

Расчёт обтекания тел вращения гиперзвуковым воздушным потоком

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

В связи с интенсивным развитием спутниковых коммуникаций движение аппаратов с гиперзвуковыми скоростями сейчас представляет большой интерес. Следует отметить, что гиперзвуковые течения газа, возникающие при таком движении, обладают рядом отличительных особенностей. Аэродинамические силы и моменты, действующие на тело, должны вычисляться с учетом как геометрии тела и характеристик его поведения на гиперзвуковых скоростях, так и свойств среды для заданного диапазона высот и скоростей.

В частности, гипотеза сплошности среды, широко применяемая при исследовании достаточно плотных газов, в условиях разреженных газов непригодна. Также при больших скоростях полета происходит значительное повышение температуры воздуха и нагревается поверхность тела, поэтому необходимо производить расчет аэродинамического нагрева аппарата. Для точного расчета таких задач применяется ряд математических моделей.

Если элемент поверхности тела площадью dF наклонен к набегающему потоку под углом ω , то масса газа, в которой происходит потеря количества движения, равна $\rho \omega \sin \omega dF$, а нормальная («потерянная») составляющая скорости есть $\omega \sin \omega$, поэтому нормальная составляющая силы давления по закону Ньютона

$$dP = \rho \omega \sin \omega dF, \quad (1)$$

а величина местного увеличения давления газа

$$p - p_n = \rho \omega^2 \sin^2 \omega. \quad (2)$$

В общем случае обтекания тела приближение Ньютона не оправдывается в связи с тем, что возмущение, вызванное телом в потоке, распространяется на большое расстояние от тела и ослабляется с удалением от тела, т. е. соседние струйки газа имеют разные скорости и направления. Однако при обтекании тела с большой сверхзвуковой скоростью закон Ньютона становится справедливым, так как в этом случае ударная волна располагается близко к поверхности тела и все струйки до ударной волны имеют одинаковые направление и величину скорости. Они движутся в тонком слое за ударной волной между нею и телом и приобретают почти одинаковые скорости, параллельные поверхности тела. Чем больше число M и тоньше тело, тем ближе к действительности теория Ньютона. Вместе с тем следует отметить, что даже в предельном случае $M \rightarrow \infty$ закон Ньютона отвечает точному решению только при $k=1$.

С увеличением высоты полёта изменяется молекулярная структура атмосферы, возрастает средний путь свободного пробега молекул воздуха между последовательными столкновениями. В связи с этим при решении ряда аэродинамических задач приходится отказаться от основной гипотезы, которая используется в других разделах аэродинамики – гипотезы сплошности среды, и при расчётах учитывать молекулярную структуру газа.

При $M \gg 1$ после соответствующих упрощений текущие значения параметров состояния газа выражаются через их начальные значения по следующим формулам:

$$\frac{p}{p_H} = \left(\frac{M_H}{M}\right)^{\frac{2k}{k-1}}, \quad \frac{T}{T_H} = \left(\frac{M_H}{M}\right)^2, \quad \frac{a}{a_H} = \frac{M_H}{M}, \quad \frac{\rho}{\rho_H} = \left(\frac{M_H}{M}\right)^{\frac{2}{k-1}}, \quad \frac{V}{V_H} \approx 1 + \left(\frac{1}{M_H^2} - \frac{1}{M^2}\right) \frac{1}{k-1}. \quad (3)$$

При движении газа с очень большой сверхзвуковой скоростью около выпуклого угла δ – в гиперзвуковом течении Прандтля – Майера параметры газа определяются по формулам

$$\frac{p}{p_H} = \left(1 + \frac{k-1}{2} \delta M_H\right)^{\frac{2k}{k-1}}, \quad \frac{T}{T_H} = \left(1 + \frac{k-1}{2} \delta M_H\right)^2, \quad \frac{a}{a_H} = 1 + \frac{k-1}{2} \delta M_H, \quad \frac{\rho}{\rho_H} = \left(1 + \frac{k-1}{2} \delta M_H\right)^{\frac{2}{k-1}}. \quad (4)$$

Расчёты показывают, что все полученные формулы точны при $M_H \gg 5$ (см. также [1]).

В случае гиперзвукового течения скорость возмущений газа на скачке при малом угле поворота потока пренебрежимо мала по сравнению со скоростью невозмущённого потока. Следовательно, скорость на скачке почти не изменяется ($V \approx V_H$). Тогда получается следующая формула:

$$\frac{M_H^2}{M^2} \approx \left[\frac{2k}{k+1} M_H^2 \beta^2 - \frac{k-1}{k+1} \right] \left[\frac{k-1}{k+1} + \frac{2}{k+1} \frac{1}{M_H^2 \beta^2} \right]. \quad \text{В предельном случае, когда } M_H^2 \rightarrow \infty,$$

