

## **Сравнение эффективности моделей системы Ansys и граничных моделей для ускоренного статистического моделирования НДС конструкций**

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»*

### ***Постановка проблемы, анализ проведенных исследований, цель работы***

Коммерческая система конечно-элементного анализа Ansys предоставляет широкий спектр возможностей для статистических исследований конструкции с помощью модуля вероятностного проектирования Ansys Probabilistic Design System (Ansys PDS). В частности, Ansys PDS предоставляет возможность построения линейных и квадратичных моделей компонент НДС конструкций и проведения статистического моделирования (СМ) по этим моделям. Но при этом в Ansys PDS отсутствует возможность проведения ускоренного статистического моделирования (УСМ) [8,10].

Однако метод ускоренного статистического моделирования позволяет многократно сократить требуемый объем статистического моделирования. Так, к примеру, чтобы получить значение вероятности разрушения с точностью до  $10^{-5}$  (а именно такая точность является минимально необходимой для допустимой величины вероятности разрушения авиационной конструкции в соответствии с нормами летной годности [2 - 4]), объем статистического моделирования может составлять около 50000000, в то время как ускоренное статистическое моделирование позволяет получить результаты с той же точностью при объеме моделирования равном около 1000 итераций.

Для реализации методов построения граничных моделей функций случайных величин [5 - 7], а также проведения ускоренного статистического моделирования была разработана автоматизированная система (АС) проведения УСМ в среде Ansys [11], состоящая из препроцессорной и постпроцессорной частей.

В работах [11] и [12] проведены исследования по сравнению эффективности различных граничных моделей по качеству аппроксимации и по требуемому объему реального моделирования при проведении УСМ. Было установлено, что использование квадратичных граничных моделей при меньшей погрешности аппроксимации и меньшей переменяемости [11] позволяет при проведении УСМ снизить объем реального моделирования в среднем в 1.5 раза по сравнению с линейными граничными моделями. Это показало необходимость дальнейшего исследования различных аппроксимирующих моделей с целью определения типов моделей, наиболее оптимальных для получения проектной оценки вероятности разрушения при помощи УСМ.

Цель настоящего исследования – сравнительный анализ эффективности аппроксимирующих моделей, предоставляемых системой вероятностного проектирования Ansys PDS, и граничных моделей, реализованных в разработанной АС проведения УСМ в среде Ansys, для получения с помощью УСМ проектной оценки вероятности разрушения конструкций на примере двух пластин с отверстиями.

## Объекты исследования

В качестве объектов исследования были выбраны две металлические пластины - пластина 1 и пластина 2. Конечноэлементные модели исследуемых пластин приведены на рис. 1 и 2 соответственно.

