УДК 519.876.2 А. В. Кононенко, В. М. Вартанян

Использование адаптивных моделей экспоненциального сглаживания в задачах прогнозирования экономических показателей предприятий

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

Актуальность. При использовании традиционных подходов и методов для прогнозирования важнейших экономических показателей на макро-, мезо- и микроуровнях часто выдвигается гипотеза о том, что основные тенденции и факторы, выявленные на предыстории, сохранятся и для периода упреждения (на прогнозируемом периоде). Таким образом, процесс экстраполяции выявленных закономерностей, тенденций базируется на предположении об инерционности анализируемых экономических систем.

Постановка задачи. В последнее время в процессе коренных социально-экономических преобразований подвижность этих систем возрастает. Наблюдаются существенные изменения в развитии промышленного комплекса, возрастает быстрота реакции на конъюнктуру внешнего и внутреннего рынков, на правительственные решения, на новые социально-экономические условия.

Очевидны структурные сдвиги по многим важнейшим показателям экономического развития. Даже наиболее инерционные макроэкономические характеристики становятся более подвижными. В связи с этим для прогнозирования таких сложных процессов требуется гибкий и современный статистический инструментарий.

Обзор литературы. В настоящее время одним из наиболее перспективных направлений исследования и прогнозирования одномерных временных рядов считаются адаптивные методы [1].

Применительно к прогнозированию процесс адаптации состоит в следующем.

При обработке временных рядов, как правило, наиболее ценной бывает информация последнего периода, так как необходимо знать, как будет развиваться тенденция, существующая в данный момент, а не тенденция, сложившаяся в среднем на всем рассматриваемом периоде. Адаптивные методы позволяют учесть различную информационную ценность уровней временного ряда, степень «устаревания» данных.

Прогнозирование методом экстраполяции на основе кривых роста в какой-то мере тоже содержит элемент адаптации с получением «свежих» фактических данных: параметры кривых пересчитываются заново. Поступление новых данных может привести и к замене выбранной ранее кривой на другую модель. Однако степень адаптации в данном случае весьма незначительна, кроме того, она падает с ростом длины временного ряда, так как при этом уменьшается весомость каждой новой точки. В адаптивных методах различную ценность уровней, в зависимости от их возраста, можно учесть с помощью системы весов, придаваемых этим уровням.

Важнейшее достоинство адаптивных методов – построение самокорректирующихся моделей, способных учитывать результат прогноза, сделанного на предыдущем шаге. Пусть модель находится в некотором состоянии, для которого определены текущие значения ее коэффициентов. На основе этой модели делается прогноз. При поступлении фактического значения оценивается ошибка прогнозного значения (разница между этим значением и полученным по модели). Ошибка прогнозирования через обратную связь поступает в модель и учитывается в ней в соответствии с принятой процедурой перехода из одного состояния в другое. В результате вырабатываются компенсирующие изменения, состоящие в корректировании параметров в целях большего согласования поведения модели с динамикой ряда. Затем рассчитывается прогнозная оценка на следующий момент времени, и весь процесс повторяется вновь.

Таким образом, адаптация осуществляется итеративно с получением каждой новой фактической точки ряда. Модель постоянно «впитывает» новую информацию, приспосабливается к ней и поэтому отражает тенденцию развития, существующую в данный момент. На рис. 1 приведена общая схема построения адаптивных моделей прогнозирования.

