

Оценка эффективности ускоренного статистического моделирования для определения проектной вероятности устойчивости ракеты-носителя

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

Постановка проблемы, анализ проведенных исследований, цель работы

Оценку работоспособности летательных аппаратов (ЛА) необходимо проводить с высокой степенью точности. Для достижения высокой точности оценки методом статистического моделирования требуется проведение моделирования большого объема. Ускоренное статистическое моделирование (УСМ) значительно уменьшает время моделирования необходимого объема статистического материала, т.к. при УСМ моделирование проводится не с исходной критериальной функцией (КФ), а с ее аппроксимирующей моделью [1].

Результаты исследований, проведенных работе [2], показали, что, учитывая корреляцию коэффициентов, входящих в состав условий устойчивости ракеты-носителя, устойчивость которой обеспечивается с помощью автомата стабилизации (АС), можно получить более точный результат значения вероятности потери работоспособности.

Целью данного исследования является определение влияния корреляции при расчете вероятности потери устойчивости ракеты-носителя методом УСМ [3,4].

Объект исследования

Движение статически неустойчивой упругой ракеты-носителя (РН) в канале рыскания, устойчивость которой обеспечивается с помощью автомата стабилизации (АС), можно описать следующей системой дифференциальных уравнений [2]:

$$\begin{aligned}
 \ddot{\phi} &= a_{\phi\phi}\phi + a_{\phi\delta}\delta, \\
 \ddot{z} &= a_{z\phi}\phi + a_{z\delta}\delta, \\
 \ddot{q} &= a_{q\delta}\delta + a_{qq}q, \\
 \phi_y &= a_{\delta q}q, \\
 \phi_g &= \phi + \phi_y, \\
 T_2\ddot{\delta} + T_1\dot{\delta} + \delta &= K_\phi\phi_g + K_\phi\dot{\phi}_g - K_Z\dot{z},
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

где ϕ - отклонение угла рыскания ракеты как твердого тела от программного значения; z - отклонение центра масс от программного значения; δ - угол отклонения управляющих органов; q - координата, характеризующая поперечные

упругие колебания корпуса ракеты в месте установки датчика угла рыскания; ϕ_y - дополнительный угол рыскания, возникающий за счет упругого изгиба корпуса ракеты; ϕ_g - угол рыскания, измеряемый датчиком угла; a_{ij} - коэффициенты, отражающие изменения параметров ракеты; T_1, T_2 - постоянные времени АС, K_ϕ - коэффициент усиления по каналу рыскания, $K_{\dot{\phi}} = T_d K_\phi$; T_d - постоянная времени дифференцирования; K_z - коэффициент усиления по скорости отклонения центра масс. Параметры a_{ij} , T_1, T_2 , K_ϕ , $K_{\dot{\phi}}$, T_d имеют существенные случайные разбросы. Кроме того, коэффициенты a_{ij} коррелированы.

В качестве условия работоспособности исследуем условие устойчивости системы (1) по «нижней границе» [5]:

$$\frac{(K_\phi |a_{z\delta}| + |a_{z\phi}|)K_z + a_{\phi\phi}K_\phi(T_d - T_1)}{|a_{\phi\delta}|K_{\dot{\phi}}^2(T_d - T_1)} < 1. \quad (2)$$

Значения параметров и их разбросов для условия (2) указаны в табл.1.

Таблица 1

№ п/п	Обозначение параметра	Обозначение разброса	Величина	Размерность	Разброс
1	K_ϕ	η_1	14	-	30
2	K_z	η_2	0,009	рад.м ⁻¹	50
3	T_d	η_3	0,5	с	20
4	T_1	η_4	0,1108	с	40
5	$a_{z\delta}^0$	η_5	-1,441	мс ⁻²	20
6	$a_{z\psi}^0$	η_6	-36,09	мс ⁻²	10
7	$a_{\psi\psi}^0$	η_7	1,8113	с ⁻²	50
8	$a_{\psi\delta}^0$	η_8	-0,295	с ⁻²	20

Поскольку параметры a_{ij} , T_1, T_2 , K_ϕ , $K_{\dot{\phi}}$, T_d имеют существенные случайные разбросы, то левая часть условия (2) - критериальная функция (КФ) - представляет собой функцию случайных величин. Для этой КФ построены следующие граничные модели [8]:

- классическая линейная модель (КЛМ);
- компланарная линейная модель (КНЛМ);
- секущая граничная линейная модель (СЛМ).