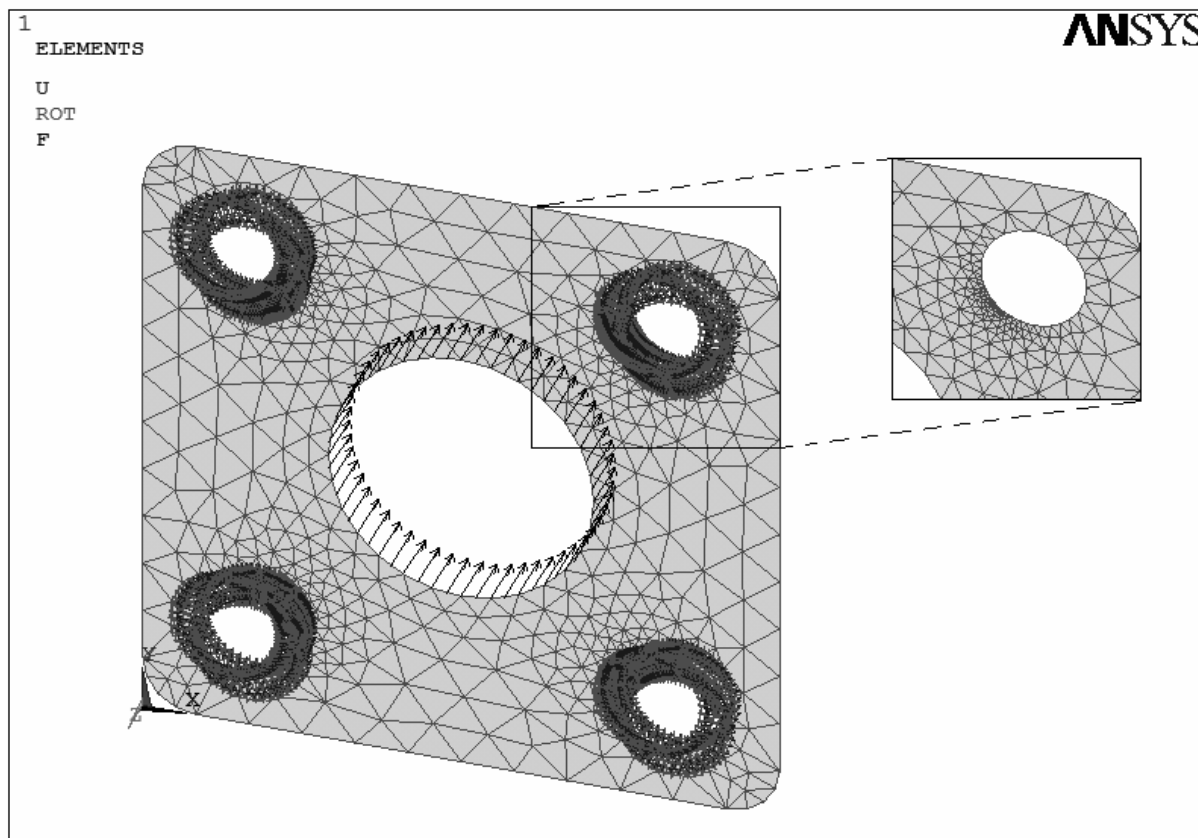


Рис. 1. Конечноэлементная модель закрепленной нагруженной пластины 1

Номинальные размеры пластины 1: высота и ширина  $H = 0.12$  м; радиус центрального отверстия  $R1 = 0.025$  м; радиус угловых отверстий  $R2 = 0.01$  м; радиус скругления углов  $r = 0.01$  м; толщина пластины  $T = 0.01$  м. Материал пластины – сталь марки 10Г2 с модулем упругости  $E = 2.1E+11$  Н/м<sup>2</sup> и коэффициентом Пуассона  $\mu=0.3$ .

Пластина 1 закреплена по четырем угловым отверстиям. По контуру центрального отверстия равномерно распределена нагрузка, заданная параметром  $F = -25000$ Н.

Номинальные размеры пластины 2: высота  $H = 0.06$  м; ширина  $B = 0.12$  м; радиус отверстия  $R = 0.02$  м; толщина пластины  $T = 0.01$  м. Материал пластины тот же, что для пластины 1.

Пластина 2 закреплена по левому краю, нагрузка равномерно распределена по правому краю пластины и задана параметром  $F = 25000$ Н.

В табл. 1 и 2 приведены случайные разбросы параметров и нагрузки на уровне  $3\sigma$  для пластины 1 и пластины 2 соответственно. Разбросы геометрии умышленно утрированы.