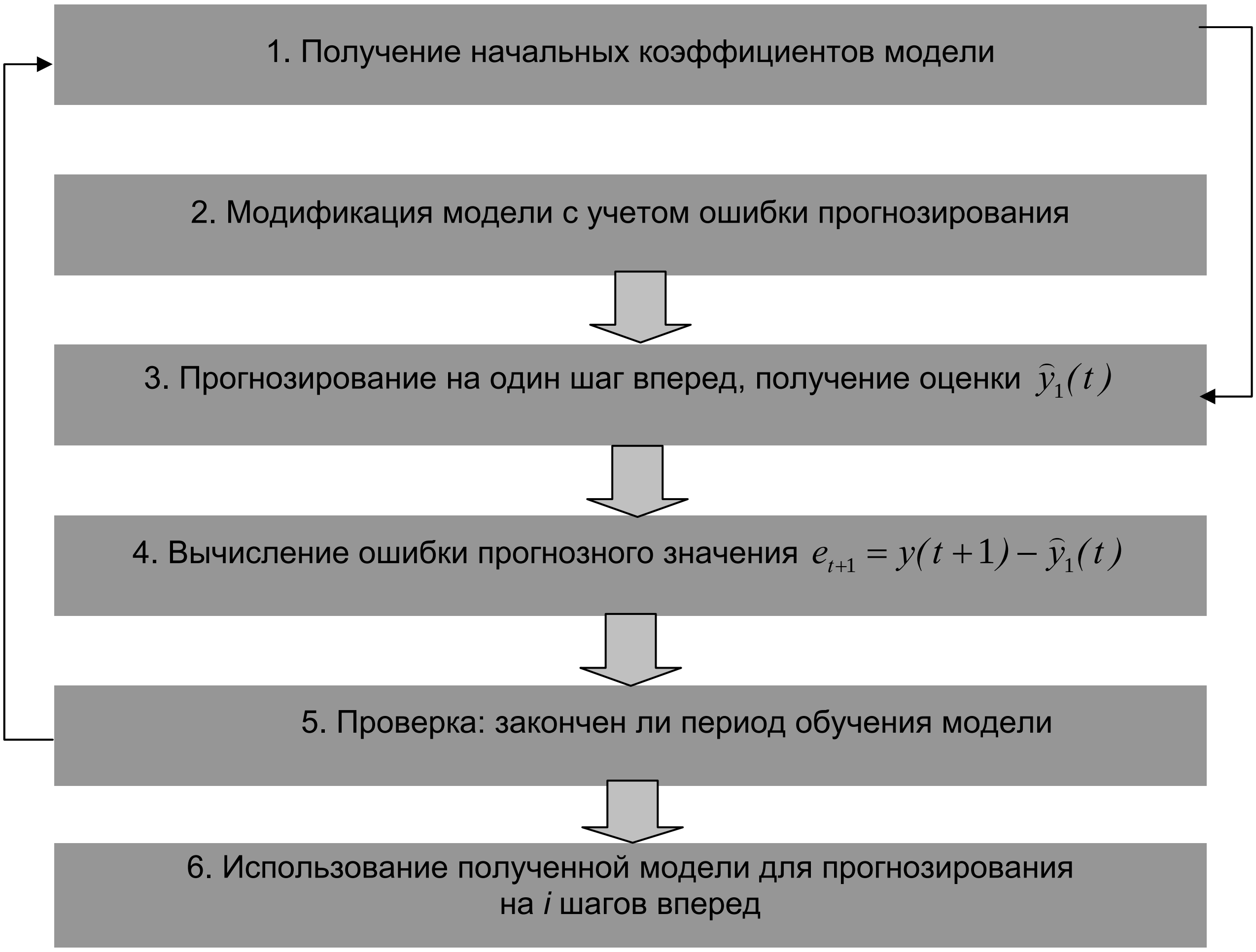

Рис. 1. Схема построения адаптивных моделей прогнозирования

Быстроту реакции модели на изменения в динамике процесса характеризует так называемый параметр адаптации. Параметр адаптации должен быть выбран таким образом, чтобы обеспечивалось адекватное отображение тенденции при одновременной фильтрации случайных отклонений. Значение параметра адаптации может быть определено на основе эмпирических данных, выведено аналитическим способом или получено на основе метода проб [2].

В качестве критерия оптимальности при выборе параметра адаптации обычно принимают критерий минимума среднего квадрата ошибок прогнозирования.

Таким образом, адаптивными называют методы прогнозирования, позволяющие строить самонастраивающиеся экономико-математические модели, которые способны оперативно реагировать на изменение условий путем учета результата прогнозирования на предыдущих шагах и различной информационной ценности уровней ряда.

