

Сравнение моделирования сверхзвукового течения в расширяющейся трубе с использованием метода конечных элементов и с совместным применением БА-модели и модели «твердых» сфер

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е.Жуковского «ХАИ»

Основы молекулярно-кинетической теории были заложены Максвеллом и Больцманом более ста лет назад. За истекшее столетие достигнуты значительные успехи в обосновании и понимании уравнения Больцмана и кинетических уравнений для сложных сред. Кинетическая теория газов дала мощный аппарат построения различных приближений (Эйлера, Навье-Стокса, Барнетта и т.д.) макроскопических уравнений газодинамики [1], который позволяет на основе молекулярных моделей рассчитать коэффициенты переноса, а также сформулировать необходимые граничные условия. Однако даже линейные задачи для модельных уравнений удается решить аналитически лишь для простейших случаев. Потребности же практики требуют решения все более сложных пространственных и в общем случае неустановившихся задач для смесей газов, при наличии химических реакций и т.д.

В настоящее время существует два направления решения таких задач. Одним из них является применение методов конечных элементов (МКЭ). Решение задач с критическими параметрами (турбулентностями, отрывами, действием гравитации и т.д.) на основе этих методов требует априорного наличия таких данных, которые следует получать в процессе самого решения.

Другим направлением является применение имитационного моделирования. При этом газовый поток представляют в виде ансамбля частиц. Точность этой модели зависит от многих параметров, основными из которых являются размеры и форма модельной частицы, длина свободного пробега, а также количество модельных частиц в рабочей области. С уменьшением числа Кнудсена и увеличением количества модельных частиц возрастает адекватность математической модели реальному течению газа. В работе [2] введено понятие потока из пяти ближайших событий: столкновение частицы с какой-либо из стенок, столкновение двух частиц, влет частицы в рабочую область, вылет частицы из рабочей области и снятие информации о состоянии газового потока. Показана также эффективность применения предлагаемой модели для решения некоторых задач газовой динамики. В работе [3] введено понятие Бинарной автоматной (БА) модели, позволяющей существенно ускорить и упростить процесс моделирования газового потока методом частиц.

Целью данной статьи является обоснование адекватности предложенного в работе [4] совместного применения БА-модели и модели «твердых» сфер для моделирования газовых потоков путем сравнения его результатов с результатами расчетов, проведенных в системе AnSYS 8.0 [5], являющейся одним из мировых лидеров в получении практических решений подобных задач моделирования с применением МКЭ.

Сравнение проводилось при исследовании течения газа, удовлетворяющего критерию сплошности среды, т.е. при числе Кнудсена

меньшем 0.1 [6]. Были поставлены численные эксперименты в системе AnSYS 8.0 и предлагаемым методом моделирования газовых потоков с совместным применением модели «твердых» сфер и БА-модели. Исследовалось двумерное сверхзвуковое течение в расширяющейся трубе, модель которой изображена на рис. 1.

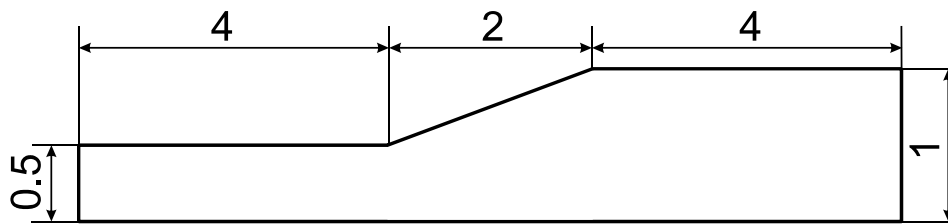


Рис. 1. Модель расширяющейся трубы.
Размеры указаны в мм

Граничные условия для постановки эксперимента заданы, как показано на рис. 2. Обозначения соответствуют принятым в AnSYS 8.0.

