УДК 624.078.1-2:539.43

В.Н. Клименко

Метод определения влияния конструктивно - технологических параметров односрезного болтового соединения на распределение контактных давлений в зоне сопряжения его элементов

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

При определении характеристик напряженно-деформированного состояния в элементах срезного болтового соединения должны учитываться особенности структуры нагружения и условия контактного взаимодействия болта с элементами соединения. Эти особенности связаны с наличием эксцентриситета передачи нагрузки элементами соединения, который приводит к возникновению в элементах этого соединения напряженного состояния моментной структуры и неравномерного распределения погонных сил взаимодействия по площади контакта болта со стенками отверстия.

В общем случае силовая связь (болт) в срезном соединении двух деталей может передавать усилие P и изгибающие моменты M (рис. 1).

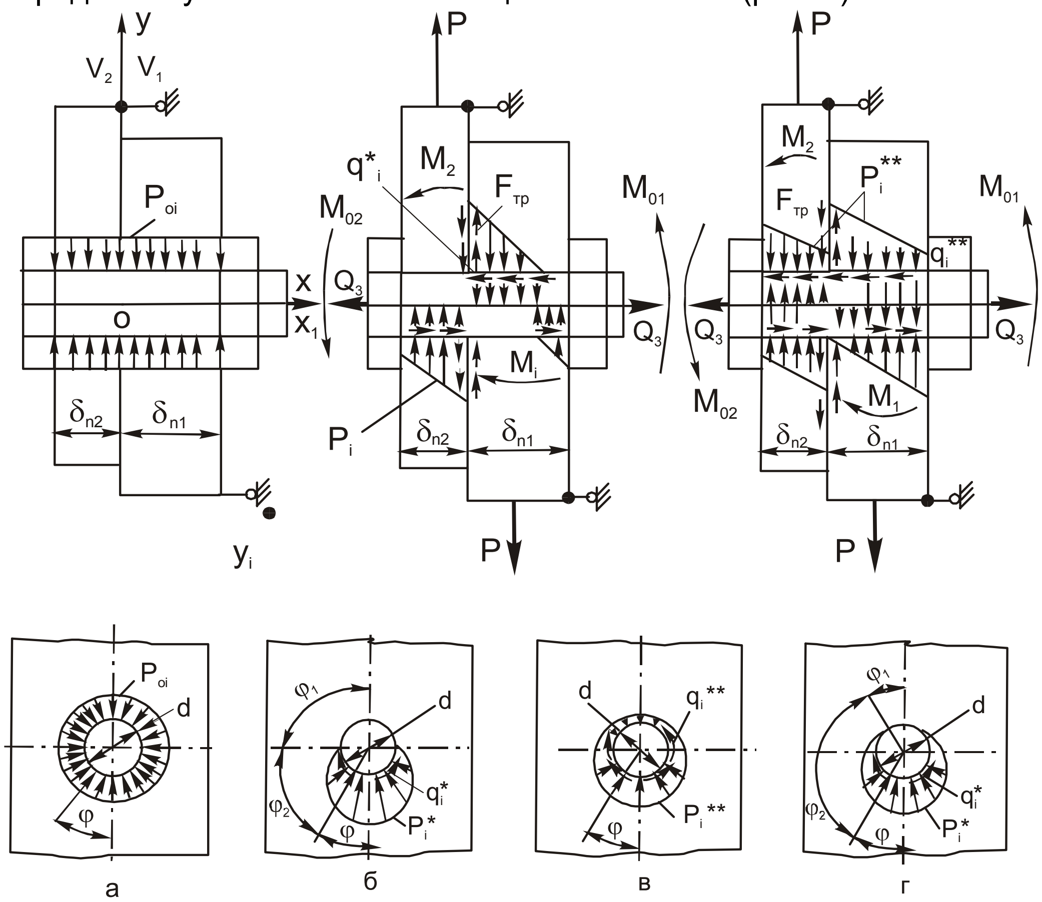

Рис. 1. Расчетная схема односрезного болтового соединения

При моделировании контактного взаимодействия пластин и болта в односрезном соединении пластины представлены в виде упругих оснований. В процессе работы болт нагружается как балка, работающая на изгиб и сдвиг, через упругое основание нормальной $p_i(x)$ и касательной $q_i(x)$ нагрузками, реактивными опорными моментами в сечениях по плоскостям контакта гайки и головки болта с соединяемыми пластинами. На болт и соединяемые пластины действует усилие затяжки болта $Q_З$.

В отличие от известных ранее из литературных источников [1, 2] в предлагаемой модели учтены нормальная p_{0i} и касательная q_{0i} (силы трения) нагрузки на болт, вызванные радиальным натягом и влияющие на характер его контактного взаимодействия.

В работе [3] поставленная задача решена только в пределах упругого взаимодействия болта с соединяемыми пластинами при условии, что контактные напряжения от натяга больше контактных напряжений от внешней нагрузки.

Целью данной статьи является разработка метода определения характеристик контактного взаимодействия болта с соединяемыми пластинами при упругопластических натягах, учитывающая возможный отрыв болта от стенки отверстия при больших внешних нагрузках и возникающий при этом контакт болта со стенкой отверстия не по всей длине окружности ($0 \le \varphi_1 < \frac{\pi}{2}$, см. рис. 1, г).

Предложенная методика определения влияния конструктивно – технологических параметров односрезного болтового соединения на распределение контактных давлений в зоне сопряжения его элементов включает в себя:

1. Анализ физического взаимодействия элементов односрезного одноболтового соединения и выделение основных конструктивно – технологических факторов, определяющих его качество и усталостную долговечность, разработку расчетной схемы соединения с учетом контактного взаимодействия и истории нагружения.
2. Составление дифференциального уравнения, описывающего контактное взаимодействие болта с соединяемыми листами односрезного соединения.
3. Формулирование граничных условий для дифференциального уравнения упругой оси болта в зонах сопряжения гайки и головки болта с соединяемыми листами, и листов друг с другом.
4. Интегрирование дифференциального уравнения упругой оси болта с учетом граничных условий.
5. Итерационный поиск решения составленной краевой задачи изгиба упругой оси болта.
6. Определение величины контактных давлений в сопрягаемых зонах соединения.

Прежде чем непосредственно перейти к рассмотрению методики расчета, примем ряд условных обозначений для величин, применяемых в ней:

p_i - погонная нормальная нагрузка по линии контакта болта и соединяемых пластин, вызванная действием внешней нагрузки, приложенной к соединению;

V_i - обмятие соединяемой пластины;

γ_i - коэффициент жесткости материала соединяемой пластины;

q_i - погонная касательная нагрузка по линии контакта болта и соединяемых пластин, вызванная действием внешней нагрузки;

f_i - коэффициент трения между болтом и соединяемыми пластинами;

d - диаметр болта;

ψ - величина радиального натяга;

$\bar{\psi}$ - величина относительного радиального натяга, выраженная в процентах к диаметру болта;

p_i^* - контактное давление между болтом и стенкой отверстия в соединяемой пластине, вызванное действием внешней нагрузки на соединение при установке болта по скользящей посадке;

q_i^* - силы трения между болтом и стенкой отверстия в пластине, вызванные действием контактных давлений ;

p_{0i} - контактное давление между болтом и стенкой отверстия в соединяемой пластине, возникающее при установке болта с радиальным натягом;

q_{0i} - силы трения между болтом и стенкой отверстия в пластине, вызванные действием контактных давлений p_{0i};

p_i^{**} - контактное давление между болтом и стенкой отверстия в соединяемой пластине, вызванное действием внешней нагрузки на соединение при установке болта с радиальным натягом;

q_i^{**} - силы трения между болтом и стенкой отверстия в пластине, вызванные действием контактных давлений p_i^{**};

b - ширина пластины;

E_1 - модуль упругости материала болта;

E_{2i} - модуль упругости материала соединяемой пластины;

μ_1 - коэффициент поперечной деформации материала болта;

y - функция, характеризующая прогиб оси болта;

к - коэффициент, учитывающий влияние формы поперечного сечения болта на деформации сдвига;

F_{i1} - площадь поперечного сечения болта;

I_i - момент инерции поперечного сечения болта;

χ_i -$E_1 \cdot I_i$ – изгибная жесткость элемента;

G_1 - модуль сдвига материала болта;

Q_{bi} - поперечная сила в сечении болта;

$M_{вi}$ - изгибающий момент в сечении болта;

δ_{n1}, δ_{n2} - толщины соединяемых пластин;

Q_3 - усилие затяжки болта;

S_i - размер под ключ гайки или головки болта;

$F_{ÒÐ}$ - сила трения между соединяемыми пластинами;

f - коэффициент трения между соединяемыми пластинами;

P - внешняя нагрузка, действующая на соединение;
к - коэффициент неравномерности погонной нормальной контактной нагрузки;
υ‹, υ‹‡ - коэффициент неравномерности контактных давлений под гайкой и головкой болта соответственно;
M_{0i} - опорный изгибающий момент в сечении по плоскости контакта гайки или головки болта с соединяемыми пластинами. В ненагруженном состоянии системы координат (X O У), (X_1 O_1 V_1) и (X_2 O_2 V_2) совпадают. В нагруженном состоянии система координат ($X_2 O_2 V_2$) сдвигается относительно системы координат ($X_1O_1V_1$) на расстояние $|в_1|+|в_2|$. Система координат (X O У), связанная с болтом, относительно системы координат (X_1 O_1 V_1) поворачивается на угол θ и перемещается на расстояние $|в_1|$ (см. рис. 2).

В процессе нагружения соединения болт подвергается деформациям сдвига и изгиба, а также поворачивается относительно точки 0 как абсолютно жесткое тело. Пластины обминаются и сдвигаются одна относительно другой. Пусть функция $V_i(x)$ характеризует обмятие пластины. Полагаем, что функция, описывающая прогиб оси болта $y(x)$, связана с обмятием материала пластин $V(x)$ соотношением

$$y(x) = V(x) + \theta \cdot x + b_i, \tag{1}$$

где b_i - перемещение (смещение) пластины относительно болта как абсолютно жёсткого тела (рис. 2); θ - угол поворота болта как абсолютно жёсткого тела вокруг точки O.

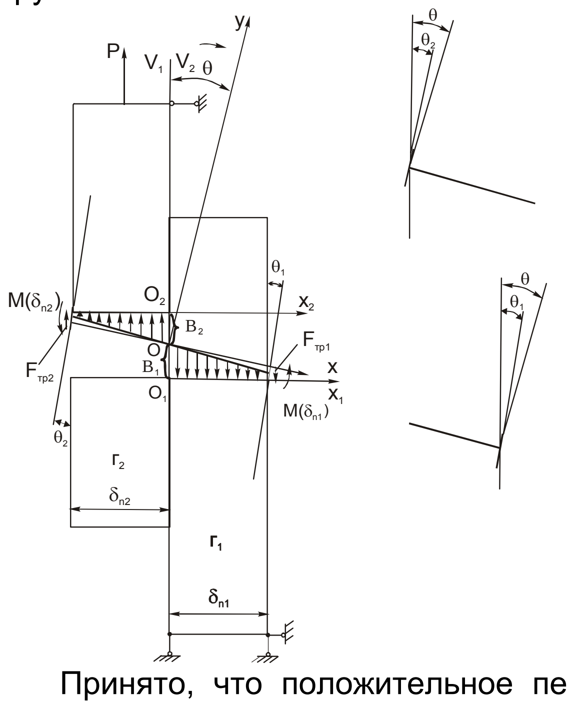

Рис. 2. Схема перемещения пластин и болта при нагружении односрезного соединения

Принято, что положительное перемещение направлено вдоль оси y, а положительное направление угла поворота - против часовой стрелки. Внешние сосредоточенные силы и распределённая нагрузка, приложенная к болту, считаются положительными, если они направлены в сторону положительных ординат. Реакция основания считается положительной, если она направлена в сторону отрицательных ординат. Поперечная сила положительна, если она стремится повернуть болт по часовой стрелке. Изгибающий момент положителен, когда он стремится изогнуть болт выпуклостью в сторону отрицательных ординат.

Вторая производная от прогиба оси болта положительна, если ось болта изгибается выпуклостью в сторону отрицательных ординат.

Допустим, что в соединениях без радиального натяга контакт между пластинами и болтом происходит по половине его боковой поверхности $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$ (см. рис. 1,б), а в соединениях с радиальным натягом - по всей боковой поверхности болта (см. рис. 1,в) или в пределах $0 \le \varphi_1 \le \frac{\pi}{2}$ (см. рис. 1,г).

Погонные нормальная и касательная нагрузки, действующие на болт, определяются выражениями

$$p_i(x) = -\gamma_i \cdot d \cdot V_i(x); \qquad q_i(x) = f_i \cdot p_i(x). \tag{2}$$

Считаем, что контактные давления, возникающие при взаимодействии болта с пластинами срезного соединения, распределены по поверхности контакта болта со стенкой отверстия [2]

$$p_i^*(x,\varphi) = p_i^*(x,0) \cdot \cos\varphi \tag{3}$$

и связаны с погонной нормальной нагрузкой соотношением

$$p_i^*(x,\varphi) = \frac{4}{\pi \cdot d} \cdot p_i(x) \cdot \cos\varphi \tag{4}$$

Силы трения связаны с погонной касательной нагрузкой

$$q_i^*(x,\varphi) = \frac{4}{\pi \cdot d} \cdot q_i(x) \cdot \cos\varphi \tag{5}$$

В соединениях без радиального натяга контактные давления p_i^* и силы трения q_i^* действуют в интервале $\varphi \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

В соединениях с радиальным натягом дополнительно к контактным давлениям и силам трения от внешней нагрузки появляются контактные давления и силы трения, вызванные натягом (см. рис. 1,а). Суммарные контактные давления и силы трения болта с пластинами (см. рис. 1,г) определяются выражениями

$$\begin{aligned} &p_i^{**}(x,\varphi) = p_i^*(x,\varphi) + p_{0i}; \\ &q_i^{**}(x,\varphi) = q_i^*(x,\varphi) + q_{0i}; \\ &\varphi \in [-\pi; \pi] \end{aligned} \tag{6}$$

Контактные давления p_{oi} и силы трения q_{oi}, возникающие при установке болта с радиальным натягом, рассчитываются по методике, приведенной в работе [1].

Чтобы перейти от контактных давлений к погонной контактной нагрузке, выразим погонные контактные нагрузки, вызванные радиальным натягом, через контактные давления на поверхности цилиндрической части болта.

С учётом (3), (4), (5) выражение (6) запишем в виде

$$p_i^{**}(x,\varphi_1)=\frac{4}{\pi\cdot d}\cdot p_i(x)\cdot\cos\varphi+\frac{A_i}{d}, \qquad (7)$$

$$q_i^{**}(x,\varphi_1)=\frac{4}{\pi\cdot d}\cdot p_i(x)\cdot f_i\cdot\cos\varphi+f_i\cdot\frac{A_i}{d},$$

(8)

где $A_i = P_{oi}\cdot d$.

Составим для элемента болта бесконечно малой длины dx, нагруженного контактным давлением p_i^{**} и силами трения q_i^{**}, уравнения равновесия (рис. 3).