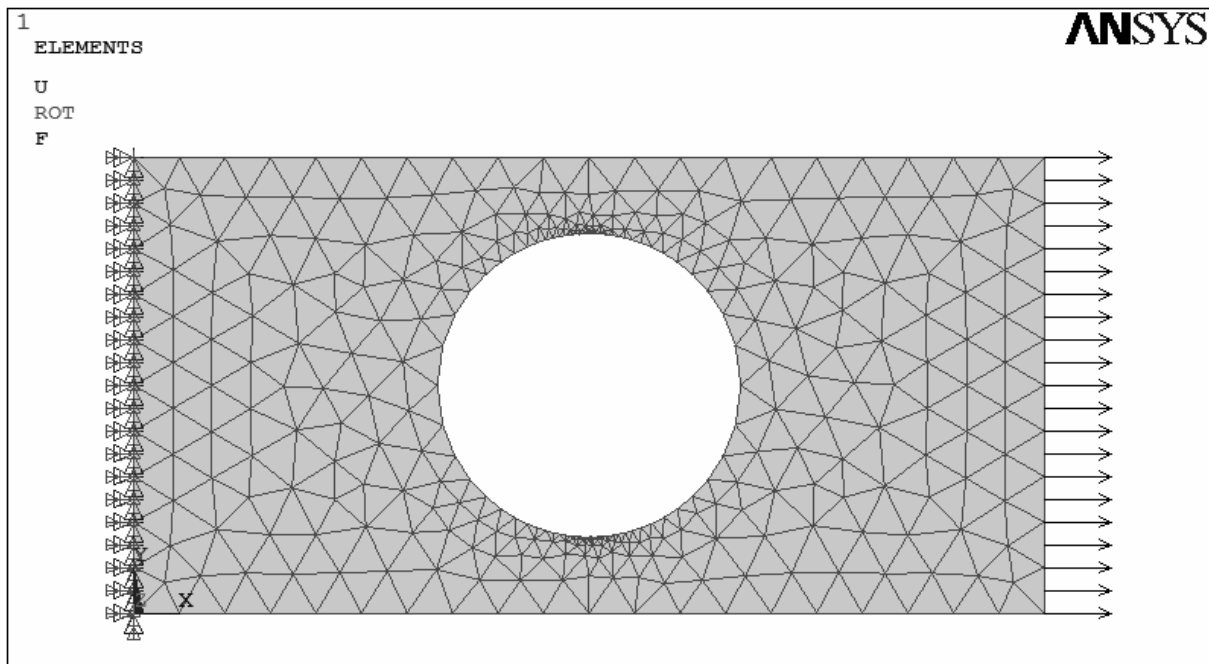


Рис. 2. Конечноэлементная модель закрепленной нагруженной пластины 2

Таблица 1

Параметр	Номинальное значение	Разброс, %
Высота H (м)	0.12	9
Радиус R1 (м)	0.025	9
Радиус R2 (м)	0.01	9
Толщина пластины T (м)	0.01	9
Нагрузка F (Н)	-25000	30

Таблица 2

Параметр	Номинальное значение	Разброс, %
Высота H (м)	0.06	9
Ширина B (м)	0.12	9
Радиус R (м)	0.02	9
Толщина пластины T (м)	0.01	9
Нагрузка F (Н)	25000	30

Предел прочности материала принят таким:

- математическое ожидание  $\sigma_B$ :  $\bar{m}_{\sigma_B} = 4.85E+8$  (Н/м<sup>2</sup>);
- дисперсия  $\sigma_B$ :  $\bar{D}_{\sigma_B} = 0.3528E+8$  (Н/м<sup>2</sup>).

## **Последовательность и методика исследования**

Исследования проводились в два этапа.

*Этап 1 - исследования с помощью Ansys PDS:* построение аппроксимирующих моделей компонент НДС и проведение СМ по всем моделям для определения проектной оценки вероятности разрушения конструкций.

*Этап 2 - исследования с помощью АС проведения УСМ в среде Ansys:* построение граничных моделей компонент НДС и проведение УСМ по всем моделям для определения проектной оценки вероятности разрушения конструкций.

В качестве исследуемой компоненты НДС взято эквивалентное напряжение (напряжение по Мизесу) в опасном узле конструкции.

Условие целостности конструкции можно записать в виде

$$\sigma_{\max} - \sigma_B < 0, \quad (1)$$

где  $\sigma_{\max}$  - эквивалентное напряжение в опасном узле конструкции. Первая пластина в силу симметричных геометрии и нагрузок имеет 4 опасных узла, лежащих на ближайших к центру пересечениях диагоналей пластины с малыми окружностями. Вторая пластина имеет два опасных узла, лежащих в самой верхней и в самой нижней частях окружности. Мы рассматриваем любой один из опасных узлов для каждой пластины.

Левая часть условия (1) представляет собой функцию случайных величин, которую назовем критериальной функцией (КФ).

### *Исследования с помощью Ansys PDS*

Исследования в Ansys PDS проводились по следующему алгоритму:

1. Создание файла анализа.