Все линейные модели определены в виде

$$\lambda = \lambda_0 + \sum_{i=1}^n b_i \eta_i, \quad (5)$$

где λ - линейная модель КФ; λ_0 - значение КФ при нулевых разбросах; b_i - коэффициенты линейных моделей КФ; $\eta_i, i = \overline{1, n}$ - случайные разбросы параметров - компоненты вектора η (n - количество параметров со случайными разбросами).

Значения λ_0 для построенных граничных моделей следующие:

$$\lambda_{0(KLM)} = 0,297059087,$$

$$\lambda_{0(KHLM)} = 0,654967253,$$

$$\lambda_{0(СЛМ)} = 0,297059087.$$

Коэффициенты линейных моделей (b_i), наивероятнейшие точки пересечения линеаризованной КФ с границей работоспособности (вектора η_i) и среднеквадратичные отклонения параметров (σ_i) приведены в табл. 2.

Таблица 2

i	σ_i	$b_{i(KLM, KHLM)}$	$\eta_{i(KLM)}$	$\eta_{i(KHLM)}$	$b_{i(СЛМ)}$	$\eta_{i(СЛМ)}$
1.	1,39999998	-0,0354694	-9,3545839	2,76288653	-0,0722625	-4,5916203
2.	0,00149999	2,50022850	0,00075696	-0,00022357	5,09375682	0,00037154
3.	0,03333333	-0,0595638	-0,0089054	0,002630219	-0,1213503	-0,0043711
4.	0,01477333	0,05815131	0,00170777	-0,00050439	0,11847264	0,00083824
5.	0,0532010	-0,0055991	-0,0021324	0,000629812	-0,0114071	-0,0010466
6.	1,4422450	-0,0003999	-0,1119394	0,033061429	-0,0008147	-0,0549445
7.	0,18576900	0,24213076	1,12437159	-0,33208437	0,49329699	0,55188852
8.	0,0168929	1,58373474	0,06081481	-0,01796172	3,22656894	0,02985044

С помощью построенных линейных моделей проведено УСМ и определена вероятность потери устойчивости по условию (2).

При УСМ моделирование проводится не с исходной КФ, а с ее аппроксимирующей моделью. Использование УСМ дает выигрыш во времени моделирования из-за того, что массивы реализаций исходной КФ включают в себя не весь объем реализаций, а лишь ее наибольшие значения.

Схема УСМ представлена на рис. 1.

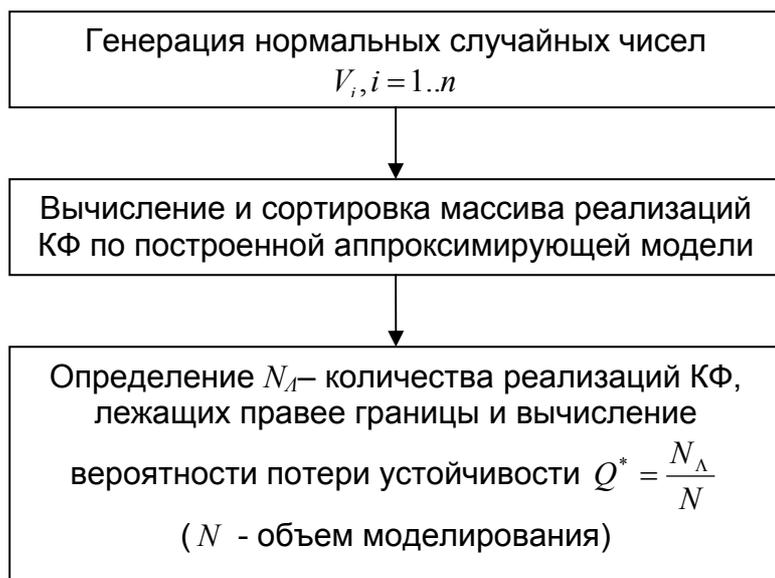


Рис. 1

Поскольку коэффициенты a_{ij} коррелированы, зададим для них корреляционную матрицу. Средняя корреляционная матрица, полученная в работе [2], приведена в табл. 3.

