УДК 519.24: 62

Н. Д. КОШЕВОЙ, А. В. ПАВЛИК, В. В. СЫТНИК

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина

КОМБИНАТОРНО-ГРАФОВЫЙ МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ПЛАНОВ МНОГОФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Предложен метод построения оптимальных планов многофакторного эксперимента (МФЭ), учитывающих стоимости изменения уровней факторов. Для формального описания преобразований планов МФЭ предложено представление их в виде графов специального вида Ф-графов - ориентированных взвешенных графов с раскрашенными вершинами. Рассмотрены операции на множестве Ф-графов, исследованы их свойства, определены факторы, влияющие на раскраску вершин графа и его стоимость. Сформулирована задача поиска оптимальных планов МФЭ, учитывающих стоимости изменений уровней факторов. Рассмотрено решение поэтапных задач метода: формирование множества вариантов графических разбиений графов, оценка стоимости их реализации, определение характеристик графов минимальной стоимости; формирование плана МФЭ на основании полученных раскрасок вершин. Приведены примеры построения оптимальных планов МФЭ. С помощью предложенного комбинаторно-графового метода решена задача построения каталогов оптимальных планов МФЭ без проведения полного перебора. Применение каталогов существенно упрощает решение задачи построения оптимальных планов МФЭ, учитывающих стоимость изменения уровней факторов.

Ключевые слова: *активный эксперимент, комбинаторный план, многофакторный эксперимент, оптимизация, план эксперимента, граф, фактор.*

Постановка проблемы

Метод планирования эксперимента является одним из наиболее эффективных методов построения статистических математических моделей различных объектов и процессов [1]. Применение планирования эксперимента делает поведение экспериментатора целенаправленным и организованным, существенно способствует повышению производительности его труда и надежности полученных результатов [2].

Проблема уменьшения материальных и временных затрат при проведении экспериментальных исследований за счет разработки и внедрения методов синтеза оптимальных планов экспериментов в условиях ограниченных материальных и временных ресурсов является актуальной [3, 4].

Анализ последних исследований и публикаций

Значительный вклад в развитие теории планирования эксперимента внесли работы Ю. П. Адлера, В. Г. Горского, Г. К. Круга, Е. В. Марковой, В. В. Налимова, H. O. Hartley, J. Kiefer и др. [5, 6]. Известные стратегии и методы планирования эксперимента имеют ограничение на количество учитываемых факторов, сложную алгоритмизацию, не имеют общего подхода, во многих случаях характеризуются субъективностью опытов, необходимых для построения адекватной математической модели, не учитывают стоимости опытов плана эксперимента.

При активном эксперименте экспериментатор может менять значения факторов по заданной программе путем изменения порядка выполнения опытов. Построение комбинаторных планов, учитывающих стоимость изменения уровней факторов, рассмотрено в работах [7, 8]. Е. М. Костенко [9, 10] предложила метод синтеза оптимальных комбинаторных планов многофакторного эксперимента (МФЭ), основанный на теории серийных последовательностей. Этот метод имеет ряд недостатков – сложную формализацию, рассмотрение, в ряде случаев, неперспективных вариантов. Основная задача - разработка методов, позволяющих уменьшить количество рассматриваемых вариантов.

Цель работы

Разработка комбинаторно-графового метода построения оптимальных планов МФЭ, учитывающих стоимость изменения уровней факторов в процессе проведения эксперимента, позволяющего рассматривать только перспективные варианты планов.

Основные результаты исследований

Для формального представления планов многофакторного эксперимента, которые учитывают порядок изменения уровней факторов, разработан комбинаторно-графовый метод, в основе которого лежит использование графов специального вида, называемых в дальнейшем Ф-графами, которые отражают последовательность изменения уровней факторов при проведении эксперимента.

Рассмотрим план МФЭ, приведенный в табл. 1, и заданную стоимость изменений уровней факторов (табл. 2).

