

## Математическая модель трехмерного закрученного течения в вихревой камере плазмотрона

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»*

Физическое моделирование при проектировании новых образцов промышленной техники до настоящего времени являлось одним из наиболее распространенных методов исследования закрученных течений. В настоящее время оно постепенно уступает место численному моделированию. Отбор вариантов численных результатов может значительно снизить затраты на окончательные дорогостоящие натурные физические исследования, и, следовательно, на этапе проектирования математическое моделирование предпочтительней с точки зрения скорости и стоимости исследований.

В данной работе рассматривается трехмерное закрученное течение в вихревой камере плазмотрона с термоэмиссионным катодом (рис. 1). Закрутка газа осуществляется с помощью вихревой камеры 2, в которой вращательный импульс сообщается газу за счет его тангенциального ввода в камеру через отверстия 1. Кроме пространственной стабилизации дуги по оси  $z$  закрутка также обеспечивает вращение радиальных участков дуги, а вместе с ними и перемещение опорных пятен дуги по поверхности электродов, распределяя тепловой поток и эрозию равномерно по окружности. Ослабление закрутки приводит к дестабилизации дуги и снижению напряжения горения дуги с самоустанавливающейся длиной. Аэродинамика течения в сливном электроде (аноде) 4 оказывает существенное влияние на характер горения дуги в нем [1]. Кроме того, для защиты катода 3 от отравления атмосферным воздухом [2] очень важно знать газодинамические характеристики и характер закрученного потока в прикатодной области для прогнозирования его отравляемости в приэлектродной области.

Моделирование трехмерных течений связано с известными практическими трудностями, такими как использование разнесенных сеток, медленная сходимость численного алгоритма решения и т.д. Решение турбулентной задачи требует сгущения расчетной сетки в областях с большими градиентами искомых переменных, а также вблизи твердых стенок. Все эти проблемы значительно осложняют физико-математическую постановку задачи в рассматриваемой области.

Для численного исследования поставленной задачи используются система уравнений Навье – Стокса [3], включающих законы сохранения массы, импульса и энергии нестационарного пространственного течения в рамках подхода Эйлера в декартовой системе координат ( $x_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ ), в общем виде:

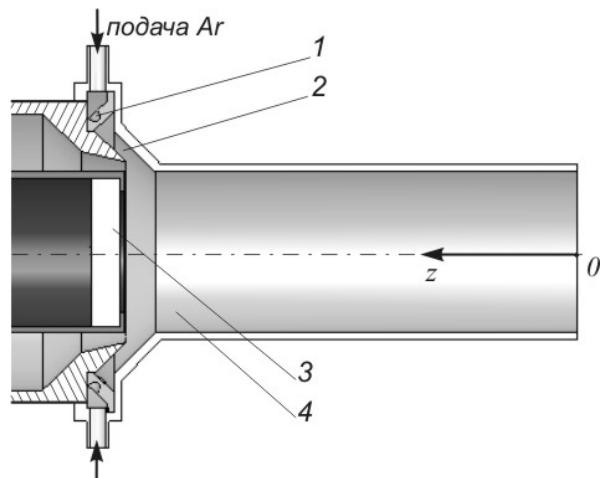


Рис. 1. Схема проектируемой вихревой камеры

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_k) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_i u_k - \tau_{ik}) + \frac{\partial P}{\partial x_i} = S_i, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} ((\rho E + P) u_k + q_k - \tau_{ik} u_i) = S_k u_k + Q_H, \quad (3)$$

где  $t$  – время;  $u$  – скорость газа;  $\rho$  – плотность газа;  $P$  – давление газа;  $S_i$  – внешние массовые силы, действующие на единичную массу газа;  $E$  – полная энергия единичной массы газа;  $Q_H$  – тепло, выделяемое тепловым источником в единичном объеме газа;  $\tau_{ik}$  – тензор вязких сдвиговых напряжений;  $q_i$  – диффузионный тепловой поток, нижние индексы означают суммирование по трем координатным направлениям.

Кроме того, используются уравнения состояния инертного газа  $\rho = P/(RT)$ , где  $R$  – газовая постоянная моделируемого газа, а также эмпирические зависимости вязкости и теплопроводности этого газа от температуры.