Адаптивные методы особенно удачно используются при краткосрочном прогнозировании. У истоков адаптивных методов лежит модель экспоненциального сглаживания.

Метод решения. Экспоненциальное сглаживание - это наиболее популярный адаптивный метод прогнозирования многих временных рядов.

Независимо друг от друга Р. Броун и Ч. Хольт открыли экспоненциальное сглаживание для процессов с постоянным трендом, линейным трендом и для рядов с сезонной составляющей [3].

Особенность метода экспоненциального сглаживания состоит в том, что в процедуре выравнивания каждого наблюдения используются только значения предыдущих уровней ряда динамики, взятых с определенным весом. Вес каждого наблюдения уменьшается по мере его отдаления от момента, для которого определяется сглаженное значение. Сглаженное значение уровня ряда F_t на момент t определяется по формуле

$$F_t = \alpha A_{t-1} + \sum_{i=1}^{t-2} \alpha (1-\alpha)^i A_{t-(i+1)} ,$$

где F_t – прогноз; α - вес или константа сглаживания (0< α <1); $A_{t-(u+1)}$ - текущие продажи минувшего периода.

Модификации модели экспоненциального сглаживания приведены на рис. 2.

Среди проблем применения экспоненциального сглаживания в литературе отмечаются следующие: обоснованный (оптимальный) выбор константы сглаживания α, константы сезонного сглаживания β, начальной ошибки прогноза F_0 . В конечном счете речь идет о желании максимально приблизить прогнозные значения исследуемого процесса к его реальным значениям, задаваемым временными сериями.

Вместе с тем остаются неформализованными ответы на следующие вопросы: в каких случаях следует применять ту или иную модель экспоненциального сглаживания; возможно ли, пусть чисто теоритически, выбором константы сглаживания обеспечить абсолютно точный прогноз.

Таким образом, речь идет о структурном синтезе прогнозной модели – следует ли включать в нее тренд, сезонную составляющую (аддитивную или мультипликативную) и т.д., и о параметрическом синтезе – обоснованном выборе настраиваемых параметров выбранной модели, суть которого сводится к решению оптимизационной задачи для выбранного критерия качества прогноза.

Классическое решение задачи структурного синтеза модели состоит в обеспечении принципа достаточности – достижение поставленной цели минимальными средствами, имея в виду максимально допустимую простоту

<table>
<tr><td colspan="7">Экспоненциальное среднее
$$F_t = \alpha A_{t-1} + \sum_{i=1}^{t-2} \alpha (1-\alpha)^i A_{t-(i+1)} ,$$ F_t – прогноз,
α – вес или константа сглаживания (0< α <1), $A_{t-(i+1)}$ – текущие значения прошлого периода</td></tr>
<tr><td colspan="4">С сезонным сглаживанием
Аддитивная модель:
$Прогноз_t = S_t + I_{t-p}$
$I_t = I_{t-p} + \delta\ (1-\alpha)e_t$

Мультипликативная модель:
$Прогноз_t = S_t I_{t-p}$
$I_t = I_{t-p} + \delta\ (1-\alpha)e_t / S_t$</td><td colspan="3">Без сезонного сглаживания