Таблица 1

План МФЭ

Номер опыта	Значения уровней факторов			
	X_1	X_2	…	X_n
1	z^1_1	z^2_1	…	z^n_1
…				
i	z^1_i	z^2_i	…	z^n_i
…				
2^n	$z^1{}_2n$	$z^2{}_2n$	…	$z^n{}_2n$

Таблица 2

Стоимости изменений уровней факторов

Обозначения факторов	Стоимость изменений уровней (усл. ед.)	
	из «–1» в «+1»	из «+1» в «–1»
X_1	$C^{-+}(X_1)$	$C^{+-}(X_1)$
…		
X_n	$C^{-+}(X_n)$	$C^{+-}(X_n)$

Ф-граф является ориентированным взвешенным графом. Все вершины пронумерованы, и их номер соответствует номеру опыта в плане МФЭ. Количество вершин в графе $k = 2^n$, вершина v_1 называется начальной, а вершина v_{2n} – конечной. Все Ф-графы имеют единственный маршрут $v_1, v_2, \ldots, v_{2n}$ и представляют собой последовательно соединенные вершины графа. Отличие состоит в том, что вершины графов имеют различную раскраску, а ребра графов имеют различный вес (стоимость).

С точки зрения раскраски множество вершин Ф-графа $V=\{v_1,\ldots v_{2n}\}$ разбито на два подмножества V_1 и V_2, количество вершин в которых соответственно k_1 и k_2, причем $k_1 = k_2 = 2^{n-1}$. Будем полагать, что множество вершин V_1 окрашены в цвет $Ц_1$ и соответствуют опытам, в которых соответствующий фактор принимает значение «-1», а множество вершин V_2 окрашены в цвет $Ц_2$ и соответствуют опытам, в которых соответствующий фактор принимает значение «+1».

Например, для плана МФЭ, приведенного в табл. 3, для заданной раскраски вершин графов (табл. 4) Ф-графы имеют вид, приведенный на рис. 1. При описании характеристик нескольких Ф-графов верхний индекс указывает на номер Ф-графа.

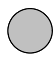
Таблица 3

План МФЭ

№ п/п	X_1	X_2	X_3	№ п/п	X_1	X_2	X_3
1	–1	–1	+1	2	+1	+1	-1
3	+1	-1	–1	4	–1	+1	–1
5	–1	+1	+1	6	+1	+1	+1
7	-1	-1	-1	8	+1	–1	+1

Таблица 4

Раскраска вершин графов

Множество вершин	**Граф $Ф^1$**	**Граф $Ф^2$**	**Граф $Ф^3$**
V_1	○	⊖	⊙
V_2	●	⦶	

Вес (стоимость) ребра, связывающего вершину v^p_i и вершину v^p_{i+1}, обозначенный $d^p_{i,i+1}$, определяется следующим образом:

$d^p_{i,i+1} = C^{-+}(X_p)$, если $v^p_i \in V^p_1$, $v^p_{i+1} \in V^p_2$;

$d^p_{i,i+1} = C^{+-}(X_p)$, если $v^p_i \in V^p_2$, $v^p_{i+1} \in V^p_1$;

$d^p_{i,i+1} = 0$, если $v^p_i \in V^p_1$, $v^p_{i+1} \in V^p_1$ или $v^p_i \in V^p_2$, $v^p_{i+1} \in V^p_2$;

$i = 1,\ldots,2^n - 1$; $p = 1,\ldots, n$.

Стоимость Ф-графа определяется суммой весов его ребер, т.е. $C(Ф^p) = \sum_{i=1}^{2^n-1} d^p_{i,i+1}$.