Для моделирования турбулентных течений упомянутые уравнения Навье – Стокса осредняются по Рейнольдсу, т.е. используется осредненное по малому масштабу времени влияние турбулентности на параметры потока, а крупномасштабные временные изменения осредненных по малому масштабу времени составляющих газодинамических параметров потока (давления, скоростей, температуры) учитываются введением соответствующих производных по времени. В результате уравнения имеют дополнительные члены – напряжения по Рейнольдсу, а для замыкания этой системы уравнений используются уравнения переноса кинетической энергии турбулентности и ее диссипации в рамках  $k - \varepsilon$  модели турбулентности [4].

Тензор вязких сдвиговых напряжений определяется следующим образом:

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (4)$$

где  $\mu = \mu_l + \mu_t$ ;  $\mu_l$  – коэффициент динамической вязкости,  $\mu_t$  – коэффициент турбулентной вязкости,  $\delta_{ij}$  – дельта-функция Кронекера ( $\delta_{ij} = 1$  при  $i = j$ ;  $\delta_{ij} = 0$  при  $i \neq j$ ),  $k$  – кинетическая энергия турбулентности. В соответствии с  $k - \varepsilon$  моделью турбулентности,  $\mu_t$  определяется через величины кинетической энергии турбулентности  $k$  и диссипации этой энергии  $\varepsilon$ :

$$\mu_t = f_\mu \frac{C_\mu \rho k^2}{\varepsilon}, \quad (5)$$

где  $f_\mu = [1 - \exp(-0,025R_y)]^2 \cdot \left(1 + \frac{20,5}{R_T}\right)$ ;  $R_T = \frac{\rho k^2}{\mu_l \varepsilon}$ ;  $R_y = \frac{\rho \sqrt{k} y}{\mu_l}$ ;  $y$  – расстояние от поверхности стенки;  $C_\mu = 0.09$ .

Кинетическая энергия турбулентности  $k$  и диссипация этой энергии  $\varepsilon$  оп-

ределяются в результате решения следующих двух уравнений:

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_k k) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \left( \mu_l + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_k} \right) + S_k, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho u_k \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \left( \mu_l + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \right) + S_\varepsilon, \quad (7)$$

где  $S_k = \tau_{ij}^R \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon + \mu_t P_B; \quad S_\varepsilon = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \left( f_1 \tau_{ij}^R \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \mu_t C_B P_B \right) - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\rho \varepsilon^2}{k};$

$$\tau_{ij}^R = \mu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}; \quad P_B = -\frac{g_i}{\sigma_B} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x_i}; \quad g_i - \text{составляющая}$$

гравитационного ускорения в координатном направлении  $x_i$ ;  $\sigma_B = 0.9$ ;  $C_B = 1$  при

$$P_B > 0, \quad C_B = 0 \quad \text{при} \quad P_B < 0; \quad f_1 = 1 + \left( \frac{0.05}{f_\mu} \right)^3; \quad f_2 = 1 - \exp(-R_T^2); \quad C_{\varepsilon 1} = 1.44;$$

$$C_{\varepsilon 2} = 1.92; \quad \sigma_\varepsilon = 1.3; \quad \sigma_k = 1.$$

Диффузионный тепловой поток моделируется с помощью уравнения

$$q_k = - \left( \frac{\mu_l}{\text{Pr}} + \frac{\mu_t}{\sigma_c} \right) c_p \frac{\partial T}{\partial x_k}, \quad (8)$$

где  $k = 1, 2, 3$ ;  $\sigma_c = 0.9$ ;  $\text{Pr}$  – число Прандтля;  $c_p$  – удельная теплоемкость при постоянном давлении;  $T$  – температура газа.

В качестве граничных условий задавались: на входе в вихревую камеру плазмотрона – суммарный расход аргона 60 мг/с с температурой 300 К; на выходе из плазмотрона – атмосферное давление 101325 Па. На твердых стенках задавались условия непротекания и прилипания. Т.к. теплообмен газа с поверхностью не рассчитывается, тип стенки был выбран адиабатический.