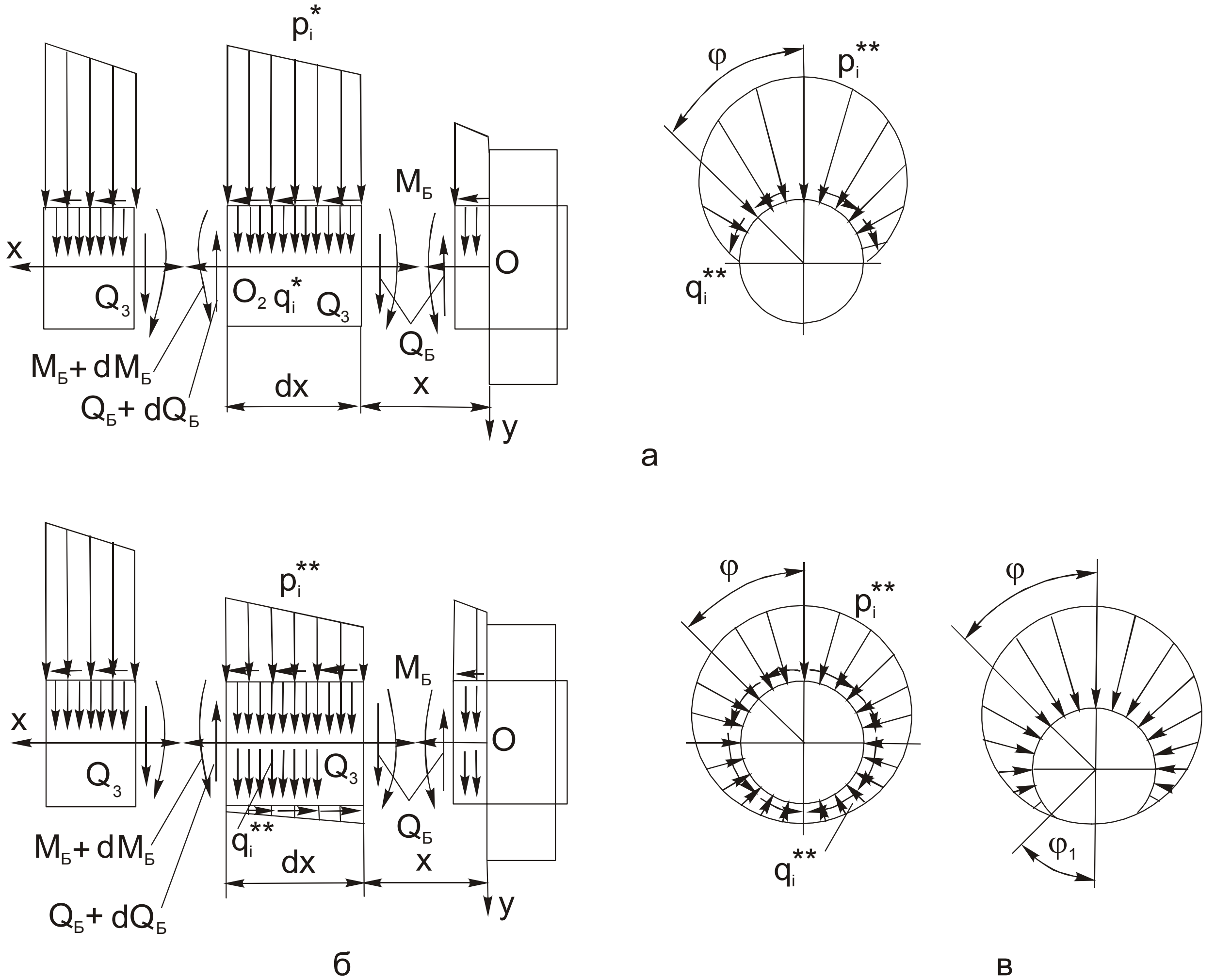

Рис. 3. Силы, действующие на элемент болта бесконечно малой длины dx, и возникающие при этом внутренние силовые факторы $Q_Б$ и $M_Б$ для случаев: а) болт установлен без натяга; б, в - болт установлен с натягом

Спроектируем силы, действующие на элемент болта на ось y:

$$Q_{Á}-Q_{Á}-dQ_{Á}+2\cdot\left[\int_0^{\varphi_2}\left(\widetilde{p}_i(x,\varphi)\cdot\cos\varphi\cdot\frac{d}{2}\right)d\varphi+\int_0^{\varphi_2}\left(\widetilde{q}_i(x,\varphi)\cdot\sin\varphi\cdot\frac{d}{2}\right)d\varphi\right]dx=0\,;(9)$$

$$\widetilde{p}_i(x,\varphi)=\begin{cases}p_i^*(x,\varphi),\ \psi=0,\\ p_i^{**}(x,\varphi),\ \psi>0;\end{cases}\quad \widetilde{q}_i(x,\varphi)=\begin{cases}q_i^*(x,\varphi),\ \psi=0,\\ q_i^{**}(x,\varphi),\ \psi>0;\end{cases}\quad \varphi_2=\begin{cases}\dfrac{\pi}{2},\ \psi=0,\\ \dfrac{\pi}{2}\le\varphi_2\le\pi,\ \psi>0;\end{cases}$$

$\varphi_2=\pi-\varphi_1$.

Составим уравнение суммы моментов для элемента болта относительно точки O_1:

$$\begin{aligned}&M_Б+dM_Б-M_Б+Q_3dy-Q_Бdx+\\ &+2\cdot\left[\int_0^{\varphi_2}\left(\widetilde{q}_i(x,\varphi)\cdot\frac{d^2}{4}\cdot\cos\varphi\right)d\varphi\right]dx=0.\end{aligned}\tag{10}$$

После подстановки выражений (7) и (8) в уравнения (9) и (10) и выполнив математические преобразования получаем условия, связывающие внутренние силовые факторы поперечную силу $Q_з$ и изгибающий момент $M_з$ с погонными нагрузками $p_i(x), q_i(x)$ и погонной нагрузкой от действия радиального натяга:

$$\frac{dQ_Б}{dx}=-[к_1(x)+к_2(x)]\cdot\alpha(x)\cdot V_i(x)+NZ\cdot\beta(x)\cdot A_i,$$

$$\frac{dM_Б}{dx}=Q_Б+[к_1(x)+к_2(x)]\cdot\alpha_1(x)\cdot fd\cdot V_i(x)\cdot NZ-\beta_1(x)\cdot fd\cdot A_i+\frac{dy}{dx}\cdot Q_3,\tag{11}$$

где $ê_1(õ)=\begin{cases}\gamma_1 d,\ x\in Ã_1,\\ 0,\quad õ\in G\setminus Ã_1;\end{cases}\qquad ê_2(õ)=\begin{cases}\gamma_2 d,\ x\in Ã_2,\\ 0,\quad õ\in G\setminus Ã_2.\end{cases}$

Если соединение листов из одинакового материала ВТ6, то $к_1(x)=к_2(x)=\gamma$ d.

Выражения несколько упростятся и примут вид:

$$\frac{dQ_Á}{dx}=-\gamma d\cdot\alpha(x)\cdot V_i(x)+NZ\cdot\beta(x)\cdot A_i;$$

$$\frac{dM_Á}{dx}=Q_Á+\gamma d^2\cdot\alpha_1(x)\cdot f\cdot V_i(x)\cdot NZ-\beta_1(x)\cdot fdA+\frac{dy(x)}{dx}Q_ç,\tag{12}$$

где $\alpha(x)=2-\dfrac{1}{\pi}(\sin 2\varphi_1+2\varphi_1-2f\cdot\sin^2\varphi_1);\quad NZ=\begin{cases}-1,\ V(x)>0.\\ \ \ 1,\ V(x)<0;\end{cases}$

$$\beta(x)=\sin\varphi_1+f(1+\cos\varphi_1);\ \beta_1=1-\frac{\sin\varphi_1}{2};\quad \alpha_1=\frac{1}{\pi}\left(\frac{\sin 2\varphi_1}{2}+\varphi_1\right);\ \varphi_1=\pi-\varphi_2,$$

Деформации изгиба и сдвига болта связаны с внутренними силовыми факторами $M_з$ и $Q_з$ известной дифференциальной связью [5]

$$\frac{d^2y(x)}{dx^2}=\frac{M_З}{E_1\cdot J_i}-\frac{k}{G_1\cdot F_i}\cdot\frac{dQ_З}{dx}. \qquad (13)$$

После двукратного дифференцирования выражения (13) имеем

$$E_1I_i\frac{d^4y(x)}{dx^4}=\frac{d^2M_Б}{dx^2}-k\cdot\frac{E_I\cdot I_I}{G_1\cdot F_1}\cdot\frac{d^3Q_Б}{dx^3}\ . \qquad (14)$$

Выражения для $\frac{d^2M_З}{dx^2}$ и $\frac{d^3Q_З}{dx^3}$ получаем после подстановки выражений (1) и (2) в зависимость (12) и дифференцирования:

$$\frac{d^2M_Б}{dx^2}=\frac{d^2y(x)}{dx^2}\cdot Q_3-\alpha(x)\cdot\gamma\cdot dV(x)+[\alpha_1(x)fd^2V(x)]'NZ-\beta_1'(x)fd\cdot A\cdot NZ;$$

$$\frac{d^3Q}{dx}=-[\alpha(x)\cdot\gamma dV(x)]''+\beta''(x)\cdot NZ\cdot A. \qquad (15)$$

Обозначим $\chi=E_1\cdot I_1=E_1\cdot I_2;\quad k_i=\gamma_i d;\quad к_{TI}=f_i\cdot d;\quad k_c=\frac{k\cdot EI}{G_1F}$.

Тогда дифференциальное уравнение упругой линии болта (14) с учётом деформаций сдвига, влияния сил трения и радиального натяга после подстановки (15) в (14) и преобразований примет вид

$$\begin{aligned}&\chi y^{IV}-[k_c\alpha(x)k_i+Q_3]\cdot y''-[2k_ck_i\alpha'(x)+\alpha_1(x)k_ik_{TI}\cdot NZ]y'+\\&+[\alpha(x)k_i-\alpha_1'(x)k_{TI}k_i\cdot NZ-k_ck_i\alpha''(x)]\,y=A\cdot NZ\,[\beta(x)-\beta''(x)k_c-\beta_1'(x)k_{TI}]+\\&+\{\,[2k_ck_i\alpha'(x)+\alpha_1(x)k_ik_{TI}\cdot NZ]-[\alpha(x)k_i-\alpha_1'(x)k_{TI}k_iNZ-\\&-k_ck_i\alpha''(x)]\,x\ \}\cdot\theta-[\alpha(x)k_i-\alpha_1'(x)k_i-\alpha_1'(x)\cdot k_{TI}k_i\cdot NZ-k_ck_i-\alpha''(x)]\cdot â.\end{aligned} \qquad (16)$$

Обозначим

$$a_{2i}=\begin{cases}-[k_c\alpha(x)k+Q_3],\ x\in\tilde{A}_i,\\ 0, \qquad\qquad x\in(G\setminus\tilde{A}_i);\end{cases}$$

$$a_{1i}=\begin{cases}-[2k_ck_i\alpha'(x)+\alpha_1(x)k_ik_T\cdot NZ],\ x\in\tilde{A}_i,\\ 0, \qquad\qquad x\in(G\setminus\tilde{A}_i);\end{cases}$$

$$a_{0i}=\begin{cases}\alpha'(x)k_i-\alpha_1'(x)k_{TI}k_i\cdot NZ-k_ck_i\alpha''(x),\ x\in\tilde{A}_i,\\ 0, \qquad\qquad x\in(G\setminus\tilde{A}_i);\end{cases}$$

$$в_{0i}=\begin{cases}NZ[\beta(x)-\beta''(x)k_c-\beta_1'k_{TI}],\ x\in\tilde{A}_i,\\ 0, \qquad\qquad x\in(G\setminus\tilde{A}_i);\end{cases}$$

$$I=1,2;\quad в=\begin{cases}â_1,\ õ\in\tilde{A}_1,\\ â_2,\ x\in\tilde{A}_2.\end{cases}$$

С учетом принятых обозначений дифференциальное уравнение (16) примет вид

$$\chi y''+a_{2i}y''+a_{1i}y'+a_{0i}y=â_{0i}\cdot À-(a_{1i}+a_{0i}X)\cdot\theta-a_{0i}\cdot â. \qquad (17)$$

Произвольные постоянные (θ и в) в дифференциальном уравнении (17) определяются из граничных условий на концах болта. Будем считать, что головка болта расположена со стороны элемента 2, а гайка - со стороны элемента 1.

Рассмотрим более подробно граничные условия в сечениях, по которым происходит контакт гайки и головки болта с соединяемыми пластинами. Система координат (X_1 O_1 V_1) (см. рис. 2) жестко связана с пластиной 1. В процессе деформирования она неподвижна. Система координат (ХОУ) связана с болтом и перемещается с ним как с абсолютно жестким телом. В этой системе координат записывается дифференциальное уравнение изгиба упругой оси болта и определяются величины прогибов болта. Система координат (X_2 O_2 V_2) жестко связана с пластиной 2. В процессе деформирования она сдвигается относительно системы координат (X_1 O_1 V_1) на величину $в_1 + |в_2|$.

Величины обмятий пластин в контактной зоне по стенке отверстия, прогибов болта и погонной контактной нагрузки в рассматриваемых системах координат будут иметь следующее соответствие знаков:

в системе координат (X_1 O_1 V_1) $x \in \tilde{A}_1$ $V_1 = \hat{a}_1 + \theta x + y$; $V_1 > 0$; $p(x) < 0$; $y < 0$; NZ=-1; $в_1 > 0$; $\theta < 0$.

В системе координат (X_2 O_2 V_2) $x \in \tilde{A}_2$ $V_2 = \hat{a}_2 + \theta x + y$; $V_2 < 0$; $p(x) > 0$;

$y > 0$; NZ=1; $в_1 < 0$; $\theta < 0$.

При повороте по часовой стрелке угол поворота болта как абсолютно жесткого тела в системах координат (X_1 O_1 V_1) и (X_2 O_2 V_2) считаем отрицательным: $\theta < 0$. Граничные условия на концах болта в системе координат (ХОУ) для углов поворота – будут иметь вид:

$\theta_l = \theta$ - абсолютно жесткая связь головки и тела болта;

$\theta_l = 0$ - абсолютно податливая связь головки и тела болта (заклепка).