Для количественного отображения значений цветов в графе $Ф^i$ будем полагать, что раскраске вершин из множества V^i_1 соответствует значение r = 0, а раскраске вершин из множества V^i_2 соответствует значение $r = 2^{i-1}$. В результате раскраска вершин графа, полученного с помощью операции объединения Ф-графов, после соответствующего преоб-

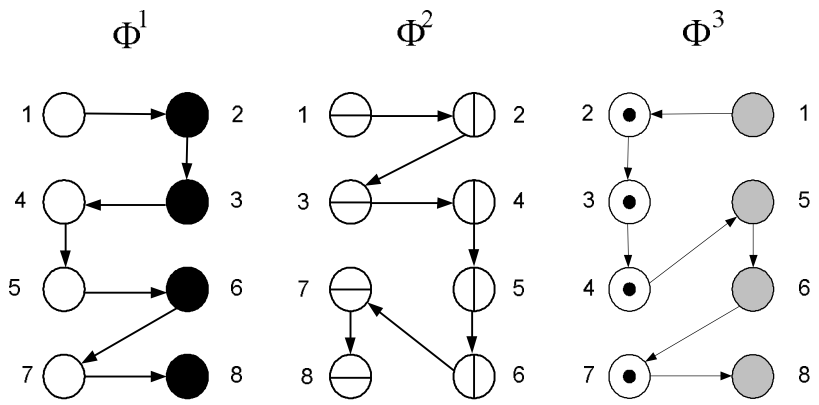


Рис. 1. Ф-графы для заданного плана эксперимента

разования в двоичный код однозначно описывает раскраску вершин исходных 2-раскрашенных графов.

На множестве Ф-графов введена операция объединения. Объединением графов $Ф^1$ с раскраской вершин

$$R^1 = \{r^1_1, r^1_2, \ldots, r^1_2 n\}$$

и весами ребер

$$D^1 = \{d^1_{1,2},\ d^1_{2,3}, \ldots,\ d^1_2 n_{-1,2} n\}$$

и графа $Ф^2$ с раскраской вершин

$$R^2 = \{r^2_1, r^2_2, \ldots, r^2_2 n\}$$

и весами ребер

$$D^2 = \{d^2_{1,2},\ d^2_{2,3}, \ldots,\ d^2_2 n_{-1,2} n\}$$

называется граф $Ф^3$ с раскраской вершин

$$R^3 = \{r^3_1, r^3_2, \ldots, r^3_2 n\}$$

и весами ребер
\

$$D^3 = \{d^3_{1,2},\ d^3_{2,3}, \ldots,\ d^3_2 n_{-1,2} n\},$$

где

$$r^3_i = r^1_i + r^2_i;\quad d^3_i = d^1_i + d^2_i;\quad i = 1, \ldots, 2^n.$$

Граф плана МФЭ $Ф^п$ является объединением Ф-графов факторов, т.е. $Ф^П = \bigcup_{i=1}^{n} Ф^i$. Стоимость графа $Ф^п$ определяется стоимостями составляющих его Ф-графов, т.е. $C(Ф^П) = \sum_{p=1}^{n} C(Ф^p)$. Графы $Ф^п$, имеющие различные раскраски вершин, но одинаковую стоимость называются С-эквивалентными.

Декомпозиция графа $Ф^п$ плана эксперимента на Ф-графы производится на основании раскрасок графа $Ф^п$, заданных множеством $R^п = \{r^п_1, r^п_2, \ldots, r^п_2 n\}$. Для заданных стоимостей изменения уровней факторов $C^{-+}(X_p)$, $C^{+-}(X_p)$, $p = 1, \ldots, n$ определяются веса ребер Ф-графов и их стоимость.

Стоимость графа $Ф^п$ определяется стоимостью составляющих его Ф-графов. Множество ребер Ф-графа $Ф^p$ ($p = 1, \ldots, n$) можно разбить на два вида:

- пассивные ребра, имеющие стоимость 0 (соединяющие вершины одного цвета);

- активные ребра, имеющие стоимость $d^p_{i,i+1} = C^{-+}(X_p)$ (соединяющие вершины из множеств V^p_1 и V^p_2) или $d^p_{i,i+1} = C^{+-}(X_p)$ (соединяющие вершины из множеств V^p_2 и V^p_1).