Таблица 3

a_{ij}	$a_{z\psi}$	$a_{z\delta}$	$a_{\psi\psi}$	$a_{\psi\delta}$
$a_{z\psi}$	1	0,20666	-0,597888	0,0215309
$a_{z\delta}$	0,20666	1	-0,019833	0,484474
$a_{\psi\psi}$	-0,597888	-0,019833	1	-0,430369
$a_{\psi\delta}$	0,0215309	0,484474	-0,430369	1

Метод учета корреляции параметров КФ описан в работе [1].

Основные результаты

В качестве эталонного значения для эксперимента рассматривается значение вероятности потери устойчивости, полученное методом статистического моделирования с предварительным моделированием значений коэффициентов a_{ij} и подстановкой этих значений в условие (2). Этот метод описан в работе [2].

Для исследуемого объекта проведено четыре эксперимента и определена вероятность потери устойчивости. Схема эксперимента по оценке вероятности устойчивости без учета корреляции представлена на рис. 2.

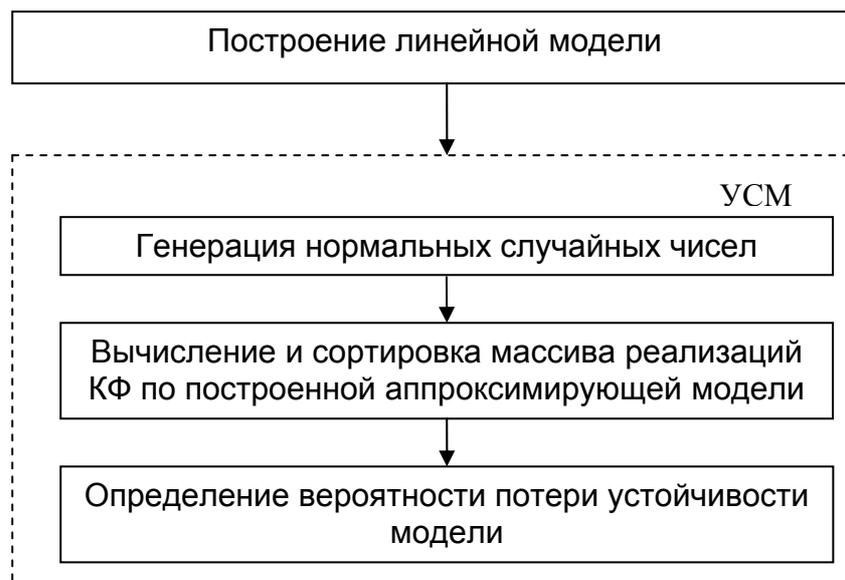


Рис. 2

Вероятность потери устойчивости объекта Q^* определена по формуле

$$Q^* = \frac{N_{\Lambda}}{N},$$

где N_{Λ} - количество значений ФСА, превысивших границу устойчивости; N - объем моделирования.

УСМ с учетом корреляции проведено по корреляционной матрице, представленной в табл. 3. Схема моделирования с учетом корреляции изображена на рис. 3.

Результаты, полученные методом УСМ с учетом корреляции параметров КФ, а также без ее учета для каждой вышеуказанной граничной линейной модели, приведены в табл. 3. В этой таблице N_{Λ} – средние значения реализаций КФ, превысивших границу устойчивости, и Q^* – средние значения вероятности потери устойчивости исследуемого объекта. В табл. 3 также указаны значения N_{Λ} и Q^* , полученные в работе [2] методом обычного моделирования с учетом и без учета корреляции, а также методом предварительного моделирования коэффициентов a_{ij} как функций случайного аргумента и последующего определения вероятности потери устойчивости с полученными коэффициентами.