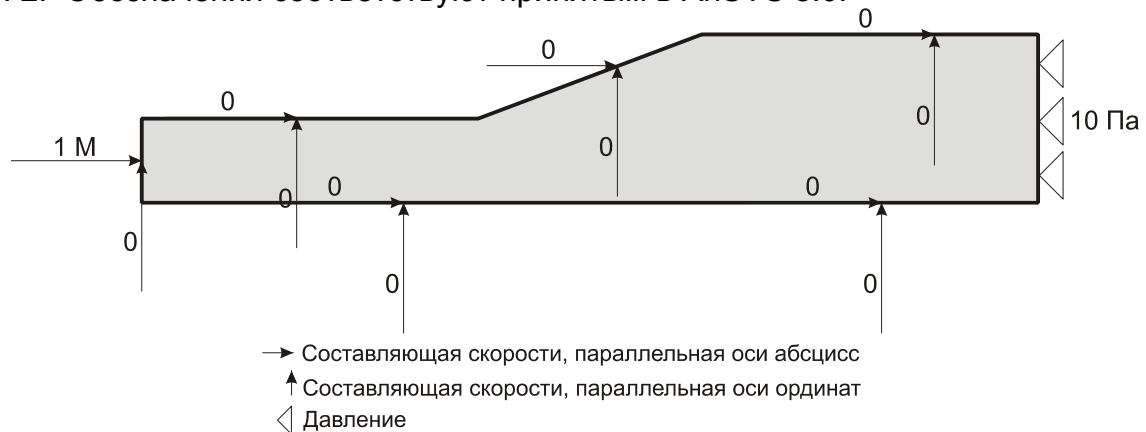


Рис. 2 Граничные условия моделируемого течения

Для моделирования в системе AnSYS 8.0 была построена двумерная прямоугольная сетка с количеством ячеек, равным 6000. Использовался модуль расчета течений Flotran CFD со следующими параметрами: конечный элемент FLUID141, тип жидкости AIR-SI, справочное давление 10 Па, отношение $\frac{C_p}{C_v} = 1.4$, номинальная (nominal), торможения (stagnation) и опорная (reference) температуры равны 293К.

Кроме указания граничных параметров, в процессе расчетов производилось подавление отрицательных элементов на главной диагонали матрицы, приводящих к возникновению отрицательных плотностей. Для этого подавления была использована стабилизация по давлению со значением -9.99. Подавление отрицательной температуры проводилось с использованием искусственной вязкости, значение которой равно 450. В результате расчетов на 10000 шагах было получено распределение чисел Маха, изображенное на рис 3.

При моделировании течения методом частиц совместно с БА-моделью использовались следующие параметры: радиус частиц – 30 мкм, количество частиц – 200000. Геометрические параметры модели те же, что и для расчетов в AnSYS. Теплообмен не учитывался. В результате расчетов получено распределение чисел Маха, изображенное на рис. 4.

NODAL SOLUTION
 STEP=10
 SUB =1
 MACH (AVG)
 SMX =3.601

ANSYS

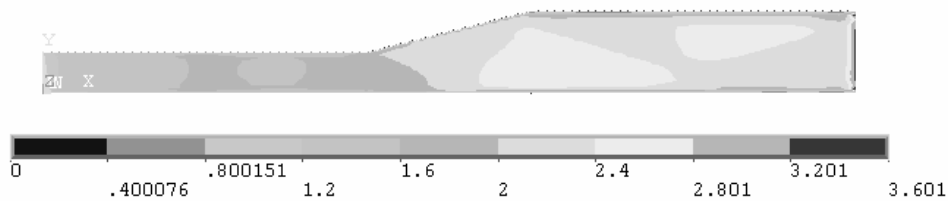


Рис. 3. Распределение чисел Маха, рассчитанное в системе AnSYS 8.0

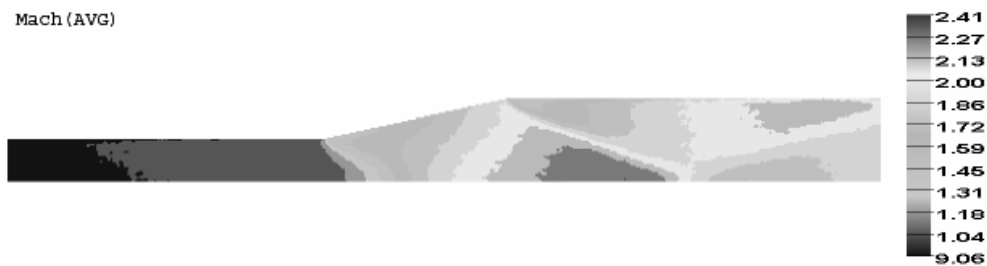


Рис 4 Распределение чисел Маха, рассчитанное предлагаемым способом

Как видно из приведенных рисунков, значения чисел Маха в характерных местах совпадают с точностью 5.4%, что свидетельствует о достаточно хорошей согласованности результатов.