Полученная система дифференциальных уравнений решалась в солвере CosmosFlowworks 2005 [5] на адаптивной расчетной сетке. Для дискретизации этих уравнений использовался метод конечных объемов [6]. Соответственно, собственно дискретизация непрерывной математической модели состояла в том, что значения физических переменных рассчитывались (и хранились) только в центрах расчетных ячеек, а на гранях этих ячеек рассчитывались потоки массы, импульса, энергии, необходимые для расчета этих значений. При этом пространственные производные аппроксимировались с помощью неявных разностных операторов второго порядка точности. Потоки рассчитывались с использованием их аппроксимации перед второго порядка точности, основанной на модифицированных неявных QUICK-аппроксимациях Леонарда [6] и методе минимизации полной вариации TVD [7]. При дискретизации по времени использовался метод расщепления операторов для более эффективного расчета давления и скорости. В соответствии с методом типа SIMPLE [8], давление рассчитывалось в результате решения дискретного эллиптического уравнения, полученного алгебраическими преобразованиями дискретных уравнений сохранения массы и импульса с учетом граничных условий для скорости.

Результаты численного исследования поставленной задачи представлены в виде линий тока одинаковых скоростей на рис. 2 и зависимости продольной скорости потока по оси канала плазмотрона на рис. 3.

К выходу из плазмотрона ослабление закрутки (рис. 2), обусловленное небольшим начальным массовым расходом, может вызывать дестабилизацию электрической дуги. Из рис. 3 видно, что продольная скорость  $V_{z0}$  меняет знак, т.е. возникает обратный поток газа по оси канала плазмотрона. С точки зрения защиты катода от отравления атмосферным воздухом, а также диффузии воздуха во встречном потоке плазмообразующего инертного газа наличие обратного потока крайне не желательно.

В настоящее время можно высказать предположение, что обратные потоки в канале плазмотрона можно избежать повышением расхода плазмообразующего газа, что требует проведения дальнейших исследований.

**Перспективы дальнейших исследований.** В дальнейшем планируется провести численные эксперименты с помощью разработанной математической модели на разных расходах инертного газа, с целью опровержения или подтверждения данного предположения, а также получения зависимостей окружных и продольных скоростей от расхода плазмообразующего газа.

**Выводы.** Разработанная математическая модель может быть использована для исследования и прогнозирования поведения закрученных вихревых потоков в канале плазмотрона и расчета основных газодинамических параметров течения газа в плазмотроне.

### Список литературы

1. Жуков М.Ф., Смоляков В.Я., Урюков Б.А. Электродуговые нагреватели газа (плазмотроны). – М.: Наука, 1973. – 232 с.
2. Состав газа в плазмотроне с ламинарным потоком плазмообразующего инертного газа / Кривцов В.С., Планковский С.И., Цегельник Е.В. и др. // Авиационно-космическая техника и технология. – 2005. – Вып. 4 (20). – С. 19 – 24.
3. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1973. – 847 с.
4. Фрик П.Г. Тurbulentность: подходы и модели. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. – 292 с.
5. Cosmos FloWorks2005 Manual / Structural Research and Analysis Corporation, USA, 2005. – 188 p.
6. Роуч П. Вычислительная гидродинамика: Пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – 616 с.
7. Hirsch C. Numerical computation of internal and external flows. John Wiley & Sons, Chichester, 1988. – 515 p.
8. Patankar S. V. Numerical heat transfer and fluid flow. Hemisphere, Washington, 1980. – 197 p.

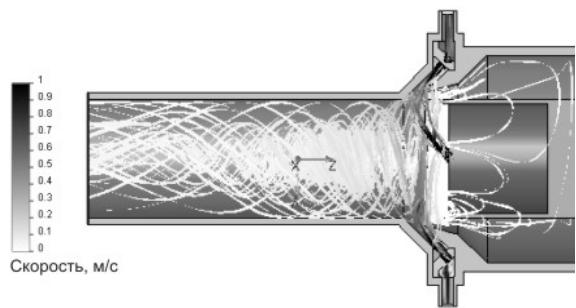


Рис. 2. Линии тока одинаковых скоростей в канале плазмотрона

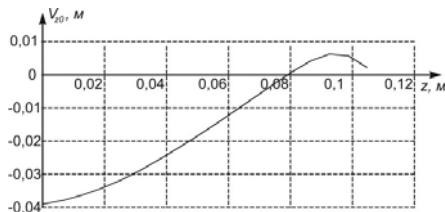


Рис. 3. Зависимость продольной скорости по оси плазмотрона