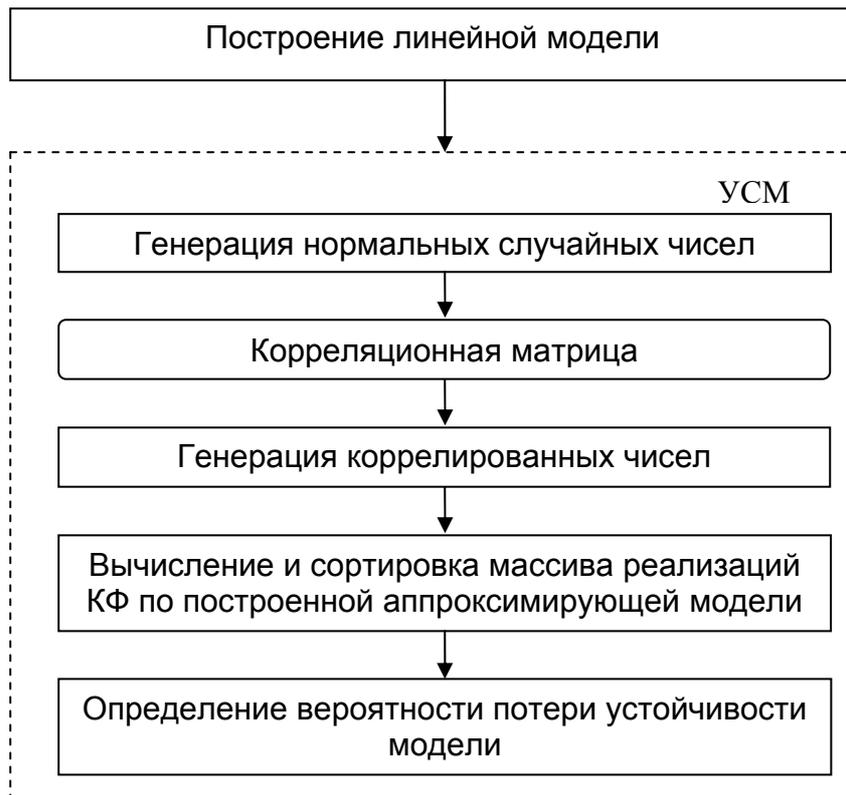


Рис. 3

Таблица 3

Способ моделирования		N_{Λ}	Q^*
Без учета корреляции	КЛМ	117	2,35E-06
	КНЛМ	117	2,35E-06
	СЛМ	120	2,42E-06
	Обычное моделирование	115,5	2,31E-06
С учетом корреляции	КЛМ	90	1,81E-06
	КНЛМ	85	1,71E-06
	СЛМ	87	1,75E-06
	Обычное моделирование	99,5	1,99E-06
С генерацией коэффициентов a_i (эталон)		59	1,18E-06

Выводы

1. Как показали результаты проведенного исследования, определение вероятности потери устойчивости с помощью УСМ дает приемлемую точность оценки.
2. Значения вероятности потери устойчивости с учетом корреляции, полученные с использованием УСМ, практически не отличаются от результатов, полученных при обычном статистическом моделировании.
3. Наиболее приемлемой моделью для оценки вероятности потери устойчивости РН с учетом корреляции является компланарная граничная линейная модель, т.к. она дает результат, наиболее близкий к эталону.

Список литературы

1. Лежнина М.В., Сухоробрый В.Г. Проектная оценка вероятности достижения объектами аэрокосмической техники предельных состояний. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2005. – 184 с.
2. Сухоробрый В.Г., Никифорова М.И. Оценка влияния корреляции случайных параметров на вероятность потери устойчивости ракеты-носителя // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. - Х.: НАКУ «ХАИ». – 2006. – Вып. . - С. -.
3. Сухоробрый В.Г. Оценка вероятности работоспособности технических объектов с помощью ускоренного статистического моделирования// Авиационно-космическая техника и технология. - Х.: НАКУ, «ХАИ». – 2000. – Вып. 19. - С. 215 - 218.
4. Сухоробрый В.Г., Айзенберг Е.Я. Ускоренное статистическое моделирование для оценки вероятности устойчивости динамических систем со случайными параметрами // Математическое моделирование динамических процессов в системах с жидкостью. – К.: ИМ АН УССР. – 1988. – С. 128 - 136
5. Игдалов И.М., Кучма Л.Д., Поляков Н.В., Шептун Ю.Д. Ракета как объект управления: Учебник /Под ред. акад. С.Н. Конюхова. – Д.: АРТ-ПРЕСС, 2004. – 544 с.
6. Сухоробрый В.Г., Никифорова М.И. Оценка влияния корреляции на хвосты распределений функций случайных аргументов // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. - Х.: НАКУ «ХАИ». – 2005. – Вып. 29 . - С. 92 - 97.
7. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Курс статистического моделирования. – М.: Наука, 1976. – 319 с.
8. Лежнина М.В., Сухоробрый В.Г. Алгоритмы построения граничных линейных моделей критериальных функций для оценки вероятности работоспособности объектов аэрокосмической техники// Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. - Х.: НАКУ «ХАИ». – 2002. – Вып. 12. - С. 63 - 74.