Для оценки стоимости Ф-графа необходимо знать цвет начальной вершины r^p_1 графа $Ф^p$ и количество его активных ребер t^p ($p=1, \ldots, n$). Общее количество активных ребер T в графе $Ф^П = \bigcup_{i=1}^{n} Ф^i$ соответственно равно $T = \sum_{i=1}^{n} t^i$.

Изменение раскраски вершин графа $Ф^п$ для заданных стоимостей изменения уровней факторов существенно влияет на его стоимость. Рассмотрение полного множества раскрасок вершин графа возможно только для $n \le 3$. Для большего количества факторов необходимо разрабатывать новые методы.

В общем случае, задача поиска оптимальных планов МФЭ, учитывающих стоимости изменений уровней факторов может быть сформулирована следующим образом.

Для заданных значений стоимостей изменения уровней факторов $C^{-+}(X_p)$, $C^{+-}(X_p)$, $p = 1, \ldots, n$ найти раскраску $R^п = \{r^п_1, \ldots,\ r^п_2 n\}$ графа $Ф^п$, для которого хроматическое число $\chi(Ф^п) = 2^n$ и

$$\sum_{p=1}^{n}\sum_{i=1}^{2^n-1} d^p_{i,i+1} \to \min.$$

Решение поставленной задачи состоит из следующих этапов.

Этап 1. Определение минимального количества активных ребер Ф-графов, образующих $Ф^п$ граф.

Этап 2. Формирование множества вариантов графических разбиений $Ф^п$ графа на Ф-графы.

Этап 3. Оценка стоимости $Ф^п$ графов для различных графических разбиений и определение характеристик $Ф^п$ графов, соответствующих оптимальным планам МФЭ.

Этап 4. Определение вида Ф-графов, составляющих $Ф^п$ граф с минимальной стоимостью.

Этап 5. Формирование плана МФЭ на основании полученных раскрасок вершин $Ф^п$ графа и вариантов реализации графа $Ф^п$.

Рассмотрим решение поэтапных задач метода.

Значение общего количества активных ребер T определяется количеством изменений уровней факторов в плане МФЭ. В работах [9,10] доказано, что для полного факторного эксперимента $T_{min} = 2^n-1$ и задача поиска оптимального варианта сводится к распределению этого значения между Ф-графами и определению их вида. Предложенный в работе [10] метод имеет высокую сложность, в нем не формализован процесс определения вида плана МФЭ для полученного разбиения. В ряде случаев известный метод рассматривает неперспективные варианты, что приводит к необходимости повторных расчетов. В данной работе предлагается вести поиск на множестве графических разбиений значения T_{min}, т.е. таких разбиений, для которых существует хотя бы один $Ф^п$ граф, соответствующий этому разбиению с $\chi(Ф^п) = 2^n$. Разработана процедура построения множества графических разбиений для заданного значения количества факторов n, которая состоит в формировании разбиений числа $T = 2^n-1$ на слагаемые

$$T = t_1 + t_2 + \dots t_n,$$

где $t_{i+1} \geq t_i$; $i = 1,\dots, n-1$; $t_n \leq 2^{n-1}$ и исключения неграфических разбиений.

Получены оценки общего количества разбиений $\sigma(n)$ и количества графических разбиений h (n) для $n = 3,\dots,6$, приведенные в табл. 5.

Таблица 5

Значения общего количества разбиений σ и количество графических разбиений h для $n = 3,\dots,6$

n	3	4	5	6
σ	4	27	427	15944
h	3	18	299	12375

Рассмотрение графических разбиений позволяет исключить из рассмотрения неперспективные варианты и сократить время поиска оптимальных планов МФЭ.

Задача выбора оптимального плана МФЭ состоит в поиске среди множества возможных решений минимального по стоимости. Множество возможных решений формируется на основании множества графических разбиений и множества видов Ф-графов для каждого разбиения. Для каждого решения необходимо рассмотреть варианты реализации образующих Ф-графов, т.к. при различной стоимости изменений уровней факторов будет меняться и стоимость $Ф^п$ графа, т.е. нужно определить какие факторы реализуются какими Ф-графами.