Файл анализа [11] представляет собой командный файл, написанный на языке ADPL (Ansys Parametric Design Language) и содержащий все команды препроцессинга, решения и постпроцессинга объекта. Файл анализа должен содержать следующие секции:

- секция инициализации (задание системы единиц и др.);
- секция описания параметров (описание случайных параметров объекта и параметрических координат исследуемых узлов);
- препроцессорная секция (построение геометрии, задание свойств материалов, задание свойств конечных элементов, мэширование);
- секция решения (приложение нагрузок и закреплений, решение задачи);
- постпроцессорная секция (получение значений максимальных напряжений в опасных узлах объекта).

Файл анализа не обязательно создавать полностью «вручную». Система Ansys предоставляет возможность создания командного журнального файла по интерактивно построенной модели. Можно откорректировать этот log-файл и использовать его в дальнейшем в качестве файла анализа.

Ansys PDS использует файл анализа для формирования файла циклов (loop file), который будет задействован при выполнении итераций вероятностного проектирования.

2. Объявление случайных входных параметров в Ansys PDS.

Случайными входными параметрами в данном исследовании являются параметры из табл. 1 – для первой пластины, или табл. 2 – для второй пластины.

3. Объявление случайных выходных параметров в Ansys PDS.

Случайным выходным параметром в данном исследовании является эквивалентное напряжение в опасном узле конструкции  $\sigma_{\max}$ .

4. Выбор метода вероятностного анализа.

В Ansys PDS доступны несколько различных методов вероятностного анализа:

- метод моделирования Монте-Карло – «Monte Carlo Simulation Method» (с двумя вариантами сэмплирования: «Latin Hypercube Sampling method» и «Direct Monte Carlo Sampling method»);
- метод поверхностей отклика - «Response Surface Method» (с двумя вариантами сэмплирования: «Central Composite Design method» и «Box-Behnken Matrix Design method»).

В данном исследовании использован метод поверхностей отклика (RSM) с алгоритмом сэмплирования «Central Composite Design».

5. Построение аппроксимирующих моделей (для метода вероятностного анализа RSM).

Общий вид аппроксимирующей функции для метода моделирования RSM следующий:

$$\hat{Y} = c_0 + \sum_{i=1}^{NRV} c_i X_i + \sum_{i=1}^{NRV} \sum_{j=i}^{NRV} c_{ij} X_i \cdot X_j \quad (1)$$

где  $c_0$  – коэффициент постоянной составляющей;  $c_i$ ,  $i=1\dots NRV$  – коэффициенты линейной составляющей;  $c_{ij}$ ,  $i=1\dots NRV$ ,  $j=1\dots NRV$  – коэффициенты квадратичной составляющей,  $NRV$  – число случайных параметров. Для вычисления этих коэффициентов используется регрессивный анализ (regression analysis), и коэффициенты определяются из условия, чтобы сумма квадратов разностей между истинными результатами моделирования и значениями аппроксимирующей функции была сведена к минимуму.

В данном исследовании проведено построение трех видов аппроксимирующих моделей:

- линейная аппроксимирующая модель (LIN);
- квадратичная аппроксимирующая модель без перекрестных членов (QUAD);
- квадратичная аппроксимирующая модель с перекрестными членами (QUAX).

6. Проведение CM по построенным моделям (для метода вероятностного анализа RSM).

В данном исследовании проведено CM по трем моделям (LIN, QUAD и QUAX) с объемом моделирования, равным 5.000.000 итераций.

7. Получение результатов вероятностного анализа.

Ansys PDS предоставляет широкие возможности постпроцессорной обработки результатов вероятностного проектирования. При этом все постпроцессорные функции можно разделить на три группы:

- статистический постпроцессинг (Statistical Post-Processing – включает следующие функции: Sample History, Histogram, Cumulative Distribution Function, Probabilities, Inverse Probabilities);
- тенденционный постпроцессинг (Trend Post-Processing – включает следующие функции: Sensitivities, Scatter Plot, Correlation Matrix);

- генерация отчетов (в виде html- файлов).

В данном исследовании использована функция Probabilities, позволяющая определить значение интегральной функции распределения в любой точке вдоль оси значений параметра вероятностного проектирования. С помощью этой функции была определена вероятность разрушения объекта, а именно вероятность превышения эквивалентным напряжением в опасной точке  $\sigma_{\max}$  предельного значения  $\sigma_B$  для двух исследуемых пластин.

Все описанные выше исследования в Ansys PDS проведены в трех версиях системы Ansys: 5.7, 7.0 и 10.0.

