УДК 629.735.33 Л.А. Малашенко, Е.С. Никоненко

Надежность сборных авиационных конструкций летательных аппаратов, спроектированных по нормированным значениям коэффициента безопасности

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

При проектировании конструкций летательных аппаратов предусматривается, чтобы за весь период их эксплуатации не наступило ни одно из недопустимых предельных состояний, т.е.

$$\mathbf{M} - \mathbf{S} \geq 0 \, , \tag{1}$$

где $\mathbf{M}$ – несущая способность сборной конструкции;

$\mathbf{S}$ – максимальное значение эксплуатационной нагрузки.

Несущая способность конструкции планера летательного аппарата по условиям прочности определяется как предельная нагрузка, которую данный агрегат может выдержать в условиях нагружения в процессе эксплуатации. Предельная нагрузка агрегата $\mathbf{M}$ определяется прочностью (несущей способностью) отдельных его элементов, разрушение которых недопустимо. Несущая способность элементов

$$\mathbf{N} = \mathbf{F}\sigma_{\mathbf{пред}} \, , \tag{2}$$

где $\mathbf{F}$ – площадь поперечного сечения элемента;

$\sigma_{пред}$ – предельно допустимые напряжения (предел прочности материала конструкции $\sigma_{\mathbf{в}}$, предел усталости σ_{-1}, директивные напряжения по условию обеспечения заданного ресурса $\sigma_{\mathbf{д}}$, критические напряжения общей $\sigma_{\mathbf{кр.о}}$ или местной $\sigma_{\mathbf{кр.м}}$ форм потери устойчивости в условиях сжатия элементов и т.д.).

Площади поперечных сечений элементов вследствие неизбежных технологических допусков на геометрические размеры колеблются в определенных пределах. Изменчивый характер имеют также механические свойства конструкционных материалов и эксплуатационные нагрузки $\mathbf{S}$.

Следовательно, несущая способность $\mathbf{M}$ и эксплуатационная нагрузка $\mathbf{S}$ носят случайный характер, зависящий от времени эксплуатации τ, т.е. являются случайными процессами. Тогда условие (1) может быть выполнено только с определенной вероятностью, называемой функцией надежности [1]

$$\mathbf{H}(\tau) = \mathbf{P}\left[\mathbf{M}(\tau) - \mathbf{S}(\tau) \geq 0\right] \, , \tag{3}$$

где $\mathbf{H}(\tau)$ – функция надежности;

P – вероятность случайного события.

Принимая во внимание, что несущая способность авиационных агрегатов, выполненных из металлических конструкций, изменяется в процессе эксплуатации не более чем на 10…20% [2], будем в практических расчетах считать несущую способность $\mathbf{M}$ и эксплуатационную нагрузку $\mathbf{S}$ случайными величинами. В общем случае это условие будет справедливым, в том числе и для конструкций из композиционных материалов в расчетном по времени сечении случайного процесса. Тогда надежность как вероятность безотказной работы выразится соотношением

$$\mathbf{H} = \mathbf{P}(\mathbf{M} - \mathbf{S} \geq 0) \ . \tag{4}$$

Соотношение (4) позволяет вычислить вероятность безотказной работы, например, формальным сравнением законов распределения случайных величин $\mathbf{M}$ и $\mathbf{S}$:

$$\mathbf{H} = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{f_S}(\mathbf{x})[1 - \mathbf{F_M}(\mathbf{x})]\mathbf{dx} = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{f_M}(\mathbf{x})\mathbf{F_S}(\mathbf{x})\mathbf{dx} \,, \tag{5}$$

где $\mathbf{f_M}(\mathbf{x})$, $\mathbf{f_S}(\mathbf{x})$ – плотности распределения несущей способности $\mathbf{M}$ и эксплуатационной нагрузки $\mathbf{S}$ в расчетном случае нагружения;

$\mathbf{F_M}(\mathbf{x})$, $\mathbf{F_S}(\mathbf{x})$ – функции распределения случайных величин $\mathbf{M}$ и $\mathbf{S}$ соответственно.