Для болта с реальной жесткостью связи головки болта или гайки с телом болта:

$y'(\delta_{n1}) = -(\theta + \theta_1)$ - со стороны гайки;

$y'(\delta_{n2}) = -(\theta + \theta_2)$ - со стороны головки болта.

$$\theta_1 = M_{o1}(k_{11} + k_{22}) + \frac{NZkQ_3 f}{G_1 F};$$

$$\theta_2 = -M_{o2}k_{12} - \frac{NZkQ_3 f}{G_1 F};$$

$$Q_{Á1}(\delta_{n1}) = F_{ÒÐ1} - \frac{Q_3 y(\delta_{n1})}{\delta_{n1}}; \quad Q_{Á2}(-\delta_{n2}) = F_{ÒÐ2} - \frac{Q_3 y(\delta_{n2})}{\delta_{n2}}; \tag{18}$$

$$Ì_{Á1}(\delta_{n1}) = M_{01}; \quad Ì_{Á2}(-\delta_{n2}) = M_{02}.$$

Опорные моменты головки болта и гайки связаны с углами поворота болта в этих сечениях зависимостями

$$M_{01} = \frac{-\theta - y'(\delta_{n1}) - \dfrac{NZ \cdot k \cdot fQ_3}{G_1 F}}{k_{11} + k_{22}}; \quad M_{02} = \frac{\theta - y'(\delta_{n2}) - \dfrac{NZ \cdot k \cdot fQ_3}{G_1 F}}{k_{12}}, \tag{19}$$

где $к_{11}$, $к_{12}$ – коэффициенты податливости углового защемления краев болта, зависящие от геометрических размеров гайки и головки болта и от жесткости материала пластин в контактной зоне под гайкой и головкой болта.

K_{22} – коэффициент податливости углового защемления болта, определяющийся податливостью резьбовой пары «болт – гайка»; - методика его определения приведена в работе [3];

$$k_{1i} = \frac{16 \cdot \omega_1}{\gamma(S_i^4 - d^4)}, \quad \omega_1 = \begin{cases} 2; & Q_3 = 0; \\ 1; & Q_3 > 0. \end{cases} \tag{20}$$

Будем учитывать влияние обмятия материала листов в контактной паре, сдвиг материала болта на $y'(\delta_{ni})$ и податливость в резьбовой паре «болт – гайка»:

$$y'(-\delta_{n2}) = -\theta + \frac{NZ \cdot k \cdot fQ_3}{G_1 F} + \frac{16\omega_1 M_Б(-\delta_{n2})}{\gamma(S_i^4 - d^4)}. \tag{21}$$

Из формулы (13) получим после преобразований выражение для $M_Б(x)$:

$$M_Б(x) = \chi y'' + k_c[-\theta x\alpha(x)k_i - â\alpha(x)k_i + A \cdot NZ\beta(x)],$$

где в = $\begin{cases} â_1, x \in Ã_1, \\ â_2, õ \in Ã_2. \end{cases}$ (22)

Тогда $y''(\delta_{n1})$ определится по формуле

$$y''(\delta_{n1}) = -\theta \cdot [\frac{1}{\chi(k_{11}+k_{22})} - k_{c1}\delta_{n1}\alpha(\delta_{n1}) \cdot k_1] - \frac{y'(\delta_{n1})}{\chi(k_{11}+k_{22})} - \frac{NZk_{c1}Q_3 f}{\chi(k_{11}+k_{22})} + \tag{23}$$

$$+ k_{c1}y(-\delta_{n1}) \cdot \alpha(\delta_{n1}) \cdot \alpha(\delta_{n1}) \cdot k_1 + â_1\alpha(\delta_{n1})k_1k_{c1} - A \cdot NZ\beta(\delta_{n1})k_{c1},$$

èëè $y''(-\delta_{n2}) = \theta[\frac{1}{\chi k_{12}} - k_{c1}\delta_{n2}\alpha(-\delta_{n2}) \cdot k_2] + \frac{y'(-\delta_{n2})}{\chi k_{12}} - \frac{NZk_{c1}fQ_3}{\chi k_{12}} +$

$$+ k_{c1}y(-\delta_{n2}) \cdot \alpha(-\delta_{n2}) \cdot k_2 + â_2\alpha(-\delta_{n2})k_{c1}k_2 - A \cdot NZ \cdot \beta - (\delta_{n2})k_{c1},$$

где $к_{c1}=к_c/\lambda$

Из уравнения (12) найдем выражение для $Q_Б(x)$:

$$Q_Á = \chi y''' + A\,[k_c NZ\beta'(x) + k_{Òi} \cdot \beta_1(x) + k_c\{-\theta k_i[\alpha(\chi)x]' - k_i[\alpha(x)y]' -$$

$$- â\alpha'(x)ki\ \} - NZk_{Ti}\alpha_1(x)[-ki\theta x + kiy + k_i â] - Q_3\theta. \tag{24}$$

Подставим (24) в формулу (18) и проведем преобразования. Тогда выражения для $y'''(\delta_{n1})$ и $y'''(-\delta_{n2})$ будут иметь вид

$$y'''(\delta_{n1}) = \frac{NZfQ_3}{\chi} - A \cdot [k_{c1}NZ \cdot \beta'(\delta_{n1}) + \frac{k_{T1}\beta_1(\delta_{n1})}{\chi}] + \theta\{k_{c1}k_1 \cdot [\alpha'(\delta_{n1})\delta_{n1} + \alpha(\delta_{n1})] +$$

$$+ \frac{NZ \cdot k_{T1}\alpha_1(\delta_{n1})k_1\delta_{n1}}{\chi} + \frac{Q_3}{\chi}\} + y'(\delta_{n1})[k_{c1}k_1\alpha(\delta_{n1})] + y(S_{n1}) \times [k_{c1}k_1\alpha'(\delta_{n1}) + \tag{25}$$

$$+ \frac{NZ \cdot k_{T1}\alpha_1(\delta_{n1})k_1}{\chi} - \frac{Q_3}{\chi\delta_{n1}}] + в_1[\alpha'(\delta_{n1})k_1k_{c1} + \frac{NZ \cdot k_{T1}\alpha_1(\delta_{n1})k_1}{\chi};$$

$$y'''(-\delta_{n2})=\frac{NZfQ_3}{\chi}-A\cdot[k_{c1}NZ\cdot\beta'(-\delta_{n2})+\frac{k_{T2}\beta_1(-\delta_{n2})}{\chi}]+\theta\times$$
$$\times\{k_{c1}k_2[\alpha(-\delta_{n2})-\alpha'(-\delta_{n2})\cdot\delta_{n2}]-\frac{NZ\cdot k_{T2}\alpha_1(-\delta_{n2})k_2\delta_{n2}}{\chi}+\frac{Q_3}{\chi}\}+$$
$$+y'(-\delta_{n2})\cdot k_{c1}k_2\alpha(-\delta_{n2})+y(-\delta_{n2})[k_{c1}k_2\alpha'(-\delta_{n2}+\frac{NZ\cdot k_{T2}\alpha_1(-\delta_{n2})k_2}{\chi}-$$
$$-\frac{Q_3}{\chi\delta_{n2}}]+в_2[\alpha'(-\delta_{n2})\cdot k_2k_{c1}+\frac{NZ\cdot k_{T2}\alpha_1(-\delta_{n2})k_2}{\chi}].$$

Дифференциальное уравнение упругой оси болта, описывающее взаимодействие болта и соединяемых элементов односрезного соединения из разного материала, по всей длине болта будет иметь вид

$$Ly=(\chi y'')''+\tilde{a}_2y''+\tilde{a}_1y'+\tilde{a}_0y=\hat{\tilde{a}}_0A-(\tilde{a}_1+\tilde{a}_0x)\cdot\theta-\tilde{a}_0\hat{a}, \qquad (26)$$

где $\tilde{a}_2=\begin{cases}-[k_ck_1\alpha(x)+Q_3],\ x\in\tilde{A}_1,\\ -[k_ck_2\alpha(x)+Q_3],\ x\in\tilde{A}_2,\\ 0,\ \ x\in(G\setminus\tilde{A}_1\cup\tilde{A}_2),\ \tilde{A}_1\cap\tilde{A}_2=0;\end{cases}$

$$\tilde{a}_1=\begin{cases}-2k_ck_1\alpha'(x)-k_1k_{T1}NZ\alpha_1(x),\ x\in\tilde{A}_1,\\ -2k_ck_2\alpha'(x)-k_2k_{T2}NZ\alpha_1(x),\ x\in\tilde{A}_2,\\ 0,\ \ x\in(G\setminus\tilde{A}_1\cup\tilde{A}_2),\ \tilde{A}_1\cap\tilde{A}_2=0;\end{cases}$$

$$\tilde{a}_0=\begin{cases}k_1\alpha(x)-k_1k_{T1}NZ\alpha_1'(x)-k_ck_1\alpha''(x),\ x\in\tilde{A}_1,\\ k_2\alpha(x)-k_2k_{T2}NZ\alpha_1(x)-k_ck_2\alpha''(x),\ x\in\tilde{A}_2,\\ 0,\ \ x\in(G\setminus\tilde{A}_1\cup\tilde{A}_2),\ \tilde{A}_1\cap\tilde{A}_2=0;\end{cases}$$

$$\hat{\tilde{a}}_0=\begin{cases}[\beta(x)-k_c\beta''(x)-k_{T1}\beta_1'(x)]\cdot NZ,\ x\in\tilde{A}_1,\\ [\beta(x)-k_c\beta''(x)-k_{T2}\beta_1'(x)]\cdot NZ,\ x\in\tilde{A}_2,\\ 0,\ \ x\in(G\setminus\tilde{A}_1\cup\tilde{A}_2),\ \tilde{A}_1\cap\tilde{A}_2=0;\end{cases}$$

$$\hat{a}=\begin{cases}\hat{a}_1,\ x\in\tilde{A}_1,\\ \hat{a}_2,\ x\in\tilde{A}_2,\\ 0,\ \ x\in(G\setminus\tilde{A}_1\cup\tilde{A}_2),\ \tilde{A}_1\cup\tilde{A}_2=0;\end{cases}$$

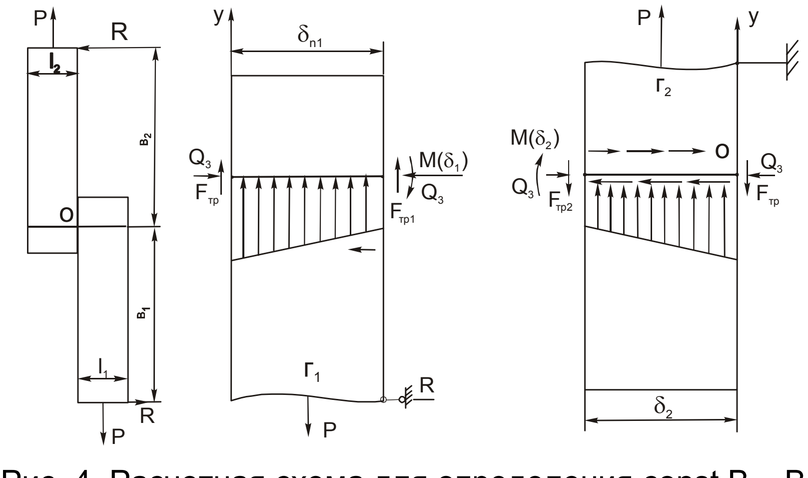

Рис. 4. Расчетная схема для определения const B_1, B_2

Константы $в_1, в_2, \theta$ в уравнении (26) определяем из условия равновесия элементов 1 и 2 (рис. 4). Для элемента 1 сумма проекций сил на ось ОУ $\sum F_Y = 0$:

$$-\int_{\tilde{A}_1} k_1 V(x)\alpha(x)dx + NZ\int_{\tilde{A}_1} A\cdot\beta(x)dx = -(P + NZ\cdot F_{\text{ÒÐ1}} - F_{\text{ÒÐ}}) \qquad (27)$$

После подстановки (1) в (27) получим

$$\hat{a}_1 = -\frac{\int_{\tilde{A}_1} k_1\alpha(x)ydx}{\int_{\tilde{A}_1} k_1\alpha(x)dx} - \theta\frac{\int_{\tilde{A}_1} k_1\alpha(x)\lambda dx}{\int_{\tilde{A}_1} k_1\alpha(x)dx} + NZ\frac{\int_{\tilde{A}_1} A\cdot\beta(x)dx}{\int_{\tilde{A}_1} k\alpha(x)dx} + \frac{P + NZ\cdot F_{\text{ÒÐ1}} - F_{\text{ÒÐ}}}{\int_{\tilde{A}_1} k_1\alpha(x)dx}. \qquad (28)$$

Для элемента 2 использование уравнения $\sum F_Y = 0$ дало выражения, определяющие величину $в_2$:

$$-\int_{\tilde{A}_2} k_2 V(x)\alpha(x)dx + NZ\int_{\tilde{A}_2} A\cdot\beta(x)dx = P - F_{\text{ÒÐ2}}NZ - F_{\text{ÒÐ}}, \qquad (29)$$

$$\hat{a}_2 = -\frac{\int_{\tilde{A}_2} k_2\alpha(x)ydx}{\int_{\tilde{A}_2} k_2\alpha(x)dx} - \theta\frac{\int_{\tilde{A}_2} k_2\alpha(x)xdx}{\int_{\tilde{A}_2} k_2\alpha(x)dx} + NZ\frac{\int_{\tilde{A}_2} A\cdot\beta(x)dx}{\int_{\tilde{A}_2} k_2\alpha(x)dx} - \frac{P - NZ\cdot F_{\text{ÒÐ2}} - F_{\text{ÒÐ}}}{\int_{\tilde{A}_1} k_2\alpha(x)dx}.$$

(30)

Запишем уравнение суммы моментов для болта относительно точки $0 \sum M_0 = 0$:

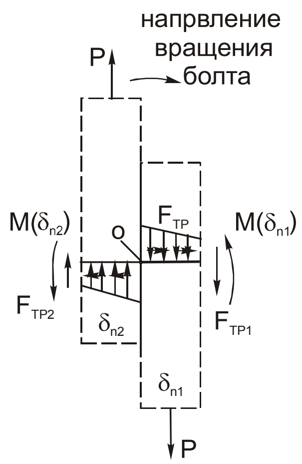

Рис. 5. Расчетная схема для определения const θ

$$\int_{\tilde{A}_1} dM_{\text{Á}} + \int_{\tilde{A}_2} dM_{\text{Á}} + M(\delta_{n2}) + M = 0 \qquad (31)$$

где $\int_{\tilde{A}_1} dM_{\text{Á}}$, $\int_{\tilde{A}_2} dM_{\text{Á}}$ - моменты, действующие на болт от погонных контактных сил; $M(\delta_{n1})$, $M(\delta_{n2})$ – опорные моменты под гайкой и головкой болта; М – момент, действующий на болт из–за эксцентриситета при передаче нагрузки [9].