Обозначим множество графических разбиений

$$T^g = \{T^1,\dots, T^h\},$$

где h- количество графических разбиений.

Разбиение $T^i = \{t^i_1,\dots, t^i_n\}$, $i=1,\dots,n$ – указывает на количество активных ребер в соответствующих Ф-графах.

На стоимость реализации графа $Ф^п$ влияет раскраска его первой вершины, которая определяет раскраску первых вершин образующих Ф-графов. Количество вариантов раскраски первой вершины $q = 2^n$. Множество вариантов раскраски первой вершины графа $Ф^п$ обозначим

$$B = \{B^1, \dots, B^q\},$$

где j-й вариант раскраски $B^j = \{b^j_1,\dots, b^j_n\}$ указывает на раскраску первых вершин соответствующих образующих Ф-графов. Значение b^j_s указывает на раскраску первой вершины s-го Ф-графа в j-м варианте, $s = 1,\dots,n$. Следует отметить, что для заданных значений множества T и множества B вид образующих Ф-графов, в общем случае, будет различным, но стоимость реализации $Ф^п$ графа будет одинаковая.

Множество вариантов реализации $Ф^п$ графа обозначим

$$Y = \{Y^1,\dots, Y^u\},$$

где количество вариантов реализации $u = n!$. Вариант реализации $Y^m = \{y^m_1,\dots, y^m_n\}$, $m =1,\dots,u$, указывает, что граф $Ф^s$ соответствует фактору y^m_s, стоимости изменений уровней которого соответственно $C^{-+}_{y^m_s}, C^{+-}_{y^m_s}$, $s=1,\dots,n$.

Стоимость Ф-графа с характеристиками $C^{-+}_{y^m_s}, C^{+-}_{y^m_s}$, t^i_s, b^j_s y^m_s определяется следующим образом:

$$C(t_s^i, b_s^j, y_s^m) = (C_{y_s^m}^{-+} + C_{y_s^m}^{+-}) \times [t_s^i / 2]),$$

при $t^i_s = 2\times\beta$;

$$C(t_s^i, b_s^j, y_s^m) = (C_{y_s^m}^{-+} + C_{y_s^m}^{+-}) \times [t_s^i / 2] +$$

$$+ (C_{y_s^m}^{-+} \times (1 - b_s^i) + C_{y_s^m}^{+-} \times b_s^j),$$

при $t^i_s = 2\times\beta+1$;
где $\beta = 0,1,2,\ldots$; [e] -целая часть от e.

Стоимость реализации $\Phi^п$ графа для реализации варианта T^i, B^j, Y^m определяется следующим образом:

$$C(T^i, B^j, Y^m) = \sum_{s=1}^{n} (((C_{y_s^m}^{-+} + C_{y_s^m}^{+-}) \times [t_s^i / 2]) +$$

$$+ (t_s^i - 2 \times [t_s^i / 2]) \times (C_{y_s^m}^{-+} \times (1 - b_s^i) + C_{y_s^m}^{+-} \times b_s^j)).$$

При описании процедуры определения характеристик оптимальных планов МФЭ использованы следующие обозначения:

i - текущий номер графического разбиения;

j - текущий номер варианта раскраски первой вершины $\Phi^п$ графа;

m - текущий номер варианта реализации $\Phi^п$ графа;

C_{min} - минимальная стоимость реализации $\Phi^п$ графа;

T^{min} - графическое разбиение оптимального $\Phi^п$ графа;

B^{min} - вариант раскраски первой вершины оптимального $\Phi^п$ графа;

Y^{min} - вариант реализации $\Phi^п$ графа;

«$\rightarrow$» означает запись соответствующего множества.

Процедура определения характеристик оптимальных планов МФЭ состоит из следующих этапов:

Этап 1. $C_{min} = C(T^1, B^1, Y^1)$.

Этап 2. $T^1 \rightarrow T^{min}$, $B^1 \rightarrow B^{min}$, $Y^1 \rightarrow Y^{min}$.

Этап 3. i = 1.