### *Исследования с помощью AC проведения UCM в среде Ansys*

Исследования в AC проведения UCM в среде Ansys осуществлялись по следующему алгоритму:

#### 1. Создание файла инициализации данных [11].

Файл инициализации данных представляет собой INI-файл, содержащий конфигурационные параметры системы и инициализирующие значения исходных данных объекта (параметров, исследуемых узлов, критериальных функций, материалов).

Файл инициализации данных должен содержать:

- секцию настроек системы (содержит конфигурационные параметры системы: имена файлов анализа и путь к исполняемому файлу Ansys);
- секцию параметров (содержит инициализирующие значения данных о случайных параметрах объекта);
- секцию критериальных функций (содержит инициализирующие значения данных о критериальных функциях);
- секцию исследуемых узлов (содержит инициализирующие значения данных об исследуемых узлах);
- секцию материалов (содержит инициализирующие значения данных о материалах и граничных значениях КФ).

Файл инициализации также может содержать дополнительные секции:

- секцию опций граничных моделей (содержит инициализирующие значения допустимой погрешности и других конфигурационных параметров граничных моделей);
- секцию опций UCM (содержит инициализирующие значения объема моделирования, коэффициента перекрытия [12] и других конфигурационных параметров UCM).

Значения всех перечисленных выше исходных данных могут быть отредактированы в AC.

#### 2. Создание файла анализа.

Структура файла анализа, необходимого для работы AC, аналогична той, которая использовалась при исследованиях в Ansys PDS, но есть несколько отличий. Команды описания параметрических координат исследуемых узлов в секции описания параметров и команды получения значений эквивалентных напряжений в постпроцессорной секции генерируются AC автоматически. AC также автоматически добавляет в постпроцессорную секцию группу команд вывода в файл результатов [11].

АС на каждом шаге моделирования производит вычисление значения КФ следующим образом:

- подстановка значений случайных параметров и параметрических координат исследуемого узла в файл анализа;
- расчет полученного файла анализа в ANSYS;
- извлечение из файла результатов значения эквивалентного напряжения в исследуемом опасном узле конструкции.

### 3. Построение граничных моделей.

В данном исследовании для КФ (1) для двух исследуемых пластин построены следующие граничные модели:

- касательная граничная линейная модель (КГЛМ);
- секущая граничная линейная модель (СГЛМ);
- аппроксимирующая граничная линейная модель (АГЛМ) (на основе СГЛМ и КГЛМ);
- квадратичная граничная модель (КГМ) (на основе СГЛМ и КГЛМ);
- модель метода наименьших квадратов (МНК) (на основе СГЛМ и КГЛМ) со степенью полинома, равной 2.

Все линейные модели определены в виде

$$\lambda_m = \lambda_0 + \sum_{i=1}^n b_i \eta_i, \quad (2)$$

квадратичные -

$$\lambda_m = \lambda_0 + \sum_{i=1}^n b_i \eta_i + \sum_{i=1}^n c_i \eta_i^2, \quad (3)$$

где:  $\lambda_m$  - модели левой части (1);  $\lambda_0, b_i, c_i$  - коэффициенты моделей;  $\eta_i$  - случайные разбросы.

### 4. Проведение УСМ.

В данном исследовании УСМ проведено для всех построенных моделей параллельно, то есть по одному и тому же вектору случайной реализации разбросов [12].

УСМ проводилось в двух вариантах.

*Вариант 1:*  $N_{CM} = 5\,000\,000$ ,  $N_{\Lambda} = 400$ ,  $K_X = 2$ , где  $N_{CM}$  - требуемый объем моделирования;  $N_{\Lambda}$  - объем случайных реализаций, входящих в хвост распределения и превышающих граничное значение КФ;  $K_X$  - коэффициент перекрытия.

Объем УСМ определяется в виде  $N_X = K_X * N_{\Lambda}$ .

*Вариант 2:*  $N_{\Lambda} = 400$ ,  $K_X = 2$ , а значение  $N_{CM}$  определяется самой АС с помощью алгоритма автоматического определения требуемого объема моделирования [12].