Подставив в (31) выражения для $\frac{dQ_{Á}}{dx}$ и $\frac{dM_{Á}}{dx}$ с учетом правила знаков, получим

$$-\int\limits_{\tilde{A}_1} k_1\alpha(x)Vx \cdot dx + \int\limits_{\tilde{A}_1} NZ \cdot A\beta(x)xdx - \int\limits_{\tilde{A}_1} k_1\alpha_1(x)k_{T1}NZ \cdot Vdx + \int\limits_{\tilde{A}_1} \beta_1(x)Ak_{T1}dx -$$

$$-\int\limits_{\tilde{A}_1} Q_3\theta dx + \int\limits_{\tilde{A}_2} k_2\alpha(x)V \cdot xdx - \int\limits_{\tilde{A}_2} NZA\beta(x)xdx + \int\limits_{\tilde{A}_2} k_2\alpha_1(x)k_{T2}NZVdx -$$

$$-\int\limits_{\tilde{A}_2} \beta_1(x)Ak_{T2}dx - \int\limits_{\tilde{A}_2} Q_3\theta dx + F_{TP1}\delta_{n1}NZ + M(\delta_{n1}) - F_{TP2}\delta_{n2}NZ - M(\delta_{n2}) + M = 0. \quad (32)$$

Учитывая формулу (1) и что $\tilde{A}_1 \in [0; \delta_{n1}]$ $\tilde{A}_2 \in [-\delta_{n2}; 0]$,

$$-\int\limits_0^{\delta_{n1}} k_1\alpha(x)\theta x^2 dx - \int\limits_0^{\delta_{n1}} k_1\alpha(x)\hat{a}_1 xdx - \int\limits_0^{\delta_{n1}} k_1\alpha(x)yxdx + \int\limits_0^{\delta_{n1}} NZA\beta(x)xdx -$$

$$-\int\limits_0^{\delta_{n1}} k_1\alpha_1(x)k_{T1}NZ\theta xdx - \int\limits_0^{\delta_{n1}} k_1\alpha_1(x)\hat{a}_1 dx - \int\limits_0^{\delta_{n1}} k_1\alpha_1(x)k_{T1}NZydx +$$

$$+\int\limits_0^{\delta_{n1}} \beta_1(x)A \cdot k_{T1}dx - \int\limits_0^{\delta_{n1}} Q_3\theta dx + \int\limits_0^{-\delta_{n2}} k_2\alpha(x) \cdot \theta x^2 dx + \int\limits_0^{-\delta_{n2}} k_2\alpha(x) \cdot \hat{a}_2 xdx +$$

$$+\int\limits_0^{-\delta_{n2}} k_2\alpha(x)yxdx - \int\limits_0^{-\delta_{n2}} A \cdot \beta(x)NZxdx + \int\limits_0^{\delta_{n2}} k_2\alpha_1(x)k_{T2}NZ\theta xdx +$$

$$+\int\limits_0^{-\delta_{n2}} k_2\alpha_1(x)k_{T2}NZ\hat{a}_2 dx + \int\limits_0^{\delta_{n2}} k_2\alpha_1(x)k_{T2}NZydx - \int\limits_0^{\delta_{n2}} \beta_1 Ak_{T2}dx - \int\limits_0^{\delta_{n2}} Q_3\theta dx +$$

$$+F_{TP1}\delta_{n1}NZ + M(\delta_{n1}) - F_{TP2}\delta_{n2}NZ - M(\delta_{n2}) + M = 0. \quad (33)$$

После преобразований получим формулы для определения в$_1$, в$_2$, θ:

$$\begin{aligned} &в_1 = c_7 + c_8 - c_3\,\theta; \\ &в_2 = c_{11} + c_{12} - c_{13}\,\theta; \\ &\theta = \theta_0 + \theta_y; \end{aligned} \quad (34)$$

$$\theta_0 = \frac{c_5c_8 - c_{10} - c_{12}c_{51}}{1 + c_3c_5 + c_{13}c_{51}}; \quad \theta_y = \frac{c_5c_7 + c_9 + c_{91} - c_{15} - c_{11}c_{51}}{1 + c_3c_5 + c_{19}c_{51}},$$

где

$$c_1 = -\int\limits_0^{\delta_{n1}} k_1\alpha(x)x^2dx - \int\limits_0^{\delta_{n1}} k_1\alpha_1(x)k_{T1}NZxdx + \int\limits_0^{-\delta_{n2}} k_2\alpha(x)x^2dx + \qquad ;$$

$$+\int\limits_0^{\delta_{n2}} k_2\alpha_1(x)k_{T2}NZxdx - Q_3(\delta_{n1} + \delta_{n2}) - \frac{1}{k_{11}} - \frac{1}{k_{11} + k_{22}};$$

$$c_5 = [\int\limits_0^{\delta_{n1}} k_1\alpha(x)xdx + \int\limits_0^{\delta_{n1}} k_1\alpha_1(x)k_{T1}NZdx] / c_1; \quad (35)$$

$$c_{51} = [\int\limits_0^{-\delta_{n2}} k_2\alpha(x)xdx + \int\limits_0^{-\delta_{n2}} k_2\alpha_1(x)k_{T2}NZdx]/\tilde{n}_1;$$

$$c = \int\limits_0^{\delta_{n1}} k_1\alpha(x)dx; \quad c_6 = \int\limits_0^{-\delta_{n2}} k_2\alpha(x)dx; \quad c_7 = -\frac{\int\limits_0^{\delta_{n1}} k_1 y\alpha(x)dx}{c};$$

$$\tilde{n}_3 = (\int\limits_0^{\delta_{n1}} k_1\alpha(x)xdx)/c; \quad c_8 = [P - F_{TP} + NZ\int\limits_0^{\delta_{n1}} A\cdot\beta(x)dx]/c;$$

$$c_{11} = -[\int\limits_0^{-\delta_{n2}} k_2\alpha(x)ydx]/\tilde{n}_6; \quad c_{12} = [NZ\int\limits_0^{-\delta_{n2}} A\beta(x)dx - P + F_{TP} - F_{TP2}\cdot NZ]/c_6;$$

$$\tilde{n}_{13} = -[\int\limits_0^{-\delta_{n2}} k_2\alpha(x)xdx]/\tilde{n}_6; \quad c_9 = [\int\limits_0^{\delta_{n1}} k_1\alpha(x)yxdx + \int\limits_0^{\delta_{n2}} k_1\alpha_1(x)k_{T1}NZydx]/\tilde{n}_1;$$

$$c_{91} = [-\int\limits_0^{-\delta_{n2}} k_2\alpha(x)yxdx - \int\limits_0^{-\delta_{n2}} k_2\alpha_1(x)k_{T2}NZydx]/\tilde{n}_1;$$

$$c_{10} = [-M + \frac{F_{TP2}.NZk_c/\chi}{k_{11}} - \frac{F_{TP1}\cdot NZk_c/\chi}{k_{11}+k_{22}} + F_{TP1}\delta_{n1}NZ - F_{TP2}\delta_{n2}NZ + \int\limits_0^{\delta_{n1}}\beta_1(x)Ak_{T1}dx +$$
$$+\int\limits_0^{\delta_{n1}} A\cdot\beta(x)xNZdx - \int\limits_0^{-\delta_{n2}} A\cdot\beta(x)xNZdx - \int\limits_0^{-\delta_{n2}}\beta_1(x)Ak_{T2}dx]/\tilde{n}_1;$$

$$\tilde{n}_{15} = -\frac{y'(-\delta_{n2})}{k_{11}\cdot c_1} - \frac{y'(\delta_{n1})}{(k_{11}+k_{22})\cdot c_1};$$

Подставив в формулы (18) и (19) для граничных условий выражения (21), (22), (23), (25), (34), получим:

$$y'(\delta_{n1}), \quad y'(-\delta_{n2}), \quad Q_{\acute{A}}(\delta_{n1}), \quad Q_{\acute{A}}(-\delta_{n2}), \quad M_{\acute{A}}(\delta_{n1}), \quad M_{\acute{A}}(\delta_{n2}), \quad \theta, \hat{a}_1, \hat{a}_2;$$

$$\chi y''(\delta_{n1}) = -\theta_0[\frac{1}{k_{11}+k_{22}} - k_c\delta_{n1}\alpha(\delta_{n1})\cdot k_1] - \frac{y'(\delta_{n1})}{k_{11}+k_{22}} - \frac{NZk_cQ_3f}{k_{11}+k_{22}} +$$
$$+k_c y(\delta_{n1})\alpha(\delta_{n1})k_1 + \alpha(\delta_{n1})\cdot k_1k_c(c_8 + c_3\theta_0) + \alpha(\delta_{n1})k_1k_c(c_7 - c_3\theta_y) -$$
$$-A\cdot NZ\beta(\delta_{n1})\cdot k_c - \theta_y[\frac{1}{k_{11}+k_{22}} - k_c\delta_{n1}\alpha(\delta_{n1})\cdot k_1; \tag{36}$$

$$\chi y''(-\delta_{n2}) = \theta_0[\frac{1}{k_{11}} - k_c\delta_{n2}\alpha(-\delta_{n2})\cdot k_2] + \theta_y[\frac{1}{k_{11}} -$$
$$-k_c\delta_{n2}\alpha(-\delta_{n2})k_2] + \frac{y'(-\delta_{n2})}{k_{11}} - \frac{NZk_cfQ_3}{k_{11}} + k_c y(-\delta_{n2})\cdot\alpha(-\delta_{n2})k_2 + \alpha(-\delta_{n2})\times$$
$$\times k_ck_2(c_{12} + c_{13}\theta) + \alpha(-\delta_{n2})k_ck_2(c_{11} + c_{13}\theta_y) - ANZ\beta(-\delta_{n2})k_c;$$

$$\chi y'''(\delta_{n1}) = NZQ_3 f - A[k_c NZ\beta'(\delta_{n1}) + k_{T1}\beta_1(\delta_{n1})] + \theta_0\{k_c k_1 \times [\alpha'(\delta_{n1})\delta_{n1} + \alpha(\delta_{n1})] +$$
$$+ NZk_T\alpha_1(\delta_{n1})k_1\delta_{n1} + Q_3\} + \theta_y\{k_c k_1 \times [\alpha'(\delta_{n1})\delta_{n1} + \alpha(\delta_{n1})] + NZk_{T1}\alpha_1(\delta_{n1})k_1\delta_{n1} + Q_3\} +$$
$$+ y'(\delta_{n1}) \times [k_c k_1 \alpha(\delta_{n1})] + y(\delta_{n1})[k_c k_1 \alpha'(\delta_{n1}) + NZk_{T1}\alpha_1(\delta_{n1}) \cdot k_1 - \frac{Q_3}{\delta_{n1}}] + [\alpha'(\delta_{n1})k_1 k_c +$$
$$+ NZk_{T1}\alpha_1(\delta_{n1})k_1](c_8 - c_3\theta_0) + [\alpha'(\delta_{n1})k_1 k_c + NZk_{T1} \times \alpha_1(\delta_{n1})k_1] \cdot (c_7 - c_3\theta_y); \qquad (37)$$

$$\chi y'''(-\delta_{n2}) = NZfQ_3 - A[k_c NZ\beta'(-\delta_{n2}) + k_{T2}\beta_1(-\delta_{n2})] + \theta_0\{k_c k_2[-\alpha'(-\delta_{n2})\delta_{n2} +$$
$$+ \alpha(-\delta_{n2})] - NZk_{T2}\alpha_1(-\delta_{n2})k_2\delta_{n2} + Q_3\} + \theta_y\{k_c k_2[\alpha(-\delta_{n2}) - \alpha'(-\delta_{n2})\delta_{n2}] -$$
$$- NZk_{T2}\alpha(-\delta_{n2})k_2\delta_{n2} + Q_3\} + y'(-\delta_{n2})k_c k_2 \alpha(-\delta_{n2}) + y(-\delta_{n2})[k_c k_2 \alpha'(-\delta_{n2}) +$$
$$+ NZk_{T2}\alpha_1(-\delta_{n2})k_2 - \frac{Q_3}{\delta_{n2}}] + [\alpha'(-\delta_{n2})k_2 k_c + NZk_{T2}\alpha_1(-\delta_{n2})k_2](c_{12} + c_{13}\theta_0) +$$
$$+ [\alpha'(-\delta_{n2})k_2 k_c + NZk_{T2}\alpha_1(-\delta_{n2})k_2](c_{11} + c_{13}\theta_y)$$

Для решения поставленной краевой задачи об изгибе болта в односрезном соединении воспользуемся методом, предложенным в работах [7,8]. Запишем скалярное произведение в пространстве $L_2(\in)$ функций, принимающих действительные значения. Под областью определения D_L оператора L понимаем функции, удовлетворяющие граничным условиям и имеющие необходимые непрерывные производные. Пусть $U, V \in D_L$. Тогда

$$(L_{U,V}) = \int_G L_U V dx = \int_G (\chi U'')'' V dx + \int_G \hat{a}_2 U'' V dx + \int_G \hat{a}_1 U' V dx \int_G \hat{a}_0 U V dx = \int_G A\hat{a}_0 V dx -$$
$$- \int_G (\hat{a}_1 + \hat{a}_0 x)\,\theta V dx - \int_G \hat{a} V dx; \qquad G \in [-\delta_{n2}, \delta_{n1}]. \qquad (38)$$

Подставим в (38) выражение (34) для θ_1, $в_1$ и $в_2$:

$$\int_G (\chi U'')'' V dx + \int_G \hat{a}_2 U'' V dx + \int_G \hat{a}_1 U' V dx + \int_G \hat{a}_0 U V dx + \theta_y[\int_G \hat{a}_1 V dx + \int_G \hat{a}_0 x V dx] +$$
$$+ (c_7 - c_3\theta_y) \int_0^{\delta_{n1}} a_{o1} V dx + (c_{11} + c_{13}\theta_y) \int_{-\delta_{n2}}^{0} a_{o2} V dx = \int_G A\,\hat{a}_0 V dx - \theta_0 \int_G \hat{a}_2 x V dx -$$
$$- (c_8 - c_3\theta_0) \int_0^{\delta_{n1}} a_{o1} V dx - (c_{12} + c_{13}\theta_0) \int_{-\delta_{n2}}^{0} a_{o2} V dx. \qquad (39)$$

Согласно общей теории напряженно–деформированного состояния узлов, разработанной в работе [8], решение задачи об изгибе упругой оси болта в односрезном соединении сводится к задаче о построении элемента энергетического пространства, реализующего минимум соответствующего функционала. Ее решение согласно процессу Ритца ищем в виде линейной комбинации n координатных элементов с некоторыми численными коэффициентами a_i.