можно записать

$$M \rightarrow \frac{k+1}{\beta} \frac{1}{\sqrt{2k(k-1)}}. \quad (5)$$

При M_H , стремящемся к бесконечности, угол наклона скачка уплотнения определяется по формуле из [4]:

$$\beta = \delta \frac{k+1}{2}. \quad (6)$$

Поэтому число Маха M стремится к такому пределу:

$$M \rightarrow \frac{1}{\delta} \sqrt{\frac{2}{k(k-1)}}. \quad (7)$$

Коэффициент давления C_p определяется по следующей формуле:

$$C_p = (p - p_\infty) / \frac{\rho V_\infty^2}{2} = 2 \sin^2 \varpi. \quad (8)$$

Максимальная радиационная температура определяется по формуле

$$T_w = \sqrt[4]{\frac{\rho V_\infty^3}{2\varepsilon\sigma}}. \quad (9)$$

В теории свободно-молекулярного течения вначале обычно рассматривают два предельных вида взаимодействия молекул газа со стенкой: так называемые «зеркальное отражение» и «диффузное отражение» (см. [3]).

Обычно чисто зеркального или чисто диффузного отражений не бывает, а реализуется отражение более общего вида, при котором используют осредненные параметры: коэффициент аккомодации $\alpha = \frac{E_i - E_r}{E_i - E_w}$; коэффициент нормального

отражения $\sigma' = \frac{p_i - p_r}{p_i - p_w}$; коэффициент касательного отражения $\sigma_\tau = \frac{\tau_i - \tau_r}{\tau_i - \tau_w}$.

Помимо перечисленных коэффициентов (см. в [2]) вводится в рассмотрение коэффициент аккомодации σ , который представляет собой долю диффузно отражённых молекул. В этом случае доля зеркально отражённых молекул равна

$1-\sigma$. Для зеркального отражения $\alpha = \sigma_\tau = \sigma' = \sigma = 0$. Для диффузного $\alpha = \sigma_\tau = \sigma' = \sigma = 1$.

Параметр p_w рассчитывается по формуле

$$p_w = \frac{\rho V_\infty^2}{2} \frac{\cos^2(\vec{V}_\infty, \vec{n})}{2\alpha_i^2} \sqrt{\pi \frac{T_w}{T_\infty}} \Psi(\alpha_i), \quad (10)$$

где функцию $\Psi(\alpha_i)$ можно приближенно посчитать по формулам [1]:

$$\Psi(\alpha_i) = 0.6 + 1.25\alpha_i, \quad \alpha_i < 0.8;$$

$$\Psi(\alpha_i) = 2\alpha_i, \quad \alpha_i \geq 0.8.$$

Коэффициент суммарного давления p , действующего на лобовую часть элементарной площадки в свободно-молекулярном потоке, определяется по формуле:

$$C_p = \frac{2}{kM_\infty^2} \left\{ \left(\frac{2-\sigma}{\sqrt{\pi}} \alpha_i + \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{T_w}{T_\infty}} \right) e^{-\alpha_i^2} + \left[\left(\frac{1}{2} + \alpha_i^2 \right) (2-\sigma) + \frac{\sigma\sqrt{\pi}}{2} \alpha_i \sqrt{\frac{T_w}{T_\infty}} \right] [1 + \text{erf}(\alpha_i)] \right\} \quad (11)$$

Коэффициент касательного напряжения определяется по следующей формуле:

$$C_\tau = \frac{\sqrt{2}\sigma \sin(\vec{V}_\infty, \vec{n})}{\sqrt{k}M_\infty} \left\{ \frac{e^{-\alpha_i^2}}{\sqrt{\pi}} + \alpha_i [1 + \text{erf}(\alpha_i)] \right\}.$$

Здесь $\alpha_i = \sqrt{\frac{k}{2}} M_n$, $k = \frac{C_p}{C_v}$, M_n – число Маха, посчитанное по нормальной к поверхности составляющей скорости V_∞ . В приведенных выражениях $\text{erf}(\alpha_i)$ – интеграл вероятности, который может быть определен численно по формуле

$$\text{erf}(\delta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\delta e^{-z^2} dz. \quad (12)$$

или взят из таблицы специальных функций.

Для задней стороны тела (см. рис. 1) предыдущие формулы нужно записать в виде:

$$C_{p3} = \frac{2}{kM_\infty^2} \left\{ \left(-\frac{2-\sigma}{\sqrt{\pi}} \alpha_i + \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{T_w}{T_\infty}} \right) e^{-\alpha_i^2} + \left[\left(\frac{1}{2} + \alpha_i^2 \right) (2-\sigma) - \frac{\sigma\sqrt{\pi}}{2} \alpha_i \sqrt{\frac{T_w}{T_\infty}} \right] [1 - \text{erf}(\alpha_i)] \right\}. \quad (13)$$