Проведем сравнение полученных результатов по длине свободного пробега модельной и реальной частицы. Формула расчета числа Рейнольдса [7] исследуемого потока получается следующим образом:

$$Re = \frac{\rho v l}{\eta}, \quad (1)$$

где ρ – плотность газа;

v – скорость распространения потока;

l – характерный размер;

η – динамическая вязкость, рассчитываемая по формуле (2).

$$\eta = \frac{1}{3} \rho V^T \lambda, \quad (2)$$

где V^T – тепловая скорость молекулы газа;

λ – длина свободного пробега молекулы.

Подставив (2) в (1) получим:

$$Re = \frac{M}{Kn} \cdot 3, \quad (3)$$

где M – число Маха;

Kn – число Кнудсена.

При расчетном $Kn = 0.0025$ (расчетная длина свободного пробега 2.5×10^{-5} м и характерный размер 1×10^{-2} м), по формуле (3) получим $Re = 1200$.

Используя формулу (1) при тепловой скорости 500 м/с, динамической вязкости воздуха 10^{-5} [8], получаем плотность воздуха, равную $0.0024 \frac{кг}{м^3}$.

Расчет длины свободного пробега проводится по формуле [9]:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot d^2 \cdot n}, \quad (4)$$

где d – реальный диаметр частицы;
 n – реальная концентрация.

Рассчитанная по формуле (4) длина свободного пробега молекулы реального газа (при концентрации $5.4 \times 10^{22} \frac{1}{\text{м}^3}$ [8] и радиусе Ван-дер-Ваальса молекулы $2.068 \times 10^{-10} \text{ м}$ [8]) составит $2.437 \times 10^{-5} \text{ м}$.

Следовательно, длина свободного пробега реальной молекулы отличается от длины свободного пробега модельной частицы не более чем на 2.5%. Это говорит о соответствии проведенных численных экспериментов в системе AnSYS и предложенным методом как с точки зрения полученной картины распределения чисел Маха (рис 3 и рис. 4), так и с точки зрения соответствия модельной и реальной длины свободного пробега молекулы.

Таким образом, при моделировании методом частиц совместно с БА-моделью уже 200000 частиц достаточно для получения результатов, совпадающих с рассчитанными методом конечных элементов (в системе AnSYS). Повышение количества частиц позволяет получать более точные результаты. Реализация предложенного метода на P4 2ГГц с ОЗУ 1Гб [10] уже позволяет вести расчет для 500000 частиц и более за приемлемое время, причем, в отличие от AnSYS, без участия оператора в процессе расчетов.

Список литературы

1. Берд Г. Молекулярная газовая динамика. – М.: Мир. 1981. – 313 с.
2. Чернышев Ю.К. Методы снятия информации о состоянии газового потока в процессе молекулярно-динамического моделирования //Междунар. науч.-техн. конф. «Совершенствование энергетических и транспортных турбоустановок методами математического моделирования, вычислительного и физического экспериментов». Змиев, 26-29 сент. 1994. Ч. 1. 1994. – С. 39-40.
3. Левин С.С. Имитационное моделирование с использованием Бинарной автоматной модели //Радиоэлектронные и компьютерные системы.– Х:ХАИ, 2005.– Вып. 2.– С. 69–78
4. Левин С.С. Оценка эффективности бинарной автоматной модели для имитационного моделирования систем с большим количеством взаимодействующих объектов. //Авиационно-космическая техника и технология. Х:ХАИ, 2005, Вып. 3/19. – С.77 – 82
5. AnSYS – Электрон. ресурс.– www.ansys.com
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред.– М.: Гостехиздат, 1954.—788 с
7. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газов.–М: Наука, 1973. – 676 с
8. Вселенная в числах.– Электрон. ресурс.– <http://www.astro.spbu.ru/staff/viva/Book/ch2L/ch2L.html>
9. Телеснин Р.В. Молекулярная физика.–М.:Высшая школа.–1965 г.–291 с
10. Левин С.С., Лоян А.В., Чернышев Ю.К. Трехмерное имитационное моделирование газодинамических процессов в СПД в предпусковом состоянии // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии.–Х: ХАИ, 2006.–Вып. 31.– с. 82-95.