S_t - экспоненциально сглаженное значение ряда в момент t;
I_{t-p} - сглаженный сезонный фактор в момент t минус p (p - длина сезона);
0<δ<1 (если δ равен нулю, то сезонная составляющая на следующем цикле та же, что и на предыдущем; если δ равен 1, то сезонная составляющая «максимально» меняется на каждом шаге из-за соответствующей ошибки)</td></tr>
<tr><td colspan="3">С трендом
$S_t = \alpha A_t + (1-\alpha)(S_{t-1} + T_{t-1})$;
$T_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1-\beta)T_{t-1}$;
$F_{t+1} = S_t + T_t$</td><td>Без тренда</td><td colspan="2">С трендом
S_t – начальный прогноз в период t;
T_t – тренд в период t;
F_{t+1} - прогноз на период $t+1$ с учетом тренда,
β – сглаживающая постоянная для тренда</td><td>Без тренда</td></tr>
<tr><td>Линейный тренд</td><td colspan="2">Экспоненциальный тренд</td><td></td><td>Линейный тренд</td><td>Экспоненциальный тренд</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="7">Линейный рост
$\tilde{y}_\tau(t) = \tilde{a}_{1,t} + \tilde{a}_{2,t}\tau$; $\tilde{a}_{1,t}$ и $\tilde{a}_{2,t}$ - текущие оценки коэффициентов; τ - время упреждения прогноза; $e_t = y_t - \tilde{y}_1(t-1)$ - ошибка прогноза; $a_{1,t}$ – варьируемый во времени средний уровень ряда; $\tilde{a}_{1,t} = S_t$; 0 <α_1, α_2, α_3, <1)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Модель Ч. Хольта</td><td colspan="3">$\tilde{a}_{1,t} = \alpha_1 y_t + (1-\alpha_1)(\tilde{a}_{1,t-1} + \tilde{a}_{2,t-1})$
$\tilde{a}_{2,t} = \alpha_2(\tilde{a}_{1,t} - \tilde{a}_{1,t-1}) + (1-\alpha_2)\tilde{a}_{2,t-1}$</td><td rowspan="2">Модель Дж. Бокса и Г. Дженкинса</td><td colspan="2" rowspan="2">$\tilde{a}_{1,t} = \alpha_1 y_t + (1-\alpha_1)(\tilde{a}_{1,t-1} + \tilde{a}_{2,t-1}) +$
$+ \alpha_3(e_t - e_{t-1})$
$\tilde{a}_{2,t} = \alpha_2(\tilde{a}_{1,t} - \tilde{a}_{1,t-1}) + (1-\alpha_2)\tilde{a}_{2,t-1}$</td></tr>
<tr><td>Модель Р. Брауна</td><td colspan="2">$\tilde{a}_{1,t} = \alpha_1 y_t + (1-\alpha_1)(\tilde{a}_{1,t-1} + \tilde{a}_{2,t-1}) +$
$+ \alpha_3(e_t - e_{t-1})$
$\tilde{a}_{2,t} = \alpha_2(\tilde{a}_{1,t} - \tilde{a}_{1,t-1}) + (1-\alpha_2)\tilde{a}_{2,t-1}$</td></tr>
</table>

Рис. 2. Модификации модели экспоненциального сглаживания

<table>
<tr><th>Модель экспоненциального сглаживания</th><th>Рекомендации к применению</th><th>Индикаторы применения</th><th>Индикаторы подгонки</th></tr>
<tr><td>Экспоненциальное среднее</td><td>Основные факторы и тенденции прошлого периода сохраняются на период прогноза</td><td>Инерционность экономических процессов</td><td rowspan="8">1. Стандартная ошибка прогноза (standard error of forecast):
$S_E = \sqrt{\frac{\sum (A_i - F_i)^2}{N-1}}$,
где S_E – средняя ошибка прогнозирования;
A_i – фактический спрос в период i;
F_i – прогноз на период i;
N – размер временного ряда.
2. Средняя ошибка (СО).
3. Средняя абсолютная ошибка (САО).
4. Сумма квадратов ошибок (SSE), среднеквадратическая ошибка.
5. Относительная ошибка (ОО):
$OO_t = 100 \times (X_t - F_t)/X_t$,
где X_t - наблюдаемое значение в момент времени t;
F_t - прогноз (сглаженное значение).
6. Средняя относительная ошибка (СОО).
7. Средняя абсолютная относительная ошибка (САОО).</td></tr>
<tr><td>Экспоненциальное сглаживание с трендом</td><td>Расхождения кривой прогноза и кривой действительных значений</td><td>Среди ретроспективных коэффициентов сглаживания отсутствуют вещественные значения</td></tr>
<tr><td>Сезонное сглаживание для моделей без тренда</td><td>Наличие сезонных колебаний</td><td>Для ретроспективных коэффициентов сглаживания не выполняется условие
0<α<1</td></tr>
<tr><td>Сезонное сглаживание для моделей с линейным или экспоненциальным трендом</td><td>Наличие сезонных колебаний с общей тенденцией к уменьшению (увеличению) значений ряда</td><td>Для ретроспективных коэффициентов сглаживания не выполняется условие
0,1<α<0,3</td></tr>
<tr><td>Модели линейного роста</td><td rowspan="4">Для прогнозирования временного ряда, имеющего ярко выраженную линейную тенденцию</td><td rowspan="4">Для ретроспективных коэффициентов сглаживания не выполняется условие
α≈2/(m+1), где m – число уровней, входящих в интервал сглаживания</td></tr>
<tr><td>Модель Ч. Хольта</td></tr>
<tr><td>Модель Р. Брауна</td></tr>
<tr><td>Модель Дж. Бокса и Г. Дженкинса</td></tr>
</table>