Этап 4. i = i+1. Формируем вариант графического разбиения T^i.

Этап 5. j = 0.

Этап 6. j = j+1. Формируем вариант раскраски первой вершины $\Phi^п$ графа B^j.

Этап 7. m = 0.

Этап 8. m = m+1. Формируем вариант реализации $\Phi^п$ графа Y^m.

Этап 9. Определяем стоимость $C(T^i, B^j, Y^m)$.

Этап 10. Если $C(T^i, B^j, Y^m) \geq C_{min}$, то переходим к этапу 13.

Этап 11. $C_{min} = C(T^i, B^j, Y^m)$.

Этап 12. $T^i \rightarrow T^{min}$, $B^j \rightarrow B^{min}$, $Y^m \rightarrow Y^{min}$.

Этап 13. Если $m < n!$ переходим к этапу 8.

Этап 14. Если $j < 2^n$ переходим к этапу 6.

Этап 15. Если $i < u$ переходим к этапу 4.

Этап 16. Конец.

Количество вариантов, которые необходимо проанализировать в предложенном методе (обозначено N_g) определяется количеством графических разбиений h, количеством вариантов раскраски первой вершины графа $\Phi^п$ q, количеством реализаций графа $\Phi^п$ u: $N_g = h\times2^n\times n!$. При полном переборе всех вариантов перестановок количество вариантов $N_{per} = (2^n)!$. В табл. 6 приведены значения h, q, u, N_g и N_{per} для n = 2,…,6. Приведенные результаты показывают, что предложенный метод позволяет существенно сократить количество рассматриваемых вариантов.

Таблица 6

Количество рассматриваемых вариантов h, q, u, $N_g(n)$ и $N_{per}(n)$, n = 2,..., 6

n	h	q	u	N_g	N_{per}
2	1	4	2	8	24
3	3	8	6	144	40320
4	18	16	24	6912	$2,1\text{x}10^{13}$
5	299	32	120	$1,1\times10^6$	$2,6\text{x}10^{35}$
6	12375	64	720	$5,7\times10^8$	$1,2\text{x}10^{89}$

Следующий этап - определение вида оптимальных планов МФЭ на основании их характеристик, полученных в предыдущем разделе.

При описании процедуры определения вида оптимальных планов МФЭ использованы следующие обозначения:

$T = \{t_1, t_2, \ldots, t_n\}$ - заданное графическое разбиения;

$B = \{b_1, b_2, \ldots, b_n\}$ - раскраска первых вершин образующих графов;

$Y = \{Y^1, \ldots, Y^u\}$ - вариант реализации графа $\Phi^п$;

$L = \{l_1, l_i, \ldots, l_n\}$ - количество Ф-графов, имеющих t_i активных ребер и цвет первой вершины b_i, $i=1,\ldots,n$;

$\Phi(t_i, b_i)$ - множество Ф-графов с характеристиками t_i и b_i;

$K = \{k_1, k_2, \ldots, k_n\}$ - текущие номера образующих Ф-графов;

$\Phi(t_i, b_i, k_i)$ - граф с номером k_i в множестве Ф-графов с характеристиками t_i и b_i;

λ - количество Ф-графов, участвующих в объединении на соответствующем этапе;

$E(\Phi^1 \cup \ldots \cup \Phi^\lambda)$ - количество различных цветов вершин графа $\Phi^1 \cup \ldots \cup \Phi^\lambda$.

$W(\Phi^1 \cup \ldots \cup \Phi^\lambda) = \{w_0, w_1, \ldots w_{2^\lambda-1}\}$ - описание количества вершин графа $\Phi^1 \cup \ldots \cup \Phi^\lambda$, имеющих одинаковый цвет.

Процедура определения характеристик оптимальных планов МФЭ состоит из следующих этапов:

Этап 1. $k_1 = 0$.

Этап 2. $k_1 = k_1+1$.

Этап 3. $Ф^1 = Ф(t_1, b_1, k_1)$.

Этап 4. $k_2 = 0$.