В случае нормальных законов распределения $\mathbf{M}$ и $\mathbf{S}$ (характерно для нагружения маневренных летательных аппаратов) [2]

$$\mathbf{H} = \mathbf{\Phi}(\mathbf{z}), \ \mathbf{\Phi}(\mathbf{z}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\mathbf{z}} \mathbf{e}^{-\frac{\mathbf{t}^2}{2}} \mathbf{dt} \,, \tag{6}$$

где $\mathbf{\Phi}(\mathbf{z})$ – табличная функция нормированного нормального закона распределения (интеграл вероятности Гаусса);

z – квантиль нормального распределения, определяемый по приближенной зависимости

$$\mathbf{z} = (\mathbf{m_M} - \mathbf{m_S}) / \sqrt{\sigma_\mathbf{M}^2 + \sigma_\mathbf{S}^2} \ . \tag{7}$$

Здесь $\mathbf{m_M}$, $\mathbf{m_S}$, $\sigma_\mathbf{M}$, $\sigma_\mathbf{S}$ – математические ожидания случайных величин $\mathbf{M}$ и $\mathbf{S}$ и их средние квадратические отклонения $\sigma_\mathbf{M}$, $\sigma_\mathbf{S}$.

Для ограниченно маневренных летательных аппаратов определяющей нагрузкой $\mathbf{S}$ является перегрузка от неспокойного воздуха, которая согласуется с законом распределения наибольших значений [2]. Несущая способность $\mathbf{M}$ обычно распределяется по нормальному закону. Тогда

$$\mathbf{H} = \frac{1}{2{,}5\nu_\mathbf{N}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left\{ -\frac{(\mathbf{x}-1)^2}{2\nu_\mathbf{N}^2} - \exp\left[-\frac{1{,}28}{\nu_\mathbf{S}} \left(0{,}45\nu_\mathbf{S} + \bar{\mathbf{f}}_\mathbf{n}\mathbf{x} - 0{,}16\bar{\mathbf{f}}_\mathbf{n}\mathbf{x}\nu_\mathbf{S} - 1\right) \right] \right\} \mathbf{dx} \,, \tag{8}$$

где $\nu_\mathbf{M} = \dfrac{\sigma_\mathbf{M}}{\mathbf{m_M}}$ и $\nu_\mathbf{S} = \dfrac{\sigma_\mathbf{S}}{\mathbf{m_M}}$ – коэффициенты вариации несущей способности $\mathbf{M}$ и эксплуатационной нагрузки $\mathbf{S}$ соответственно;

$\bar{\mathbf{f}}_{\mathbf{n}}$ – относительное значение нормированной величины коэффициента безопасности $\mathbf{f}_{\mathbf{n}}$, определяемое по зависимости

$$\bar{f}_n = f_n\left(1+\alpha_M\right)/\left(1+\alpha_S\right); \tag{9}$$

$\alpha_{\mathbf{M}} = \mathbf{m}_{\mathbf{M}}/\mathbf{M}_{\mathbf{n}} - 1$, $\alpha_{\mathbf{S}} = \mathbf{m}_{\mathbf{S}}/\mathbf{S}_{\mathbf{n}} - 1$ – коэффициенты относительной асимметрии несущей способности $\mathbf{M}$ и эксплуатационной нагрузки $\mathbf{S}$, характеризующие смещение их математических ожиданий $\mathbf{m}_{\mathbf{M}}$ и $\mathbf{m}_{\mathbf{S}}$ относительно их номинальных величин $\mathbf{M}_{\mathbf{n}}$ и $\mathbf{S}_{\mathbf{n}}$, определяемых без учета случайных факторов в обычной детерминистической постановке.

В традиционных методах проектирования надежность сборных конструкций летательных аппаратов обеспечивается нормированным значением коэффициента безопасности

$$\mathbf{f}_{\mathbf{n}} = \mathbf{M}_{\mathbf{n}}/\mathbf{S}_{\mathbf{n}}, \tag{10}$$

где $\mathbf{S}_{\mathbf{n}}$ – нормированная максимальная эксплуатационная нагрузка.

Установив зависимость между коэффициентом безопасности $\mathbf{f}_{\mathbf{n}}$ и надежностью $\mathbf{H}$ через квантиль $\mathbf{z}$, получим [3]

$$\mathbf{f}_{\mathbf{n}} = \frac{1+\alpha_{\mathbf{S}}}{1+\alpha_{\mathbf{M}}}\frac{1+\sqrt{\mathbf{z}^2\left(\nu_{\mathbf{M}}^2+\nu_{\mathbf{S}}^2\right)-\mathbf{z}^2\nu_{\mathbf{M}}^2\nu_{\mathbf{S}}^2}}{1-\mathbf{z}^2\nu_{\mathbf{M}}^2}. \tag{11}$$

Вероятностные характеристики эксплуатационной нагрузки $\alpha_{\mathbf{S}}$ и $\nu_{\mathbf{S}}$ принимаются по статистическим данным нагружения пилотируемых летательных аппаратов и нормируемым нагрузкам [2]. Тогда $\alpha_{\mathbf{S}} \cong 0$, $\nu_{\mathbf{S}} = 0{,}07\ldots0{,}1$.