$$U_n = \sum_{i=1}^{n} a_i \eta_i \qquad (40)$$

Коэффициенты находим, решая систему линейных алгебраических уравнений

$$\sum_{k=1}^{n}[\eta_k,\eta_i]a_k=(f_c,\eta_i),\quad i=1,\dots,n \tag{41}$$

Введем в уравнение (39) граничные условия (36) и (37). Для этого первый интеграл в выражении (38) возьмем по частям:

$$\int_{-\delta_{n2}}^{\delta_{n1}}(\chi U'')''Vdx=[\chi U''(\delta_{n1})]'V(\delta_{n1})-[\chi U''(-\delta_{n2})]'V(-\delta_{n2})-[\chi U''(\delta_{n1})V'(\delta_{n1})]+$$

$$+[\chi U''(-\delta_{n2})]V(-\delta_{n2})+\int_G\chi U''V''dx.$$

Тогда уравнение (39) примет вид

$$\Big\{\theta_y\{k_ck_1[\alpha'(\delta_{n1})\delta_{n1}+\alpha(\delta_{n1})]+NZk_{T1}\alpha_1(\delta_{n1})k_1\delta_{n1}+Q_3\}+U'(\delta_{n1})k_ck_1\alpha(\delta_{n1})+$$
$$+U(\delta_{n1})[k_ck_1\alpha'(\delta_{n1})+NZk_{T1}\alpha_1(\delta_{n1})k_1-Q_3/\delta_{n1}]+[\alpha'(\delta_{n1})k_1k_c+$$
$$+NZk_{T1}\alpha_1(\delta_{n1})k_1](c_7-c_3\theta_y)\Big\}V(\delta_{n1})-\Big\{\theta_y\{k_ck_2[\alpha(-\delta_{n2})-\alpha'(-\delta_{n2})\delta_{n2}]-$$
$$-NZk_{T2}\alpha(-\delta_{n2})k_1\delta_{n2}+Q_3\}+U'(-\delta_{n2})k_ck_2\alpha(-\delta_{n2})+U(-\delta_{n2})[k_ck_2\alpha'(-\delta_{n2})+$$
$$+NZk_{T2}\alpha(-\delta_{n2})k_2+\frac{Q_3}{\delta_{n2}}]+\alpha'(-\delta_{n2})k_2k_c+NZk_{T2}\alpha_1(-\delta_{n2})k_2](c_{11}+c_{13}\theta_y)\Big\}V(-\delta_{n2})-$$
$$\Big\{-\theta_y[\frac{1}{k_{11}+k_{22}}-k_c\delta_{n1}\alpha(\delta_{n1})k_1]-\frac{U'(\delta_{n1})}{k_{11}+k_{22}}+k_cU(\delta_{n1})\alpha(\delta_{n1})k_1+\alpha(\delta_{n1})k_1k_c(c_7-c_3\theta_y)\Big\}$$
$$V'(\delta_{n1})+\Big\{\theta_y[\frac{1}{k_{11}}-k_c\delta_{n2}\alpha(-\delta_{n2})k_2]+\frac{U'(-\delta_{n2})}{k_{11}}+k_cU(-\delta_{n2})\alpha(-\delta_{n2})k_2+$$
$$\alpha(-\delta_{n2})k_ck_2(c_{11}+c_{13}\theta_y)\Big\}V'(-\delta_{n2})+\int_{-\delta_{n2}}^{\delta_{n1}}\chi U''V''dx+\int_G\hat a_2U''V+\int_G\hat a_1U'Vdx+$$
$$\int_G\hat a_0UVdx+\theta_y\int_G\hat a_1Vdx+\theta_y\int_G\hat a_0Vxdx+(c_7-c_3\theta_y)\int_0^{\delta_{n1}}a_{01}Vdx+(c_{11}+c_{13}\theta_y)$$
$$\int_{-\delta_{n2}}^{0}a_2Vdx=-\Big\{\theta_0\{k_ck_1[\alpha'(\delta_{n1})\delta_{n1}+\alpha(\delta_{n1})]+NZk_{T1}\alpha_1(\delta_{n1})k_1\delta_{n1}+Q_3\}+NZQ_3f-$$
$$-A[k_cNZ\beta'(\delta_{n1})+k_{T1}\beta_1(\delta_{n1})+[\alpha'(\delta_{n1})k_1k_c+NZk_{T1}\alpha_1(\delta_{n1})k_1](c_8-c_3\theta_0)\Big\}V(\delta_{n1})+$$
$$+\Big\{\theta_0\{k_ck_2[-\alpha'(-\delta_{n2})\delta_{n2}+\alpha(-\delta_{n2})]-NZk_{T2}\alpha_1(-\delta_{n2})k_2\delta_{n2}+Q_3\}+NZQ_3f-$$
$$-A[k_cNZ\beta'(-\delta_{n2})+k_{T2}\beta_2(-\delta_{n2})]+[\alpha'(-\delta_{n2})k_2k_c+NZk_{T2}\alpha_1(-\delta_{n2})k_2](c_{12}+c_{13}\theta_0)\Big\}$$
$$V(-\delta_{n2})+\{-\theta_0[\frac{1}{k_{11}+k_{22}}--k_c\delta_{n1}\alpha(\delta_{n1})k_1]-\frac{NZk_cQ_3f}{k_{11}+k_{22}}+\alpha(\delta_{n1})k_1k_c(c_8-c_3\theta_0)-$$
$$-ANZ\beta(\delta_{n1})k_c\}V'(\delta_{n1})-\{\theta_0[\frac{1}{k_{11}}-k_c\delta_{n2}\alpha(-\delta_{n2})k_2]-\frac{NZk_cQ_3f}{k_{11}}+\alpha(-\delta_{n2})k_ck_2(c_{12}+c_{13}\theta_0)-$$
$$-ANZ\beta(-\delta_{n2})k_c\quad\}V'(-\delta_{n2})+\int_G\hat b_0AVdx-\theta_0\int_G\hat a_1Vdx-\theta_0\int_G\hat a_0xVdx-$$
$$-(c_8-c_3\theta_0)\int_0^{\delta_{n1}}a_{o1}Vdx-(c_{12}+c_{13}\theta_0)\int_{-\delta_{n2}}^{0}a_{o2}Vdx. \tag{42}$$

Тогда значения коэффициентов системы алгебраических уравнений (41) можно вычислить по формуле

$$
\begin{aligned}
&[\eta_{k,}\eta_i]=\{\theta_y(\eta_k)\{k_c k_1[\alpha'(\delta_{n1})\delta_{n1}+\alpha(\delta_{n1})]+NZk_{T1}\alpha_1(\delta_{n1})k_1\delta_{n1}+Q_3\}+\\
&+\eta_k'(\delta_{n1})k_c k_1\alpha(\delta_{n1})+\eta_k(\delta_{n1})[k_c k_1\alpha'(\delta_{n1})+NZk_{T1}\alpha_1(\delta_{n1})k_1-\frac{Q_3}{\delta_{n1}}]+\\
&+[\alpha'(\delta_{n1})k_1k_c+NZk_{T1}\alpha_1(\delta_{n1})k_1][c_7(\eta_k)-c_3\theta_y(\eta_k)\}\eta_i(\delta_{n1})-\\
&-\{\theta_y(\eta_k)\{k_c k_2[\alpha(-\delta_{n2})-\alpha'(-\delta_{n2})\delta_{n2}]-NZk_{T2}\alpha(-\delta_{n2})k_1\delta_{n2}+Q_3\}+\\
&+\eta_k'(-\delta_{n2})k_c k_1\alpha(\delta_{n1})+\eta_k(-\delta_{n2})[k_c k_2\alpha'(-\delta_{n2})+NZk_{T2}\alpha(-\delta_{n2})k_2+\\
&+\frac{Q_3}{\delta_{n2}}]+[\alpha'(-\delta_{n2})k_2k_c+NZk_{T2}\alpha_1(-\delta_{n2})k_2](c_{11}(\eta_k)+c_{13}\theta_y(\eta_k)\}\eta_i(-\delta_{n2})-\\
&-\{-\theta_y(\eta_k)[\frac{1}{k_{11}+k_{22}}-k_c\delta_{n1}\alpha(\delta_{n1})k_1]-\frac{\eta_k'(\delta_{n1})}{k_{11}+k_{22}}+k_c\eta_k(\delta_{n1})\alpha(\delta_{n1})k_1+\\
&+\alpha(\delta_{n1})k_1k_c[c_7(\eta_k)-c_3\theta_y(\eta_k)]\}\eta_i'(\delta_{n1})+\{\theta_y(\eta_k)[\frac{1}{k_{11}}-k_c\delta_{n2}\alpha(-\delta_{n2})k_2]+\\
&+\frac{\eta_k'(-\delta_{n2})}{k_{11}}+k_c k_2\alpha(-\delta_{n2})\eta_k(-\delta_{n2})+\alpha(-\delta_{n2})k_c k_2[c_{11}(\eta_k)+\\
&c_{13}\theta_y(\eta_k)\ \}\eta_i'(-\delta_{n2})+\int_{-\delta_{n2}}^{\delta_{n1}}\chi\eta_k''\eta_i''dx+\int_G\hat{a}_2\eta_k''\eta_i+\int_G\hat{a}_1\eta_k'\eta_i dx+\int_G\hat{a}_0\eta_k\eta_i dx+\\
&+\theta_y(\eta_k)\int_G\hat{a}_1\eta_i dx+\theta_y(\eta_k)\int_G\hat{a}_0\eta_i x dx+[c_7(\eta_k)-c_3\theta_y(\eta_k)]\int_0^{\delta_{n1}}a_{o1}\eta_i dx+[c_{11}(\eta_k)+\\
&+c_{13}\theta_y(\eta_k)]\int_{-\delta_{n2}}^{0}a_2\eta_i dx.
\end{aligned}
\qquad (43)
$$

Правые части уравнений (41) определяются выражением

$$
\begin{aligned}
&(f_c,\eta_i)=-\{\theta_0\{k_c k_1[\alpha'(\delta_{n1})\delta_{n1}+\alpha(\delta_{n1})]+NZk_{T1}\alpha_1(\delta_{n1})k_1\delta_{n1}+\\
&+Q_3\}+NZQ_3f-A[k_cNZ\beta'(\delta_{n1})+k_{T1}\beta_1(\delta_{n1})]+[\alpha'(\delta_{n1})k_1k_c+\\
&+NZk_{T1}\alpha_1(\delta_{n1})k_1](c_8-c_3\theta)\}\eta_i(\delta_{n1})+\{\theta_0\{k_c k_2[-\alpha'(-\delta_{n2})\delta_{n2}+\alpha(-\delta_{n2})]-\\
&-NZk_{T2}k_2\delta_{n2}\alpha_1(-\delta_{n2})+Q_3\}+NZQ_3f-A[k_cNZ\beta'(-\delta_{n2})+k_{T2}\beta_2(-\delta_{n2})]+\\
&+[\alpha'(-\delta_{n2})k_2k_c+NZk_{T2}k_2\alpha_1(-\delta_{n2})](c_{12}+c_{13}\theta_0)\}\eta_i(-\delta_{n2})+\\
&+\{-\theta_0[\frac{1}{k_{11}+k_{22}}-k_c\delta_{n1}\alpha(\delta_{n1})k_1]-\frac{NZk_cQ_3f}{k_{11}+k_{22}}+\alpha(\delta_{n1})k_1k_c(c_8-c_3\theta_0)-\\
&-ANZ\beta(\delta_{n1})k_c\}\eta_i'(\delta_{n1})-\{\theta_0[\frac{1}{k_{11}}-k_c\delta_{n2}\alpha(-\delta_{n2})k_2]-\frac{NZk_cQ_3f}{k_{11}}+\\
&\alpha(-\delta_{n2})k_c k_2(c_{12}+c_{13}\theta_0)-ANZ\beta(-\delta_{n2})k_c\}\eta_i'(-\delta_{n2})++\int_G\hat{в}_0A\eta_i dx-\\
&-\theta_0\int_G\hat{a}_1\eta_i dx-\theta_0\int_G\hat{a}_0x\eta_i dx-(c_8-c_3\theta_0)\int_0^{\delta_{n1}}a_{o1}\eta_i dx-(c_{12}+c_{13}\theta_0)\int_{-\delta_{n2}}^{0}a_{o2}\eta_i dx.
\end{aligned}
\qquad (44)
$$

Последовательность координатных функций $\eta_1, \eta_2, ..., \eta_n$ (40) должна удовлетворять следующим условиям: все ее элементы должны принадлежать пространству H_L, удовлетворять граничному условию $y|_{x=0} = 0$; при любом l элементы $\eta_1, \eta_2, ..., \eta_n$ линейно независимы. Последовательность $\sin\frac{\pi x}{l}, \sin\frac{2\pi x}{l}, ..., \sin\frac{n\pi x}{l}$ удовлетворяет этому условию.

Поставленная задача об определении погонных нагрузок на болт в односрезном соединении с радиальным натягом решается методом итераций, т. к. зона контакта болта со стенкой отверстия в пластинах может изменяться по длине болта в зависимости от величины нагрузки, передаваемой болтом.

Предлагается следующий итерационный алгоритм решения краевой задачи.

1. Формируем исходные данные к задаче.
2. Задаем контактные условия (12) болта со стенкой отверстия, характерные при установке болта без радиального натяга:

$$\varphi_{10} = \frac{\pi}{2}; \alpha = 1 + \frac{2f}{\pi}; \beta = 1 + f; \alpha_1 = \frac{1}{2}; \beta_1 = \frac{1}{2}.$$

3. Определяем постоянные (35) C_1, C_2,…,C_{15}.
4. Формируем и решаем систему уравнений (41).
5. Определяем условия контакта в первом приближении $\varphi_{11} = f(V_1)$.

По формулам (12) рассчитываем.

6. Повторяем вычисления, начиная с пункта 3. В последующих приближениях полагаем

$$\varphi_{1,n+1}(x) = (1-\chi)\varphi_{1,n}(x) + \chi\varphi(V_n(x)), \tag{45}$$

где 0 <$\lambda \le$ 1 – параметр, обеспечивающий и регулирующий сходность итерационного процесса.

Вычислительный процесс повторяем, пока не выполнится условие

$$\frac{|\varphi_{1,n+1}(x) - \varphi_{1,n}(x)|_{x=0}}{\varphi_{1,n}(x)} < \varepsilon \tag{46}$$

6. Определяем погонные контактные нагрузки, действующие на болт $P_l(x)$. Коэффициенты неравномерности погонных нормальных контактных нагрузок по оси болта определим по формуле

$$k_{\theta i} = \frac{P_i(x)\delta_{ni}}{P}, \tag{47}$$

где l – номер соединяемой пластины.

Коэффициенты неравномерности контактных давлений под головкой болта и гайкой:

$$\nu_{г} = \frac{\sigma_{3\,неравн} + \sigma_{к\,изг}}{\sigma_{3\,равн}}; \qquad (48)$$

$$\nu_{гб} = 1 + \frac{\sigma_{к\,изг}}{\sigma_{3\,равн}},$$

где $\sigma_{к\ изг}$ – контактные напряжения при изгибе болта, возникающие под головкой болта и гайкой;

$\sigma_{3\ неравн}$ – напряжения под гайкой, возникающие при затяжке болта;

$\sigma_{3\ равн}$ – условно равномерно распределенные напряжения, возникающие под гайкой или головкой болта, возникающие при его затяжке.

По предложенному алгоритму составлена программа расчета на ЭВМ величины контактных давлений и погонных контактных нагрузок между болтом и пластинами односрезного соединения. В качестве примера применения предложенного метода определения влияния конструктивно–технологических параметров односрезного болтового соединения на распределение контактных давлений в зоне сопряжения его элементов рассмотрено соединение, выполненное из титанового сплава ВТ6.

На рис. 4 – 9 показано влияние радиального натяга на коэффициенты неравномерности погонной нормальной контактной нагрузки по длине болта в односрезных соединениях из титанового сплава ВТ6.