### 5. Получение результатов вероятностного анализа.

Для двух исследуемых пластин были получены следующие результаты:

- аналитические значения вероятности разрушения  $Q_m$  - определены аналитически для каждой модели, кроме МНК;
- экспериментальные значения вероятности разрушения объекта  $Q^*$  - определены для каждой модели в результате проведения УСМ.

Под вероятностью разрушения понимается вероятность невыполнения условия целостности объекта (1).

Все исследования, как с помощью Ansys PDS, так и разработанной АС, проводились на технической платформе следующей конфигурации:

- компьютер с процессором AMD Athlon с тактовой частотой 2 ГГц;
- объем ОЗУ – 2 ГБ;
- объем виртуальной памяти (размер файла подкачки) - 1 ГБ;
- операционная система Microsoft Windows XP Professional.

Выбор объема СМ, равного 5.000.000, был обусловлен ограничением по ресурсам компьютера, требуемым для вероятностного проектирования в Ansys PDS. Системе Ansys PDS для проведения СМ объемом 5.000.000 для описанных выше объектов (пластин с пятью случайными параметрами) требуется непрерывный блок виртуальной памяти размером около 1 ГБ. Большой объем моделирования приводит к нехватке виртуальной памяти и к невозможности расчета данной задачи на описанной технической платформе. В разработанной АС проведения УСМ возможно проведение СМ объемом, значительно превышающим 5.000.000, так как для каждой итерации моделирования системой хранится небольшое количество данных, необходимое только для проведения УСМ. Ansys PDS сохраняет на каждом шаге намного больше данных, что обусловлено широким спектром постпроцессорных функций, доступных в этой системе вероятностного проектирования.

### **Результаты исследования**

Результаты исследования, проведенного в соответствии с приведенной выше методикой, представлены в таблицах.

Результаты вероятностного проектирования в Ansys PDS, а именно значения вероятности разрушения объекта для трех видов аппроксимирующих моделей, представлены для первой и второй пластин в табл. 1 и 2 соответственно.

Таблица 1

<b>Модель</b>	<b>LIN</b>	<b>QUAD</b>	<b>QUAX</b>
<b>Ansys 5.7</b>	3.02642E-06	3.10960E-06	2.50090E-05
<b>Ansys 7.0</b>	2.81834E-06	4.68498E-06	3.99687E-05
<b>Ansys 10.0</b>	2.81559E-06	4.68295E-06	3.97320E-05

Таблица 2

<b>Модель</b>	<b>LIN</b>	<b>QUAD</b>	<b>QUAX</b>
<b>Ansys 5.7</b>	1.57190E-07	1.00971E-06	2.75227E-06
<b>Ansys 7.0</b>	0.00000E+00	3.02346E-07	2.11708E-05
<b>Ansys 10.0</b>	0.00000E+00	3.31804E-07	2.12321E-05



Результаты вероятностного проектирования в АС проведения УСМ, а именно значения аналитической  $Q_m$  и экспериментальной  $Q^*$  вероятностей разрушения объекта для всех построенных граничных моделей, представлены для первой и второй пластины в табл. 3 и 4 соответственно. Значения экспериментальной вероятности разрушения объекта  $Q^*$  приведены для двух вариантов проведения УСМ – с автоопределяемым и фиксированным объемами моделирования  $N_{CM}$ .

Таблица 3

Модель	$Q_m$	$Q^* (N_{CM} = 8.534.919)$	$Q^* (N_{CM} = 5.000.000)$
СГЛМ	4.27967E-05	4.37028E-05	5.02000E-05
КГЛМ	4.96137E-05	4.56946E-05	5.06000E-05
АГЛМ (по СГЛМ)	5.24965E-05	4.56946E-05	5.06000E-05
АГЛМ (по КГЛМ)	5.17986E-05	4.56946E-05	5.06000E-05
КГМ (по СГЛМ)	5.73740E-05	4.56946E-05	5.06000E-05
КГМ (по КГЛМ)	6.78663E-05	4.56946E-05	5.06000E-05
МНК (по СГЛМ)	-	4.56946E-05	5.06000E-05
МНК (по КГЛМ)	-	4.56946E-05	5.06000E-05

