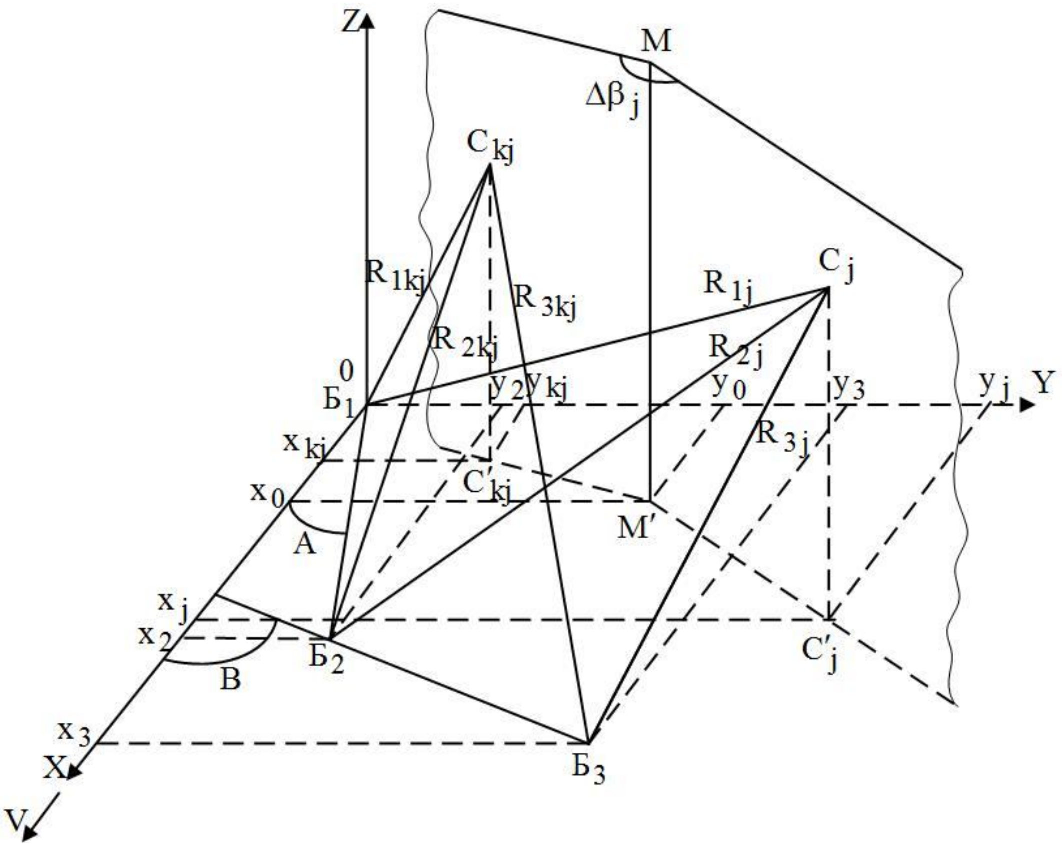

Рис. 4. Две плоскости, характеризуемые соответственно параметрами λ_j и λ_{kj}, которые относятся к пучку плоскостей с центральной линией MM′

основанные на применении различных физических параметров, из которых наиболее приемлемы для практического использования по экономическим соображения являются β-пеленгация; по точности характеристик β, P и λ-пеленгации.

Один из возможных вариантов исследования поверхностей с вертикальной образующей приведен в [4]. Здесь показан метод посадки летательных аппаратов на необорудованные штатными радиотехническими средствами рабочие поверхности взлетно-посадочной полосы в чрезвычайных ситуациях. Применение ППВО позволяет пользоваться плоскими координатами для определения взаимного положения НО, ТП и УО по пространственно измеренным параметрам их движения, что сокращает объем вычислительных операций, а также исключить необходимость измерения высоты или угла места воздушного объекта при определении его местоположения.

Литература

1. Болотов, М. И. Введение в теорию радиолокационных систем [Текст] : монография / М. И. Болотов, В. А. Вяхирев, В. В. Девотчак. – Красноярск : Сибирский Федеральный Университет, 2012. – 394 с.

2. TRES: Multiradar-multisensor data processing assessment using opportunity targets [Text] / J. Besada, G. de Miguel, A. Soto, J. Garcia, R. Alcazar, E. Voet // Radar Conference, 2008. RADAR '08. IEEE, 26-30 May 2008. – Rome, 2008. – P. 1-6.

3. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Текст] / Д. В. Беклемишев. – М. : Физматлит, 2009. – 309 с.

4. Барышев, И. В. Радиотехническое обеспечение взлетно-посадочной полосы в чрезвычайных ситуациях [Текст] / И. В. Барышев, П. А. Вавренюк // Радиоэлектронные и компьютерные системы. – 2014. – № 2(66). – С. 16-28.

Поступила в редакцию 2.06.2015, рассмотрена на редколлегии 18.06.2015

ФОРМУВАННЯ ПОВЕРХОНЬ ПОЛОЖЕНННЯ З ВЕРТИКАЛЬНОЮ ТВІРНОЮ РАДИОТЕХНІЧНИМИ СИСТЕМАМИ ВИМІРЮВАНЬ

І. В. Баришев, О. А. Горбуненко, В. І. Баришев

У статті досліджено можливості формування поверхонь положення з вертикальною твірною (ППВТ), використання яких дозволяє здійснювати інші принципи супроводу літаків, кораблів по складних маршрутах за допомогою наземних, морських і супутникових радіотехнічних систем. Так при азимутальних і далекомірних вимірах можна отримати ППВТ у вигляді площини, вимірювання різниці азимутів при двох вимірниках дає можливість отримати ППВТ у вигляді кругового циліндра, а суммму азимутів - гіперболічний циліндр. Вимірювання різниці відстаней дозволяє отримувати площині положення у вигляді пучка площин.

Ключові слова: місце розташування об'єкта, поверхня положення, гіперболічний циліндр, пучок площин.

POSITION SURFACE WITH VERTICAL GENERATING LINE FORMATION BY RADIOTECHNICAL MEASURING SYSTEMS

I. V. Baryshev, O. A. Gorbunenko, V. I. Baryshev

This paper deals with the problem of position surface with vertical generating line (PSVGL) formation. This position surface allows to implement different guidance principles of aircrafts and vessels following complex trajectories with the use of ground, sea based and satellite radiotechnical systems. Having azimuth and range measurements, PSVGL takes the form of a plane, two azimuth differences - circular cylinder, and two azimuth sums - hyperbolic cylinder. In case of measuring range differences, position plane takes the form of bundle of planes.

Keywords: object position, position surface, hyperbolic cylinder, bundle of planes.

Барышев Игорь Владимирович – д-р техн. наук, профессор, професор кафедры проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.

Горбуненко Ольга Анатольевна – канд. техн. наук, доцент кафедры проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина, e-mail: Gorbunenko_Olga@mail.ru

Барышев Владимир Игоревич - канд. техн. наук, ведущий инженер кафедры проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.