Рис. 3. Обобщенные рекомендации по применению модификаций моделей экспоненциального сглаживания

модели, а следовательно, и минимальное число настраиваемых параметров. Переход на следующую ступень сложности в этом случае связанс тем, что при имеющейся модели ни одно из возможных сочетаний параметров настройки не позволяет получить необходимого результата, в данном случае – абсолютной точности прогноза.

Для модели простого экспоненциального сглаживания это означает, что полиномиальное уравнение для текущего прогнозного значения

$$F_t = \alpha A_{t-1} + \alpha(1-\alpha)A_{t-2} + \alpha(1-\alpha)^2 A_{t-3} + \alpha(1-\alpha)^3 A_{t-4} + ... + \alpha(1-\alpha)^n A_{t-n}, \quad (1)$$

записанное относительно ретроспективных значений исследуемой функции и неизвестных коэффициентов экспоненциального сглаживания, взятых на рассматриваемом шаге

$$A_t = \alpha_t A_{t-1} + \alpha_t(1-\alpha_t)A_{t-2} + \alpha_t(1-\alpha_t)^2 A_{t-3} + \alpha_t(1-\alpha_t)^3 A_{t-4} + ... + \alpha_t(1-\alpha_t)^n A_{t-n}, \quad (2)$$

имеет среди своих корней вещественные значения α_t. Последнее следует рассматривать как необходимое условие корректного выбора математической модели прогноза. Достаточным же условием по-видимому, является выполнение ограничений $0<\alpha_t<1$, что связано со сбалансированным сочетанием ранних и поздних значений прогнозируемой функции и укладывается в гипотезу инерционности экономических процессов, являющуюся исходным посылом применения экспоненциального сглаживания.

Обобщенные рекомендации по применению модификаций моделей экспоненциального сглаживания с учетом результатов, полученных в работе [4] ,. представлены на рис. 3.

Заключение. Метод экспоненциального сглаживания позволяет оценить параметры модели, которая описывает тенденцию, сформированную в конце базисного периода. Он не просто экстраполирует действующие зависимости в будущее, а приспосабливается, адаптируется к условиям, которые изменяются во времени.

В числе преимуществ метода необходимо отметить его точность, которая повышается с увеличением числа уровней динамического ряда. Его преимущества состоят также в том, что он не требует большой информационной базы и предполагает ее интенсивный анализ с точки зрения информационной ценности разных членов временной последовательности. Модели, которые описывают динамику показателя, имеют простое математическое формулирование, а адаптивная эволюция параметров разрешает отразить неоднородность и текучесть свойств временного ряда.

Список литературы

1. Экономико-математические методы и прикладные модели / Под ред. В.В. Федосеева. М.: – ЮНИТИ, 1999.
2. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования. – М.: Статистика, 1979.
3. Четыркин Е.М. Статистические методы прогнозирования. – М.: Статистика, 1977.
4. Вартанян В. М., Кононенко А.В. Метод определения константы сглаживания в прогнозной модели продаж// Вестник НТУ «ХПИ». Темат. вып. «Системный анализ, управление и информационные технологии». – Х.: НТУ «ХПИ».- 2005.- № 41. – С. 67 - 70.