Таблица 4

Модель	$Q_m$	$Q^* (N_{CM} = 8\ 919\ 846)$	$Q^* (N_{CM} = 5\ 000\ 000)$
СГЛМ	3.03222E-05	3.84536E-05	4.92000E-05
КГЛМ	4.14825E-05	4.57407E-05	5.56000E-05
АГЛМ (по СГЛМ)	5.33536E-05	5.43731E-05	5.90000E-05
АГЛМ (по КГЛМ)	5.34685E-05	5.44853E-05	5.90000E-05
КГМ (по СГЛМ)	5.65023E-05	4.85434E-05	5.64000E-05
КГМ (по КГЛМ)	3.33487E-05	5.39247E-05	5.90000E-05
МНК (по СГЛМ)	-	5.44853E-05	5.90000E-05
МНК (по КГЛМ)	-	5.43731E-05	5.90000E-05

### Время расчетов

В данном исследовании было определено время расчетов на всех этапах вероятностного проектирования в двух системах. Время расчетов определялось на следующих этапах:

- построение моделей;
- проведение СМ;
- проведение УСМ (только для разработанной АС проведения УСМ).

На этапе проведения СМ в АС проведения УСМ выполнена генерация хвостов распределения, необходимых для проведения реального моделирования по объекту в ходе УСМ.

Время расчетов в PDS для Ansys версии 10.0 приведено в табл. 5 для первой пластины и в табл. 6 – для второй пластины.

Таблица 5

<b>Модель</b>	<b>LIN</b>	<b>QUAD</b>	<b>QUAX</b>
<b>Время построения моделей, с</b>	101.45	103.69	104.03
<b>Время проведения СМ, с</b>	112.36	112.34	113.52

Таблица 6

<b>Модель</b>	<b>LIN</b>	<b>QUAD</b>	<b>QUAX</b>
<b>Время построения моделей, с</b>	48.73	49.03	49.78
<b>Время проведения СМ, с</b>	112.11	112.53	112.92

Время построения граничных линейных моделей в АС проведения УСМ приведено в табл. 7 для первой пластины, и в табл. 8 - для второй пластины.

Таблица 7

<b>Модель</b>	<b>Время построения, с</b>
<b>Классическая ГЛМ</b>	50
<b>Компланарная ГЛМ</b>	20
<b>Секущая ГЛМ</b>	5
<b>Касательная ГЛМ</b>	200

Таблица 8

<b>Модель</b>	<b>Время построения, с</b>
<b>Классическая ГЛМ</b>	25
<b>Компланарная ГЛМ</b>	60
<b>Секущая ГЛМ</b>	3
<b>Касательная ГЛМ</b>	300

Время построения моделей АГЛМ, КГМ и МНК составляет около 30 секунд для первой пластины и около 20 секунд для второй пластины. Однако к этому времени также следует прибавить время проведения УСМ по линейным моделям (СГЛМ и КГЛМ), в результате которого получаем граничные точки, необходимые для построения аппроксимирующих моделей АГЛМ, КГМ и МНК.

Время проведения СМ (генерации хвостов распределения) составляет от 25 секунд для линейных моделей до 30 секунд для квадратичных моделей как для первой, так и для второй пластин.

Время проведения УСМ по одной модели составляет около 58 минут для первой пластины и 30 минут для второй пластины.

Как видно из приведенных данных, расчеты в системе Ansys PDS занимают меньше времени. Однако это обусловлено отсутствием реального моделирования по объекту. Реальное моделирование по объекту (при отсутствии методики УСМ) заняло бы в Ansys PDS время, равное времени расчета файла анализа объекта, умноженному на 5 миллионов итераций. Таким образом, получим время реального моделирования:

- для 1-й пластины -  $4 \text{ с} \cdot 5 \text{ млн} = 5.6 \text{ тысяч часов} = \text{около } 230 \text{ дней}$ ;
- для 2-й пластины -  $2 \text{ с} \cdot 5 \text{ млн} = 2.8 \text{ тысяч часов} = \text{около } 116 \text{ дней}$ .

### **Выводы**

В результате проведенных исследований по сравнению эффективности получения проектной оценки вероятности разрушения объекта с помощью Ansys PDS и разработанной АС проведения УСМ сделаны следующие выводы.