Этап 5. $k_2 = k_2+1$.

Этап 6. $Ф^2 = Ф(t_2, b_2, k_2)$.

Этап 7. Определяем $E(Ф^1 \cup Ф^2)$.

Этап 8. Если $E(Ф^1 \cup Ф^2) < 4$, то переходим к этапу 19.

Этап 9. Определяем $W(Ф^1 \cup Ф^2) = \{w_1, w_2, w_3, w_4\}$.

Этап 10. Если $w_i \neq 2^{n-2}$, $i = 1,\ldots,w_4$, то переходим к этапу 19.

Этап 11. $k_3 = 0$.

Этап 12. $k_3 = k_3+1$.

…

Этап 13. $k_n = 0$.

Этап 14. $k_n = k_n + 1$.

Этап 15. $Ф^n=Ф(t_n, b_n, k_n)$.

Этап 16. Определяем $E(Ф_1 \cup \ldots \cup Ф_n)$.

Этап 17. Если $E(Ф_1 \cup \ldots \cup Ф_n) = 2^n$, то переходим к этапу 21.

Этап 18. Если $k_n < l_n$,переходим к этапу 14.

...

Этап 19. Если $k_2 < l_2$, то переходим к этапу 5.

Этап 20. Если $k_1 < l_1$, то переходим к этапу 2.

Этап 21. Формирование плана МФЭ на основании полученных Ф-графов и варианта реализации $Ф^п$ графа $Y = \{Y^1,\ldots, Y^u\}$

Этап 22. Конец.

С помощью описанной процедуры определения вида оптимального плана МФЭ с заданными характеристиками были построены каталоги типовых вариантов оптимальных планов МФЭ. Применение каталогов существенно упрощает решение задачи построения оптимальных планов МФЭ, учитывающих стоимость изменения уровней факторов.

Заключение

Разработан комбинаторно-графовый метод построения оптимальных планов многофакторного эксперимента, которые учитывают стоимость изменения уровней факторов, основанный на представлении планов эксперимента в виде графов специального вида и их преобразований, что позволяет строить оптимальные комбинаторные планы без перебора вариантов перестановок опытов.

Предложена процедура построения каталогов оптимальных планов МФЭ. Разработаны каталоги оптимальных планов МФЭ, применение которых существенно упрощает решение задачи построения оптимальных планов МФЭ, учитывающих стоимость изменения уровней факторов.

Литература

1. Wu, C. F. Experiments: Planning, Analysis, and Optimization [Text] / C. F. Wu, M. S. Hamada. – New York : John Wiley & Sons, 2009. – 716 p.

2. Montgomery, D. C. Design and Analysis of Experiments [Text] / D. C. Montgomery. – New York : John Wiley &Sons, 2009. – 215 p.

3. Myers, R. H. Response Surface Methodology: Process and Product Optimization using Designed Experiments [Text] / R. H. Myers, D. C. Montgomery. – New York : John Wiley & Sons, 2009. – 278 p.

4. Jones, B. C. Efficient designs with minimal aliasing [Text] / B. C. Jones, C. J. Nachtsheim // Technometrics. – 2011. – № 53. – P. 62–71.

5. Круг, Г. К. Современное состояние и перспективы развития планирования и автоматизации эксперимента в научных исследованиях [Текст] / Г. К. Круг // Материалы конф. – М., 1974. – С. 4 - 18.

6. Налимов, В. В. Логические основания планирования эксперимента [Текст] / В. В. Налимов, Т. И. Голикова. – М. : Металлургия, 1976. – 128 с.

7. Кошевой, Н. Д. Оптимальное по стоимостным и временным затратам планирование эксперимента [Текст] : монография / Н. Д. Кошевой, Е. М. Костенко. – Полтава : издатель Шевченко Р. В., 2013. – 316 с.

8. Optimum planning of experiment in manufacturing the electronic equipment [Text] / N. D. Koshevoy, E. M. Kostenko, V. A. Gordienko, V. P. Syroklyn // Telecommunications and Radio Engineering. – 2011. – Vol. 70, № 8. – P. 731–734.