Коэффициенты асимметрии $\alpha_{\mathbf{M}}$ и вариации $\nu_{\mathbf{M}}$ следует определять на основе анализа аналитических соотношений несущей способности, полученных в детерминистической постановке с использованием классических методов строительной механики. В этих соотношениях устанавливаются случайные аргументы, вычисляются их вероятностные характеристики и с привлечением теории надежности определяются коэффициенты $\alpha_{\mathbf{M}}$ и $\nu_{\mathbf{M}}$ [3]. Подобные исследования проведем на примере изгиба тонкостенной сборной конструкции (кессона крыла, фюзеляжа стрингерной конструктивно-силовой схемы, гладкой или подкрепленной оболочки и т.д.).

Несущая способность сборной конструкции при изгибе (предельный изгибающий момент) с использованием метода редукционных коэффициентов определится по зависимости

$$\mathbf{M}_{\mathbf{x\,пр}} = \sigma_{\mathbf{пр.i}}\mathbf{I}_{\mathbf{x}}/\mathbf{k}_{\mathbf{i}}\nu_{\mathbf{i}}, \tag{12}$$

где $\sigma_{\mathbf{пр.i}}$ – предельно допустимое значение напряжения в основном элементе конструкции, разрушение которого приводит к исчерпанию несущей способности по условию прочности или жесткости;

$\mathbf{k}_{\mathbf{i}}$ – редукционный коэффициент основного элемента;

$\mathbf{\nu_i}$ – координата центра площади поперечного сечения основного элемента;

$\mathbf{I_x}$ – момент инерции редуцированного сечения агрегата.

Момент инерции

$$\mathbf{I_x} = \sum_{\mathbf{i}=1}^{\mathbf{n}} \mathbf{k_i F_i \nu_i^2} , \tag{13}$$

где $\mathbf{F_i}$ – площадь поперечного сечения i - го элемента;

$\mathbf{n}$ – количество элементов в поперечном сечении агрегата.

Вероятностные характеристики случайных величин $\mathbf{k_i}$ и $\mathbf{I_x}$ определим по зависимостям

$$\left.\begin{aligned}
&\alpha_{\kappa_i} = \alpha_{E_i}; \quad \nu_{\kappa_i} = \nu_{E_i};\\
&m_{I_x} = \sum_{i=1}^{n} \kappa_{n_i} F_{n_i} \nu_i^2 \left(1+\alpha_{E_i}\right)\left(1+\alpha_{t_i}\right);\\
&\nu_{I_x}^2 = \frac{1}{m_{I_x}^2}\left[\sum_{i=1}^{n} \kappa_{n_i}^2 \nu_i^2 \sigma_{t_i}^2 \left(1+\alpha_{E_i}\right)^2 + \sum_{i=1}^{n} F_{n_i}^2 \nu_i^4 \alpha_{E_i} \left(1+\alpha_{t_i}\right)^2\right],
\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

где $\kappa_{n_i} = E_{n_i} / E_o$ – номинальное значение коэффициента редукции i - го элемента;

E_{n_i}, F_{n_i} – номинальные значения модуля упругости конструкционного материала i - го элемента и его площади поперечного сечения;

σ_{t_i} , σ_{E_i} – средние квадратические отклонения толщин элементов t_i и модуля упругости E_i .

Математическое ожидание несущей способности $m_{M_{пр}}$ и коэффициент ее вариации $\nu_{M_{пр}}$ определим по приближенным зависимостям

$$m_{M_{пр}} = m_{\sigma_{пр\,i}} m_{I_x} / m_{\kappa_i} \nu_i; \quad \nu_{M_{пр}}^2 = \nu_{\sigma_{пр\,i}}^2 + \nu_{I_x}^2 + \nu_{E_i}^2 . \tag{15}$$

Вероятностные характеристики предельных напряжений элементов $m_{\sigma_{пр\,i}}$, $\nu_{\sigma_{пр\,i}}$ и их несущей способности, механических свойств конструкционных материалов α_{E_i} , σ_{E_i} , толщин элементов α_{t_i} , σ_{t_i} исследуются в работе [4].