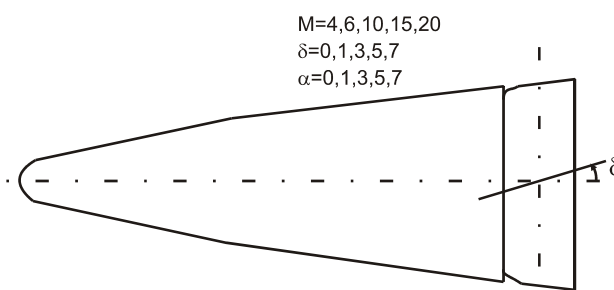


Рис. 1. Одна из исследуемых моделей тел вращения

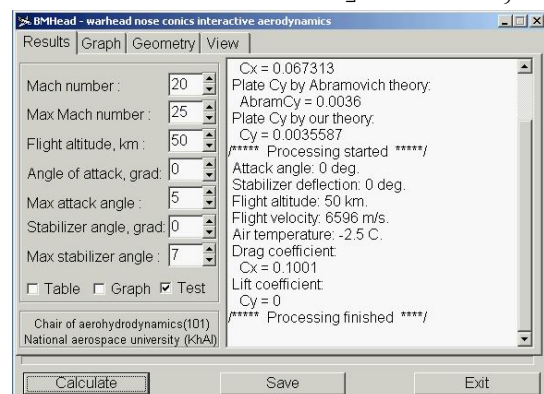


Рис. 2. Расчетное программное обеспечение

Коэффициент касательного напряжения определяется по следующей формуле:

$$C_{\tau 3} = \frac{\sqrt{2}\sigma \sin(\vec{V}_{\infty}, \hat{n})}{\sqrt{k}M_{\infty}} \left\{ \frac{e^{-\alpha_i^2}}{\sqrt{\pi}} - \alpha_i [1 - \operatorname{erf}(\alpha_i)] \right\}. \quad (14)$$

В результате проведенных исследований созданы математические модели обтекания различных тел вращения с механизацией в гиперзвуковых потоках (см. рис. 1).

Был исследован ряд моделей тел вращения с различными характеристиками. Разработаны компьютерные программы расчета (см. рис. 2). Получены результаты для широкого диапазона высот и скоростей полета. Определены аэродинамические силы, действующие на тело, и интегральные коэффициенты (см. рис. 3).

Сравнение результатов расчета с опубликованными экспериментальными данными (см. рис. 4) показало высокую степень соответствия расчетных данных экспериментальным.

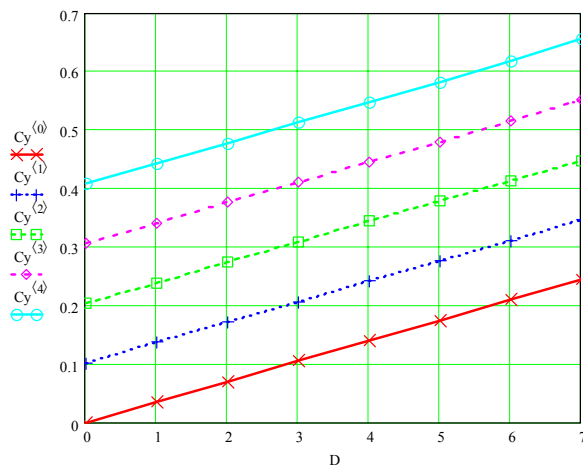


Рис. 3. Результаты расчетов C_{τ} для $H=1$ км, $V=1345,72$ м/с, $t = 8.5^{\circ}$ C, $\alpha=0..4$

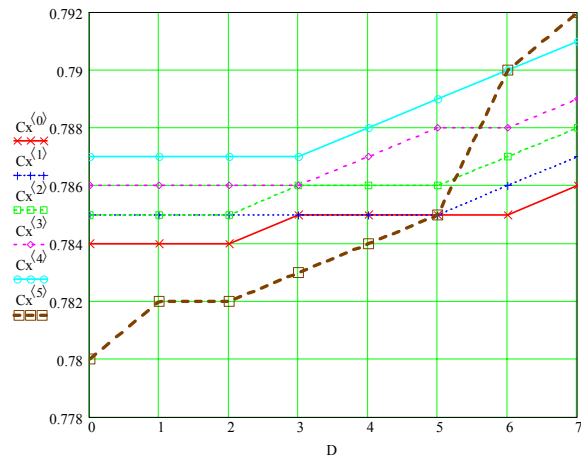


Рис. 4. Сравнение результатов расчета C_x для $H=20$ км, $V= 1475,35$ м/с, $t = -56.5^{\circ}$ C, $\alpha=0..4$

Проведенные исследования позволяют расширить возможности применения методов численного моделирования различных объектов гиперзвуковыми потоками. Создание новой методики расчета таких задач, а также разработка специализированного программного обеспечения позволяет проводить расчеты с любой заданной точностью и значительно ускоряет проведение математического моделирования и вычислительных экспериментов в этой области.

Список литературы

1. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика. - М.: Наука, 1973. - 824 с.
2. Андерсон Д., Таннехилл Р., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен: В 2 т. -М.: Мир, 1990.
3. Рахматулин Х.А., Сагомоян А.Я., Бунимович А.И., Зверев И.Н. Газовая динамика. - М.: Высш. шк., 1973.-723 с.
4. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей: В 2 т.-М.: Мир, 1991.