9. Костенко, Е. М. Перечисление типовых планов многофакторного эксперимента [Текст] / Е. М. Костенко // Вісник Полтавської державної аграрної академії. – Полтава : ПДАА. – 2013. – № 1. – С. 146–150.

10. Костенко, Е. М. Метод построения оптимальных планов многофакторного эксперимента на основе символьных последовательностей [Электронный ресурс] / Е. М. Костенко // Современные научные исследования и инновации. – Март, 2013. – Режим доступа: htth://web.snauka.ru/issues/ 2013/03/23024. – 12.07.2015.

Поступила в редакцию 9.11.2015, рассмотрена на редколлегии 18.11.2015

КОМБІНАТОРНО-ГРАФОВИЙ МЕТОД ПОБУДОВИ ОПТИМАЛЬНИХ ПЛАНІВ БАГАТОФАКТОРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

М. Д. Кошовий, Г. В. Павлик, В. В. Ситник

Запропоновано метод побудови оптимальних планів багатофакторного експерименту (МФЭ), що враховують вартості зміни рівнів факторів. Для формального опису перетворень планів БФЕ запропоновано подання їх у вигляді графів спеціального виду Ф-графів – орієнтованих зважених графів з розфарбованими вершинами. Розглянуто операції на множині Ф-графів, досліджено їхні властивості, визначено фактори, що впливають на розфарбування вершин графа і його вартість. Сформульовано задачу пошуку оптимальних планів БФЕ, що враховують вартості змін рівнів факторів. Розглянуто рішення поетапних задач методу: формування множини варіантів графічних розбиттів графів, оцінка вартості їхньої реалізації, визначення характеристик графів мінімальної вартості; формування плану БФЕ на підставі отриманих розфарбувань вершин. Наведено приклади побудови оптимальних планів БФЕ. За допомогою запропонованого комбінаторно-графового методу вирішено задачу побудови каталогів оптимальних планів БФЕ без проведення повного перебору. Застосування каталогів істотно спрощує рішення задачі побудови оптимальних планів БФЕ, що враховують вартість зміни рівнів факторів.

Ключові слова: активний експеримент, комбінаторний план, багатофакторний експеримент, оптимізація, план експерименту, граф, фактор.

THE COMBINATORY-GRAPHICAL THE METHOD OF MULTIFACTORIAL EXPERIMENT OPTIMUM PLANS CONSTRUCTION

N. D. Koshevoj, A. V. Pavlik, V. V. Sitnik

The method of multifactor experiment (MFE) optimum plans construction, considering costs of factors levels change is offered. For the formal description of MFE plans transformations their representation in the form of graph special kind Ф-graph - directed weighted graph with the coloring vertex is offered. Operations on set of Ф-graph are considered, their properties are investigated, the factors influencing on coloring of graph vertex and its cost are certain. The problem of search of the optimum plans MFE considering costs of factors levels changes is formulated. The decision of stage-by-stage problems of a method is considered: formation the set of graphical partition variants of graph, estimation the cost of their realization, definition the characteristics graph with minimal cost; formation of MFE plan on the basis of received vertex coloring. Examples of optimum plans MFE construction are resulted. By means of offered combinatory - graphical method the problem of optimum plans MFE catalogues construction without carrying out of full search is solved. Application of catalogues essentially simplifies the decision problem of construction optimum plans MFE considering cost of factors levels change.

Keywords: active experiment, the combinatory plan, multifactor experiment, optimization, plan of experiment, columns, factor.

Кошевой Николай Дмитриевич – д-р техн. наук, проф., заведующий кафедрой авиационных приборов и измерений, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: kafedraapi@rambler.ru.

Павлик Анна Владимировна – канд. техн. наук, ассистент кафедры авиационных приборов и измерений, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: pavlan2@ukr.net.

Сытник Виктория Викторовна – ассистент кафедры авиационных приборов и измерений, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.