На рис. 6 – 18 показаны результаты расчета коэффициента $к_{\theta l}$, а на рис. 20 – 23 - $\nu_г$, $\nu_{гб}$ в зависимости от силы затяжки болта, отношения геометрических параметров δ_n /d и $\delta_{n1}/\ \delta_{n2}$. Графики зависимостей, изображенные на рис. 6 и 7, позволяют оценить влияние усилия затяжки болта на неравномерность погонной контактной нагрузки по длине болта. При увеличении усилия осевой затяжки от Q_3 =0 до Q_3 =25 Кн величина коэффициента $к_{\theta l}$ уменьшается почти в 4 раза. Это объясняется уменьшением нагрузки, передаваемой болтом, равной $P_б$ =P- F_{TP}. Если в формуле (47) в знаменатель подставить $P_б$, то величина усилия практически не будет влиять на $к_{\theta l}$, но величина нормальной погонной контактной нагрузки будет уменьшаться с увеличением усилия затяжки болта, как это и представлено на рис. 6, 7. На рис. 8, 9 показано влияние отношения толщины соединяемых пластин к диаметру болта на коэффициенты неравномерности нормальной погонной контактной нагрузки по длине болта. Значения величин усилия затяжки болтов взяты равными Q_3 =0 или в соответствии с рекомендуемыми ОСТ1 00017 - 77 для данного диаметра болта. При изменении величины δ_n /d от 0,5 до 3 $к_{\theta l}$ увеличиваются в пределах от 1,0 до 3,8 для болтов из стали 30 ХГСА, т. е. в 2,6 – 2,8 раза для каждого из рассмотренных диаметров болтов. Для болтов из титанового сплава ВТ16 $к_{\theta l}$ увеличивается в диапазоне от 1,2 до 4,2, т. е. в 3,3 раза для каждого из рассматриваемых диаметров болтов d =6; 8; 10 мм. Влияние соотношения толщин соединяемых пластин на величину коэффициента $к_{\theta l}$ показано на рис. 10 – 18.

Для соединений из сплава ВТ6 с болтом из титанового сплава ВТ16 возрастание $\delta_{n1}/\ \delta_{n2}$ от 1 до 4 для болтов d = 10; 8; 6 мм приводит к увеличению значений $к_{\theta l}$ от 1,1 …1,7 до 4,8 …6,9 (рис. 10 – 12). Если оставлять неизменной толщину первой пластины δ_{n1} =16 мм и уменьшать толщину второй, то $к_{\theta l}$ достигает максимального значения $к_{\theta\ 1}$=4 при $\delta_{n1}/\ \delta_{n2}$ =2,5. Величина $к_{\theta 2} \to 1$. Для соединений из сплава ВТ6 с болтом из стали 30ХГСА при фиксированной толщине второй пластины δ_{n2} = 5 мм увеличение толщины первой пластины в 4 раза для диаметров болтов d = 10; 8; 6 мм вызывает увеличение $к_{\theta 1}$ от 1,1 …1,5 до 4,0…5,7 (рис.14 – 16). Значение коэффициента $к_{\theta 2}$ практически не изменяется.

Влияние усилия затяжки болта на коэффициенты неравномерности контактных давлений под гайкой и головкой болта показано на рис. 17, 18. Рассмотрено два варианта соединений. В первом варианте δ_{n2} =4 мм, δ_{n1} = 4; 8; 12; 16 мм, во втором - δ_{n1} =16 мм, δ_{n2} =4; 8; 12; 16 мм. Видно, что с увеличением усилия затяжки от 0 до 25 кН, которое соответствует значению усилия затяжки для болтов d = 8 мм, в соответствии с ОСТ1 00017 – 77, $\nu_Г$ - 1,5; $\nu_{Гб}$ - 1,2 при значении внешней нагрузки Р = 10Кн (см. рис.17). Увеличение внешней нагрузки в 3 раза до Р = 30 Кн дало значения коэффициентов неравномерности под гайкой и головкой болта $\nu_{Гб}$ = 1,5 – 2,5, $\nu_Г$ = 1 – 1,9 при $Q_З$ =25 кН. Применение усилий затяжки болтов меньшей величины или ослабление ее в процессе эксплуатации соединения может привести к значительному увеличению коэффициентов неравномерности контактных давлений под гайкой и головкой болта.

На рис. 19 – 22 показано влияние отношения δ_n /d и диаметра болта на коэффициенты неравномерности контактных давлений и максимальные контактные давления под гайкой и головкой болта в односрезном соединении из титанового сплава ВТ6. Увеличение отношения δ_n /d от 0,5 до 2,5 вызывает незначительное уменьшение $\nu_г$ и $\nu_{гб}$ на 5…10%. Изменение отношения δ_{n1} /δ_{n2} от 1 до 8 почти не повлияло на величину $\nu_г$ и $\nu_{гб}$ (рис. 23).

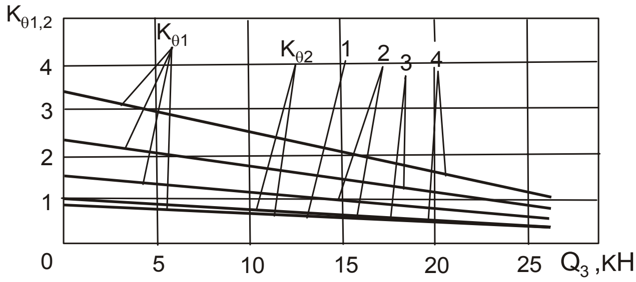

Рис. 6. Влияние усилия затяжки на коэффициенты неравномерности нормальной погонной контактной нагрузки по длине болта в односрезном соединении $\delta_{n1} \geq \delta_{n2}$ =4 мм:
1 - δ_{n1} = 4 мм; 2 - δ_{n1} = 8 мм;
3 - δ_{n1} = 12 мм; 4 - δ_{n1} = 16 мм; Р = 10 кН;
$f_{1,2}$ = 0,25; $\gamma_{1,2}$ = 13,5 $\frac{кН}{мм^3}$; E_1 = 210 ГПа;
$E_{21} = E_{22}$ =120 ГПа; δ_{n2} = 4 мм; $\bar{\Psi}$ =0;
d = 8 мм

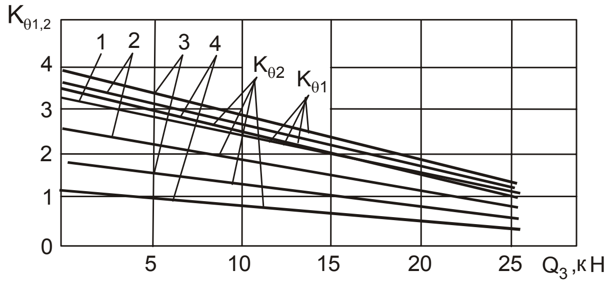

Рис. 7. Влияние усилия затяжки на коэффициенты неравномерности нормальной погонной контактной нагрузки по длине болта в односрезном соединении $\delta_{n2} \leq \delta_{n1}$=16 мм:
1 - δ_{n2}= 16 мм; 2 - δ_{n2}= 12 мм;
3 - δ_{n2} =8 мм; 4 - δ_{n2} = 4 мм; Р = 10 кН;
$f_{1,2}$ = 0,25; $\gamma_{1,2}$ =13,5 $\frac{кН}{мм^3}$; E_1 = 210 ГПа;
$E_{21} = E_{22}$ =120 ГПа; δ_{n1}= 16 мм; $\bar{\Psi}$ =0;
d = 8 мм

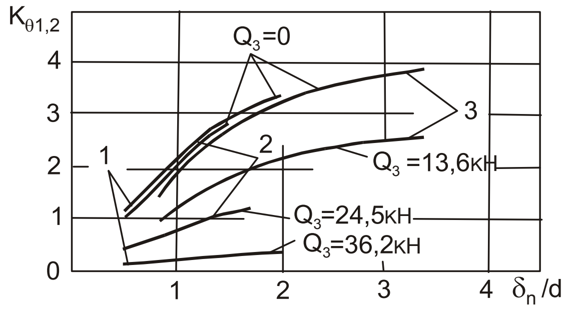

Рис. 8. Влияние отношения δ_n/d на коэффициенты неравномерности нормальной погонной контактной нагрузки по длине болта в односрезном соединении с болтом из стали
30 ХГСА:
1 – d = 10 мм; 2 – d = 8 мм;
3 – d = 6 мм; P=10 кН; $f_{1,2}$ = 0,25;
$\gamma_{1,2}$ =13,5 $\frac{кН}{мм^3}$; E_1=210 ГПа; E_{21}=E_{22}=
=120 ГПа; $\bar{\Psi}$ = 0;
δ_{n1} = δ_{n2} = δ_n; K_{Q1}= K_{Q2}; M_{01}= M_{02}

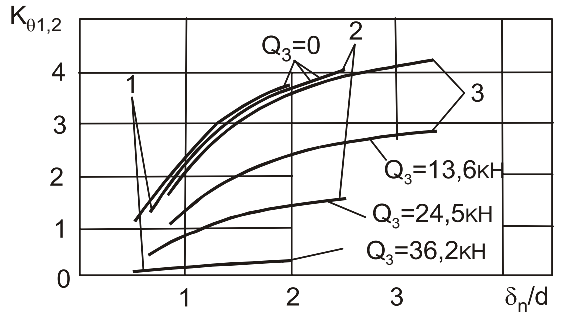

Рис. 9. Влияние отношения δ_n/d на коэффициенты неравномерности нормальной погонной контактной нагрузки по длине болта в односрезном соединении с болтом из титанового сплава ВТ16:
1 – d = 10 мм; 2 – d = 8 мм;
3 – d =6 мм; P=10 кН; $f_{1,2}$ = 0,25;
$\gamma_{1,2}$ =13,5 $\frac{кН}{мм^3}$; E_1=115 ГПа;
E_{21}=E_{22}=120 ГПа; δ_{n1} = δ_{n2} = δ_n;
K_{Q1} = K_{Q2}; M_{01} = M_{02}; $\bar{\Psi}$ = 0

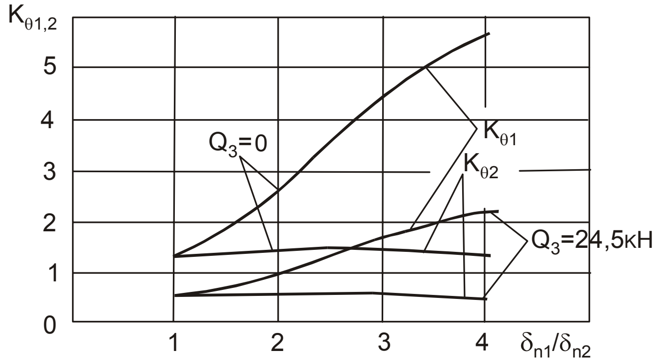

Рис. 10. Влияние отношения δn_1/ δn_2 на коэффициенты неравномерности нормальной погонной контактной нагрузки по длине болта в односрезном соединении с болтом из титанового сплава ВТ 16 диаметром 8 мм:
P=10 кН; $f_{1,2}$ = 0,25; $\gamma_{1,2}$ =13,5 $\frac{кН}{мм^3}$;
E_1=115 ГПа; E_{21}=E_{22}=120 ГПа; δ_{n2} = 5 мм;
$\bar{\Psi}$ = 0; d = 8 мм

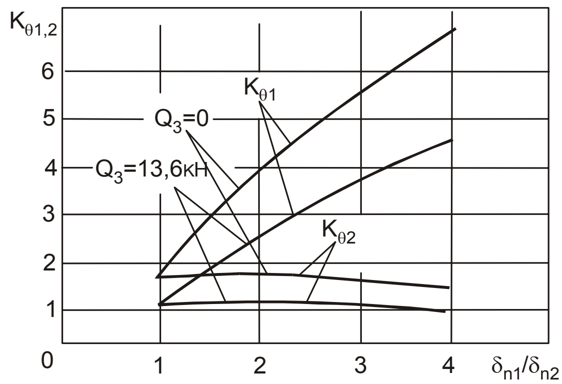

Рис.11. Влияние отношения δ_{n1}/ δ_{n2} на коэффициенты неравномерности нормальной погонной контактной нагрузки по длине болта в односрезном соединении с болтом из титанового сплава ВТ 16 диаметром 6 мм:
P=10 кН; $f_{1,2}$ = 0,25; $\gamma_{1,2}$ =13,5 $\frac{кН}{мм^3}$;
E_1=115 ГПа; E_{21}=E_{22}=120 ГПа;
δ_{n2} = 5 мм; $\bar{\Psi}$ = 0; d = 6 мм

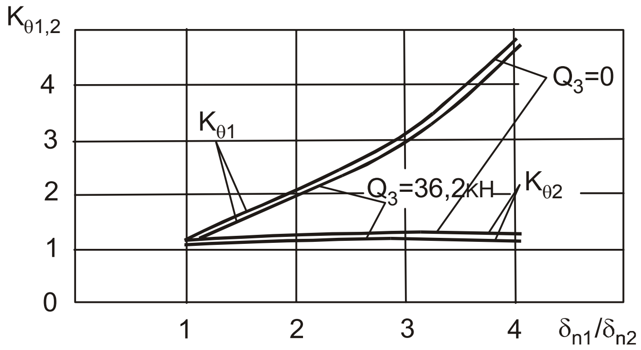

Рис. 12. Влияние отношения $\delta_{n1}/\ \delta_{n2}$ на коэффициенты неравномерности нормальной погонной контактной нагрузки по длине болта в односрезном соединении с болтом из титанового сплава ВТ16 диаметром 10 мм:

$$P=10\ кН;\ f_{1,2}=0{,}25;\ \gamma_{1,2}=13{,}5\ \frac{кН}{мм^3};$$

$$E_1=115\ ГПа;\ E_{21}=E_{22}=120\ ГПа;$$

$$\delta_{n2}=5\ мм;\ \bar{\Psi}=0;\ d=10\ мм$$

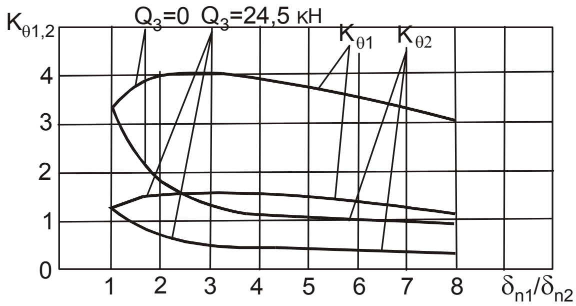

Рис. 13. Влияние отношения $\delta_{n1}/\ \delta_{n2}$ на коэффициенты неравномерности нормальной погонной контактной нагрузки по длине болта в односрезном соединении с болтом из стали 30ХГСА диаметром 8 мм:

$$P=10\ кН;\ f_{1,2}=0{,}25;\ \gamma_{1,2}=13{,}5\frac{кН}{мм^3};$$

$$E_1=210\ ГПа;\ E_{21}=E_{22}=120\ ГПа;$$

$$\delta_{n1}=16\ мм;\ \bar{\Psi}=0;\ d=8\ мм$$

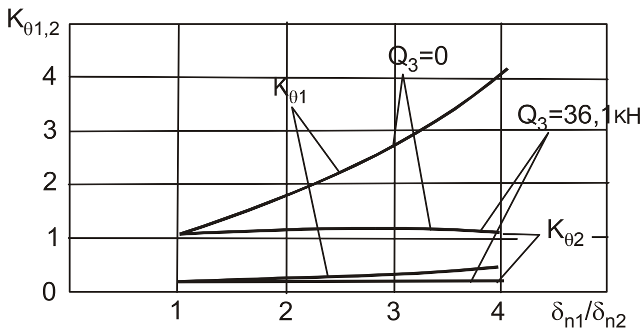

Рис. 14. Влияние отношения $\delta_{n1}/\ \delta_{n2}$ на коэффициенты неравномерности нормальной погонной контактной нагрузки по длине болта в односрезном соединении с болтом из стали 30ХГСА диаметром 10 мм:

$P=10$ кН; $f_{1,2}=0{,}25$;

$$\gamma_{1,2}=13{,}5\frac{кН}{мм^3};\ E_1=210\ ГПа;\ E_{21}=E_{22}=$$

$$=120\ ГПа;\ \delta_{n2}=5\ мм;\ \bar{\Psi}=0;\ d=10\ мм$$

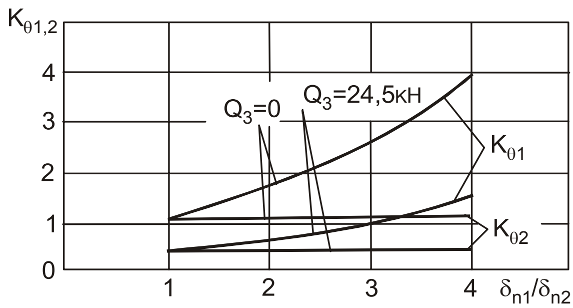

Рис. 15. Влияние отношения $\delta_{n1}/\ \delta_{n2}$ на коэффициенты неравномерности нормальной погонной контактной нагрузки по длине болта в односрезном соединении с болтом из стали 30ХГСА диаметром 8 мм:

$$P=10\ кН;\ f_{1,2}=0{,}25;\ \gamma_{1,2}=13{,}5\frac{кН}{мм^3};$$

$$E_1=210\ ГПа;\ E_{21}=E_{22}=120\ ГПа;$$

$$\delta_{n2}=4\ мм;\ \bar{\Psi}=0;\ d=8\ мм$$

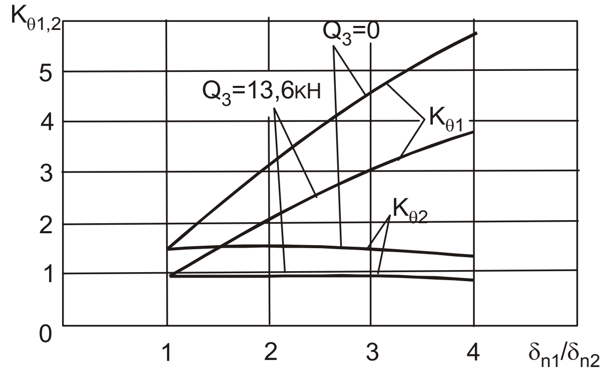

Рис. 16. Влияние отношения δ_{n1}/δ_{n2} на опорные моменты и коэффициенты неравномерности нормальной погонной контактной нагрузки по длине болта в односрезном соединении с болтом из стали 30ХГСА диаметром 6 мм:

P=10 кН; $f_{1,2}$ = 0,25; $\gamma_{1,2}$ =13,5 $\frac{\text{кН}}{\text{мм}^3}$;

E_1=210 ГПа; E_{21}=E_{22}=120 ГПа;

δ_{n2} = 5 мм; $\bar{\Psi}$ = 0; d = 6 мм

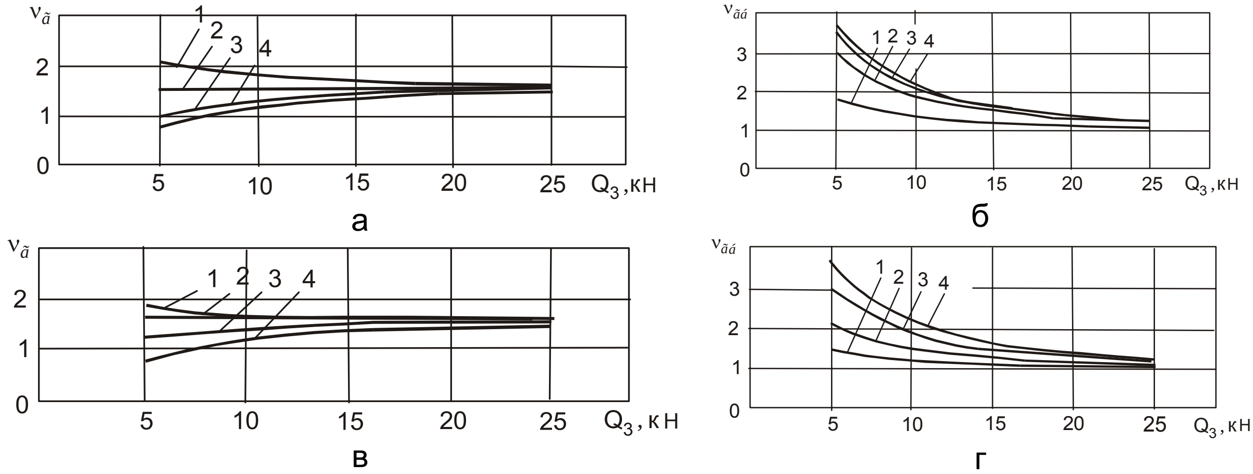

Рис. 17. Влияние усилия затяжки на коэффициенты неравномерности контактных давлений под гайкой и головкой болта:

а, б – δ_{n2}=4 мм; 1 - δ_{n1}=4 мм; 2 - δ_{n1}=8 мм; 3 - δ_{n1}=12 мм; 4 - δ_{n1}=16 мм;

в, г – δ_{n1} =16 мм; 1 - δ_{n2} =16 мм; 2 - δ_{n2} =12 мм; 3 - δ_{n2} =8 мм; 4 - δ_{n2} =4 мм; P=10 кН;

$f_{1,2}$ = 0,25; $\gamma_{1,2}$ =13,5 $\frac{\text{êН}}{\text{ìì}^3}$; E_1=210 ГПа; E_{21}=E_{22}=120 ГПа; $\bar{\Psi}$ = 0; d = 8 мм

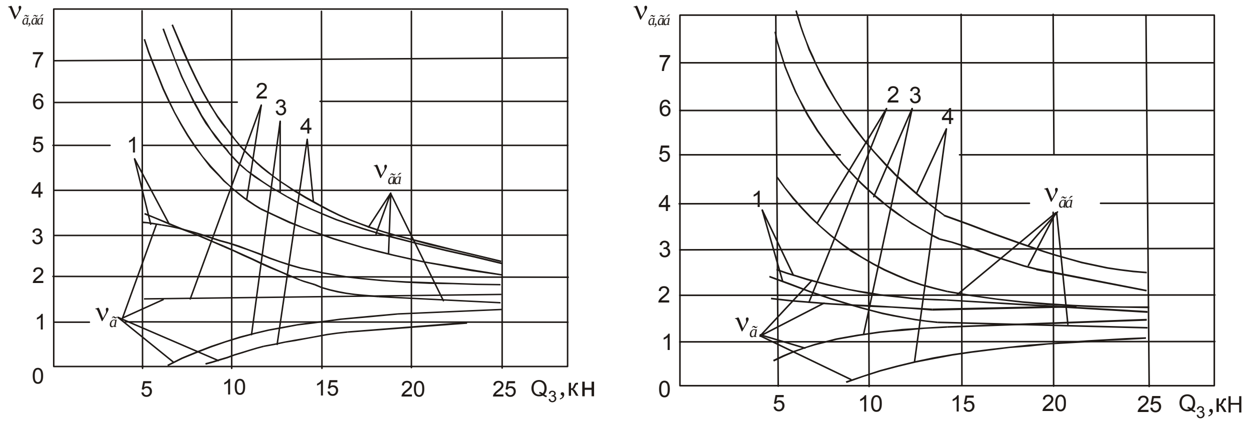

Рис. 18. Влияние усилия затяжки на коэффициенты неравномерности контактных давлений под гайкой и головкой болта:

а – δ_{n2} =4 мм; 1 - δ_{n1} =4 мм; 2 - δ_{n1} =8 мм; 3 - δ_{n1} =12 мм; 4 - δ_{n1} =16 мм;

б - δ_{n1} =16 мм; 1 - δ_{n2} =16 мм; 2 - δ_{n2} =12 мм; 3 - δ_{n2} =8 мм; 4 - δ_{n2} =4 мм; P=30 кН;

$f_{1,2}$ = 0,25; $\gamma_{1,2}$ =13,5 $\frac{\text{кН}}{\text{мм}^3}$; E_1=210 ГПа; E_{21}=E_{22}=120 ГПа; $\bar{\Psi}$ = 0; d = 8 мм

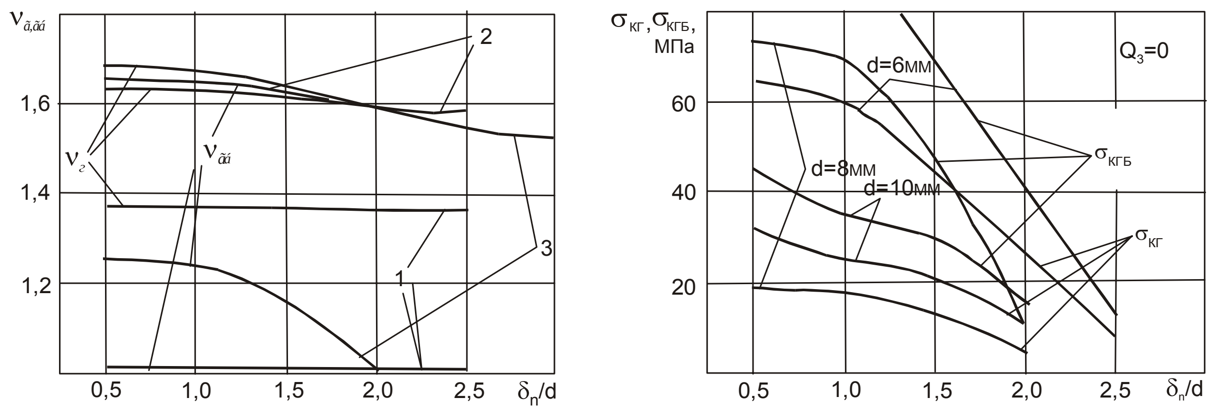

Рис. 19. Влияние отношения δ_n/d на коэффициенты неравномерности контактных давлений и максимальные контактные давления под гайкой и головкой болта в односрезном болтовом соединении с болтом из стали 30ХГСА:

1 – d = 10 мм; Q_3 = 36,2 кН; 2 – d =8 мм; Q_3 = 24,5 кН; 3 – d = 6 мм; Q_3 = 13,6 кН;

P=10 кН; $f_{1,2}$ = 0,25; $\gamma_{1,2}$ =13,5 $\frac{кН}{мм^3}$; E_1=210 ГПа; E_{21}=E_{22}=120 ГПа; $\delta_{n1} = \delta_{n2} = \delta_n$

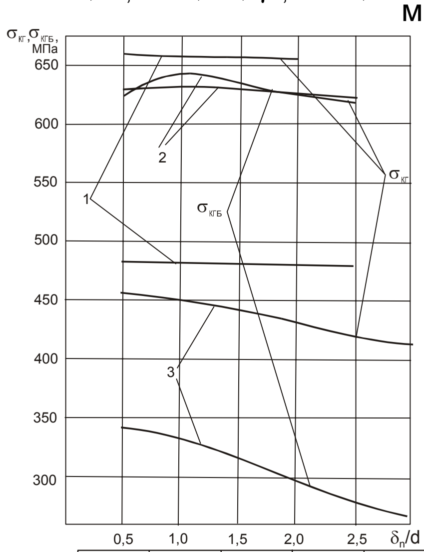

Рис. 20. Влияние отношения δ_n/d на максимальные контактные давления под гайкой и головкой болта в односрезном болтовом соединении с болтом из стали 30ХГСА:
1 – d = 10 мм; Q_3 = 36,2 кН; 2 – d =8 мм; Q_3 = 24,5 кН; 3 – d = 6 мм; Q_3 = 13,6 кН;
P=10 кН; $f_{1,2}$ = 0,25; $\gamma_{1,2}$ =13,5 $\frac{кН}{мм^3}$;
E_1=210 ГПа; E_{21}=E_{22}=120 ГПа;
$\delta_{n1} = \delta_{n2} = \delta_n$

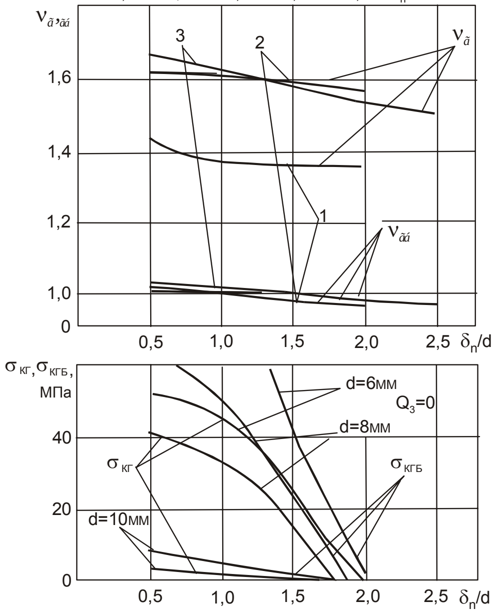

Рис. 21. Влияние отношения δ_n/d на коэффициенты неравномерности контактных давлений под гайкой и головкой болта и максимальные контактные давления в односрезном болтовом соединении с болтом из титанового сплава ВТ16:
1 – d = 10 мм; Q_3 = 36,2 кН;
2 – d =8 мм; Q_3 = 24,5 кН; 3 – d = 6 мм; Q_3 = 13,6 кН; P=10 кН; $f_{1,2}$ = 0,25;
$\gamma_{1,2}$ =13,5 $\frac{кН}{мм^3}$; E_1=115 ГПа;
E_{21}=E_{22}=120 ГПа; $\delta_{n1} = \delta_{n2} = \delta_n$

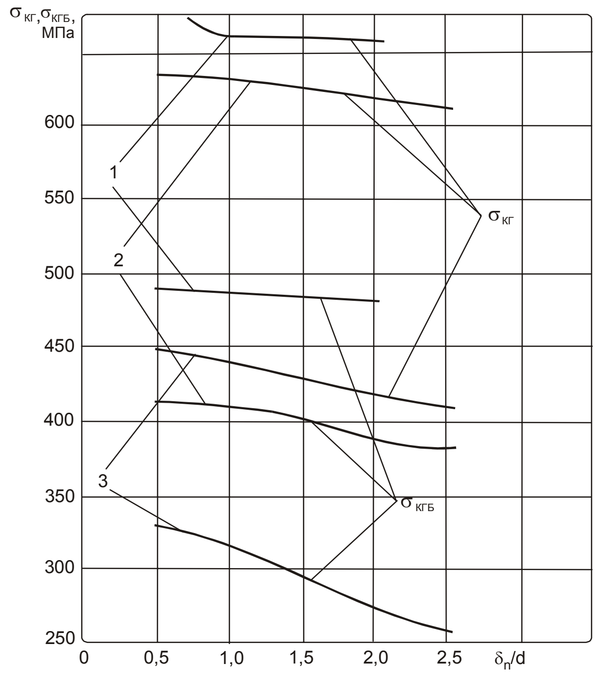

Рис. 22. Влияние отношения δ_n/ d на максимальные контактные давления под гайкой и головкой болта в односрезном болтовом соединении с болтом из титанового сплава ВТ16:

1 – d = 10 мм; Q_3 = 36,2 кН; 2 – d =8 мм;

Q_3 = 24,5 кН; 3 – d = 6 мм; Q_3 = 13,6 кН;

P=10 кН; $f_{1,2}$ = 0,25; $\gamma_{1,2}$ =13,5 $\frac{кН}{мм^3}$;

E_1=115 ГПа; E_{21}=E_{22}=120 ГПа;

$\delta_{n1} = \delta_{n2} = \delta_n$

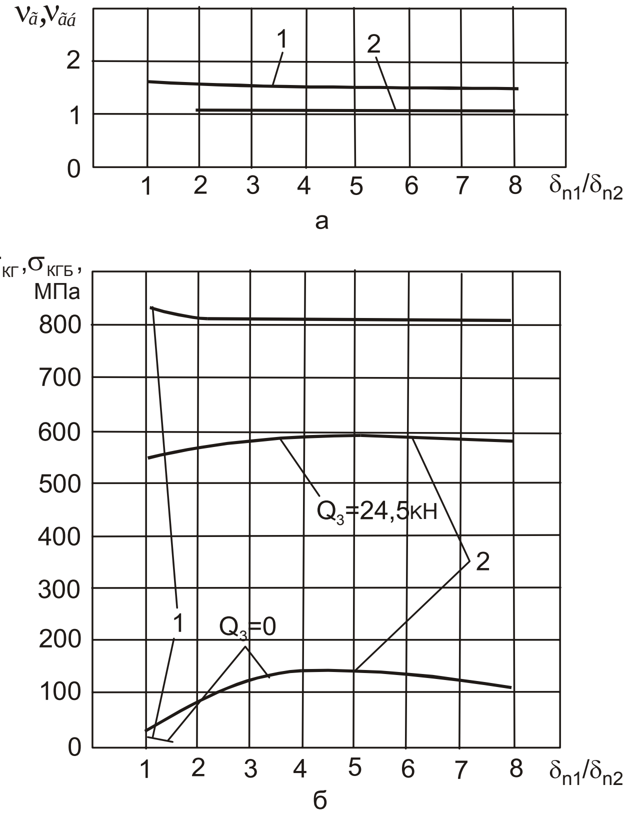

Рис. 23. Влияние отношения δ_{n1} / δ_{n2} на коэффициенты неравномерности контактных давлений и на максимальные контактные давления под гайкой и головкой болта в односрезном соединении с болтом из титанового сплава ВТ16 диаметром 8 мм: 1 – гайка; 2 – головка болта;

P=10 кН; $f_{1,2}$ = 0,25; $\gamma_{1,2}$ =13,5 $\frac{кН}{мм^3}$;

E_1=115 ГПа; E_{21}=E_{22}=120 ГПа;

δ_{n2} = 5 мм; $\bar{\Psi} = 0$

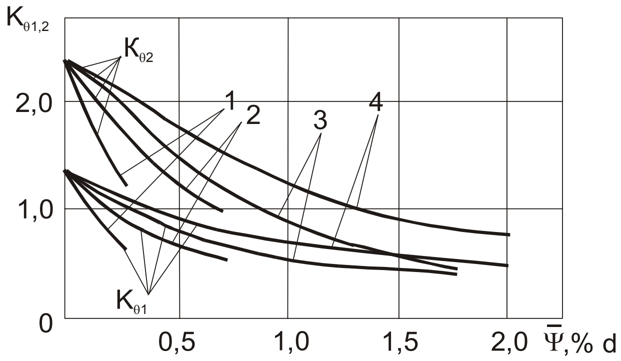

Рис. 24. Влияние радиального натяга на коэффициенты неравномерности погонной нормальной контактной нагрузки по длине болта в односрезном соединении без затяжки при соотношении толщин пластин $\delta_{n2} = 2\ \delta_{n1}$: 1 – P=10 кН; 2 – P=20 кН;
3 – P=30 кН; 4 – P=40 кН; $Q_3 = 0$; $f_{1,2} = 0{,}21$;
d=8 мм; $\gamma_{1,2} = 13{,}5\ \dfrac{кН}{мм^3}$; E_1=210 ГПа;
$E_{21} = E_{22}$=120 ГПа; δ_{n1}=5 мм; δ_{n2} =10 мм;

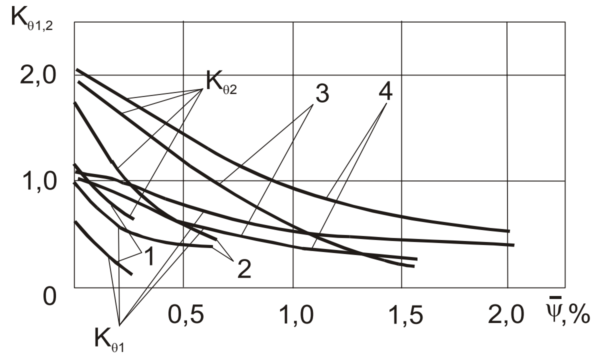

Рис. 25. Влияние радиального натяга на коэффициенты неравномерности погонной нормальной контактной нагрузки по длине болта в односрезном соединении при усилии затяжки болта 25 кН и соотношении толщин пластин $\delta_{n2} = 2\ \delta_{n1}$: 1 – P=10 кН;
2 – P=20 кН; 3 – P=30 кН; 4 – P=40 кН;
$Q_3 = 0{,}25$ кН; $f_{1,2} = 0{,}21$; d=8 мм;
$\gamma_{1,2} = 13{,}5\ \dfrac{кН}{мм^3}$; E_1=210 ГПа; $E_{21} = E_{22}$=
=120 ГПа; δ_{n1} =5 мм; δ_{n2} =10 мм;

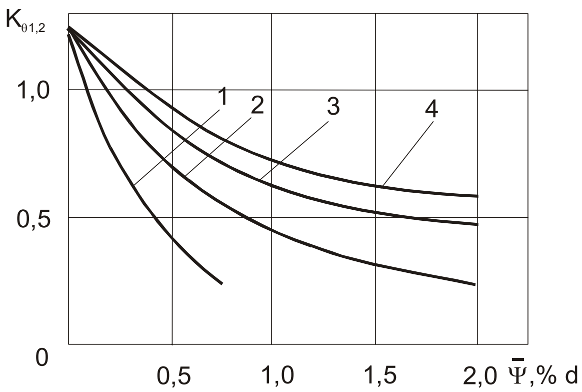

Рис. 26. Влияние радиального натяга на коэффициенты неравномерности погонной нормальной контактной нагрузки по длине болта в односрезном соединении без затяжки и с равными толщинами пластин:
1 – P=10 кН; 2 – P=20 кН; 3 – P=30 кН;
4 – P=40 кН; $Q_3 = 0$; $f_{1,2} = 0{,}21$;
d=8 мм; $\gamma_{1,2} = 13{,}5\ \dfrac{кН}{мм^3}$; E_1=210 ГПа;
$E_{21} = E_{22}$=120 ГПа; $\delta_{n1} = \delta_{n2}$=5 мм;
$K_{\theta 1} = K_{\theta 2}$;

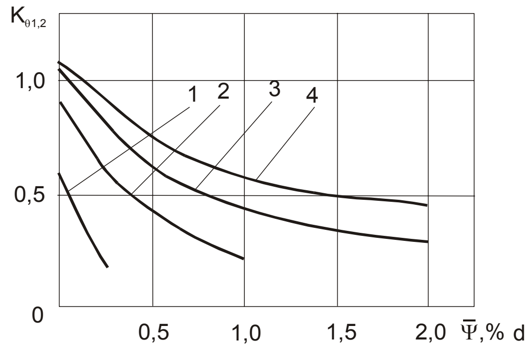

Рис. 27. Влияние радиального натяга на коэффициенты неравномерности погонной нормальной контактной нагрузки на болт в односрезном соединении при усилии затяжки болта 25 кН и равных толщинах пластин $\delta_{n1} = \delta_{n2}$: 1 – P=10 кН;
2 – P=20 кН; 3 – P=30 кН; 4 – P=40 кН;
Q_3 =25 кН; $f_{1,2} = 0{,}21$; d=8 мм;
$\gamma_{1,2} = 13{,}5\ \dfrac{кН}{мм^3}$; E_1=210 ГПа;
$E_{21} = E_{22}$=120 ГПа; $\delta_{n1} = \delta_{n2}$=5 мм;
$K_{\theta 1} = K_{\theta 2}$;

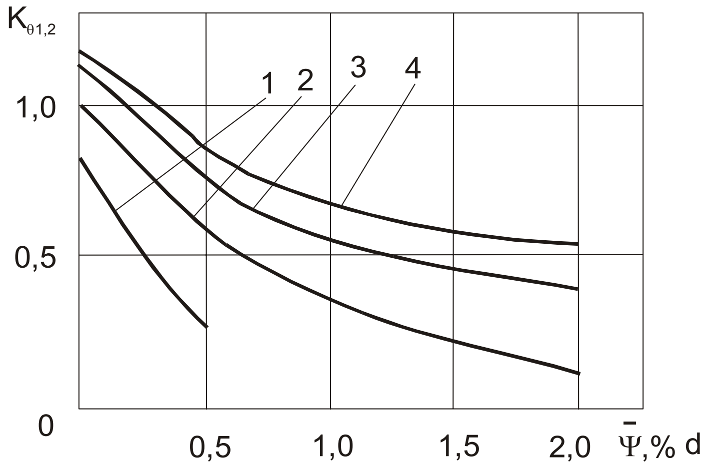

Рис. 28. Влияние радиального натяга на коэффициенты неравномерности погонной нормальной контактной нагрузки по длине болта в односрезном соединении при усилии затяжки болта
10 кН и равных толщинах пластин $\delta_{n1}=\delta_{n2}$:
1 – P=10 кН; 2 – P=20 кН;
3 – P=30 кН; 4 – P=40 кН; Q_3 =10 кН;
$f_{1,2}$ =0,21; d=8 мм; $\gamma_{1,2}=13{,}5\ \frac{кН}{мм^3}$;
E_1=210 ГПа; $E_{21}=E_{22}$=120 ГПа;
$\delta_{n1} = \delta_{n2}$ =5 мм; $K_{\theta 1} = K_{\theta 2}$

Повышение радиального натяга от $\bar{\Psi}=0$ до $\bar{\Psi}=1{,}5\%$ d в односрезном соединении из сплава ВТ6 и болтом из стали 30 ХГСА приводит к уменьшению величины $к_\theta$ на 50…80%. Это явление объясняется изменением характера передачи нагрузки болтом с одной соединяемой пластиной на другую. В соединении без радиального натяга усилие P с пластины на пластину передается посредством нормальной контактной нагрузки P (x). В соединениях с радиальным натягом существенное значение при передаче нагрузки имеют силы трения между телом болта и стенкой отверстия q (x), посредством которых значительная часть нагрузки передается с одной пластины на другую. При больших значениях радиального натяга $\bar{\Psi}>0{,}5\%$ d и эксплуатационных уровнях внешней нагрузки P<10 – 12 кН (P<0,3 P_P) вся нагрузка на силовую точку соединения (болт) может передаваться силами трения, возникающими от действия нормальной контактной нагрузки между стенкой отверстия и болтом, вызванной радиальным натягом. Болт при этом практически не поворачивается и не изгибается.

Выводы

1. Разработан метод определения влияния конструктивно–технологических параметров односрезного болтового соединения на распределение контактных давлений в зоне сопряжения его элементов.
2. Отношение толщины соединяемого пакета к диаметру болта существенно влияет на величину коэффициента неравномерности погонной нормальной контактной нагрузки. Рекомендуется применять в соединениях соотношение толщины пакета и диаметра болта $\delta_1 + \delta_2 \le 2d$, при этом обеспечивается величина $к_\theta < 2$.

3. В односрезных соединениях пластин из сплава ВТ6 различной толщины $\frac{\delta_{n1}}{\delta_{n2}} > 1$ увеличение толщины δ_{n1} от $\delta_{n1}=\delta_{n2}$ до $\delta_{n1}=4\ \delta_{n2}$ приводит к увеличению $\kappa_{\theta 1}$ до значений $\kappa_{\theta 1}$ =4,8…6,8 для болтов из титанового сплава ВТ16 и до значений $\kappa_{\theta 1}$ =4,0…5,8 для болтов из стали 30ХГСА.
4. Применение радиального натяга $\bar{\Psi}$ =0,5…1,5% позволяет снизить величину коэффициентов неравномерности погонной нормальной контактной нагрузки в 2…3 раза.
5. Разработанный метод определения влияния конструктивно–технологических параметров и полученные результаты расчетов необходимы для проектирования односрезных соединений из титанового сплава ВТ6 с учетом заданного ресурса.

Список литературы

1. Баранов П. П. Расчет на прочность болтов в односрезных соединениях // Вестник машиностроения. - 1976. - № 5. - С. 45 - 49.
2. Галкин С. И. Взаимодействие болта с элементами односрезного соединения//Труды ЦАГИ. - Вып. 2018. - Изд. отдел ЦАГИ, 1979.
3. Гребеников А. Г., Клименко В. Н., Ефремов А. Ю. Методика определения коэффициентов неравномерности контактных давлений между элементами односрезного болтового соединения с радиальным и осевым натягом // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов. – Х.: Харьк. авиац. ин-т. 1998. - Вып. 13. - С. 134 - 159.
4. Клименко В. Н. Методика определения усилий, необходимых для установки болтов с радиальным натягом в пакет из титанового сплава //Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х.: НАКУ»ХАИ». – 2005. – Вып. 27. – С. 78 – 94.
5. Биргер А. И., Иосилевич Г. Б. Резьбовые соединения. - М.: Машиностроение, 1973. - 256 с.
6. Баранов П. П. Распределение изгибающего момента по виткам резьбы соединения болт – гайка //Расчеты на прочность. - М.: Машиностроение. – 1978. – Вып. 19. – С. 80 – 92.
7. Рябков В. И., Меньшиков В. В. Метод определения упругой оси составного стержня при симметричном поперечном нагружении // Вопросы механики деформируемого твердого тела. – Х.: Харьк. авиац. ин –т.– 1983. - Вып. 4. – С. 120 – 125.
8. Рябков В. И., Меньшиков В. В. К вопросу разработки общей теории напряженно – деформированного состояния узлов // Вопросы механики деформируемого твердого тела. – Х.: Харьк. авиац.ин –т.– 1983. - Вып. 4. – С. 125 – 132.
9. Гребеников А. Г., Клименко В. Н., Трубаев С. В. Оценка изгибных напряжений в накладках односрезного соединения //Вопросы механики деформируемого твердого тела. – Х.: Харьк. авиац. ин-т. 1982. - Вып. 3. – С. 78 – 85.