1. Система вероятностного проектирования Ansys PDS предоставляет широкий спектр возможностей по построению аппроксимирующих моделей различных типов, проведению СМ по этим моделям, а также широкий спектр команд для постпроцессорной обработки результатов вероятностного проектирования. Но при этом в Ansys PDS отсутствует возможность проведения ускоренного статистического моделирования.

2. При проведении СМ в Ansys PDS для достижения высокой точности необходим большой объем моделирования. Но возможность проведения моделирования большого объема зависит от доступного количества виртуальной памяти компьютера, а требуемый объем виртуальной памяти также увеличивается при увеличении числа случайных параметров объекта. Таким образом, предоставляемые методы не позволяют вычислять очень низкий уровень вероятности разрушения (для авиационного объекта вероятность невыполнения условий работоспособности регламентируется нормами летной годности в диапазоне  $10^{-5} \dots 10^{-9}$ ).

3. Разработанная АС проведения УСМ в среде Ansys позволяет строить линейные и квадратичные граничные модели компонент НДС и проводить УСМ по любой из построенных моделей. Реализованная методика УСМ дает возможность получить проектную оценку вероятности разрушения конструкции с высокой точностью (с точностью не менее  $10^{-5}$ , как регламентируется нормами летной годности).

## Список литературы

1. Болотин В.В. Статистические методы в строительной механике. - М.: Стройиздат, 1965. – 279 с.
2. Нормы летной годности гражданских самолетов СССР. Изд. 3-е // Междугосударственная комиссия по нормам летной годности гражданских самолетов и вертолетов СССР, 1984. - С. 22 – 24.
3. Нормы летной годности гражданских самолетов. Ч. 23 (АП-23) // Межгосударственный авиационный комитет. - М.: ООО «Авиаиздат», 1993. – С.14.
4. Нормы летной годности гражданских самолетов. Ч. 25 (АП-25) // Межгосударственный авиационный комитет. - М.: ЛИИ им. М.М. Громова, 1994. – С. 19 – 20.
5. Сухоребрий В.Г., Шевцова М.А. Эффективные методы оценки вероятности разрушения самолетных конструкций // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов. - Х.: ХАИ. – 1998. – Вып. 12. - С. 53 - 60.
6. Лежнина М.В., Сухоребрий В.Г. Алгоритмы построения граничных линейных моделей критериальных функций для оценки вероятности работоспособности объектов аэрокосмической техники // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. - Х.: НАКУ «ХАИ». – 2002. – Вып. 12. - С. 63 - 74.
7. Сухоребрий В.Г. Статистические модели разрушения конструкций // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. - Х.: НАКУ «ХАИ». – 2001. – Вып. 10. - С. 89 - 95.
8. Сухоребрий В.Г., Айзенберг Е.Я. Ускоренное статистическое моделирование для оценки вероятности устойчивости динамических систем со случайными параметрами // Математическое моделирование динамических процессов в системах с жидкостью. – К.: ИМ АН УССР. – 1988. – С. 128 - 136.
9. Сухоребрий В.Г. Оценка вероятности работоспособности технических объектов с помощью ускоренного статистического моделирования// Авиационно-космическая техника и технология. - Х.: ГАКУ «ХАИ». – 2000. – Вып. 19. - С. 215 - 218.
10. Сухоребрий В.Г., Стерлева А.С. Оценка качества граничных моделей для определения вероятности разрушения конструкции // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. - Х.: НАКУ «ХАИ». – 2004. – Вып. 24. - С. 242 - 249.
11. Стерлева А.С. Автоматизированная система определения вероятности разрушения конструкции с помощью проведения ускоренного статистического моделирования в среде Ansys // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. - Х.: НАКУ «ХАИ». – 2004. – Вып. 24. - С. 263 - 277.
12. Сухоребрий В.Г., Стерлева А.С. Выбор коэффициента перекрытия для ускоренного статистического моделирования НДС конструкций // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. - Х.: НАКУ «ХАИ». – 2005. – Вып. 29. - С. 46 - 56.
13. В.Г. Сухоребрий, А.С. Стерлева. Оценка вероятности разрушения пластины с отверстиями // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. - Х.: НАКУ «ХАИ». – 2004. – Вып. 23. - С. 596 - 62.