На рис. 1 представлены графические зависимости надежности сборных авиаконструкций H в функции относительного нормированного значения коэффициента безопасности $\bar{f}_n$ и вероятностных характеристик несущей способности ν_M, нагрузок ν_S. Зависимости рис. 1 построены согласно соотношениям (6) и (8), когда несущая способность распределяется по нормальному закону, максимальная эксплуатационная перегрузка – по нормальному закону (рис. 1, а, характерно для нагружения маневренных самолетов) и нагрузка от неспокойного воздуха описывается законом наибольших значений (рис. 1, б, характерно для нагружения неманевренных и маломаневренных самолетов).

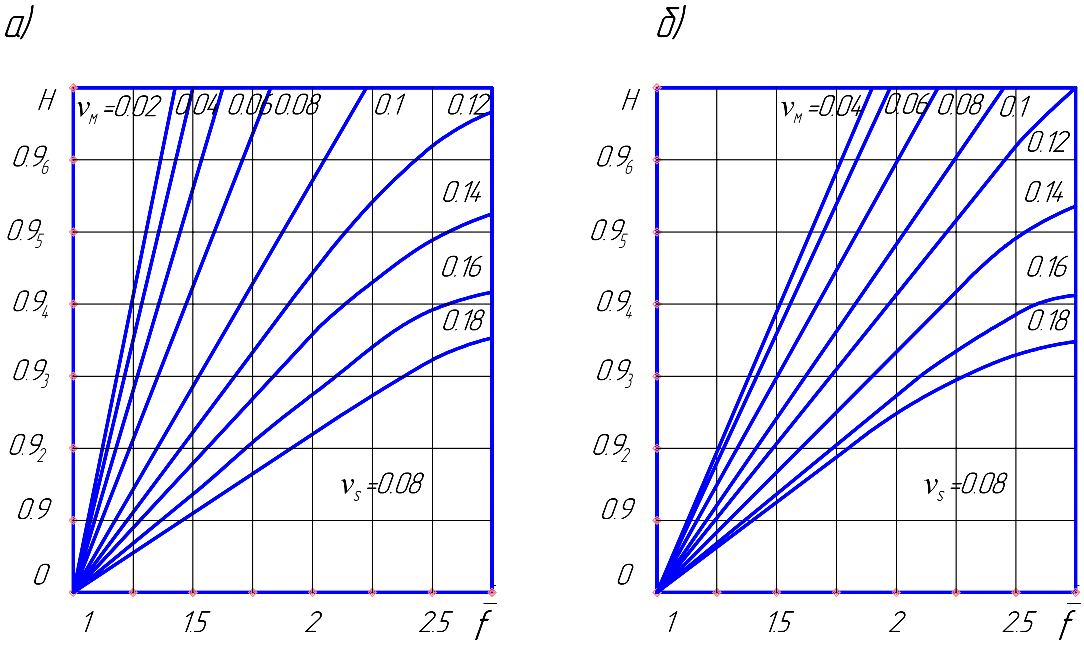

Рис. 1. Надежность сборной конструкции маневренных (а) и неманевренных (б) самолетов

Рассмотрим примеры расчетов, в которых принято [3]:

$$f_n = 1{,}5;\quad \alpha_S = 0;\quad \nu_S = 0{,}08;\quad \alpha_E = 0{,}03;\quad \nu_E = 0{,}01;\quad \alpha_{\sigma_в} = 0{,}07;\quad \nu_{\sigma_в} = 0{,}03.$$

<u>Пример 1</u>. Тонкостенная конструкция выполнена из однотипных элементов, когда $\alpha_{E_i} = \alpha_E$, $\alpha_{t_i} = \alpha_t$; $\nu_{к_i} = \nu_к$, $\nu_{t_i} = \nu_t$. Тогда в условиях местной формы потери устойчивости основного элемента таковы:

$$m_{M\,пр} = M_{пр\,n}(1+\alpha_E)(1+\alpha_t)^3;\quad \nu^2_{M_{пр}} = \nu_E^2 + 9\nu_t^2;$$

$$\alpha_{M\,пр} = (m_{M\,пр} - M_{пр.n})/M_{пр.n} = (1+\alpha_E)(1+\alpha_t)^3 - 1,$$

где $\alpha_{M\,пр}$ – коэффициент асимметрии несущей способности;

$M_{пр.n}$ – предельный изгибающий момент, вычисляемый без учета случайных факторов.

В случае изготовления элементов–стрингеров из профиля Пр-100 толщиною полки 1 мм, когда по статистике $\alpha_t = 0{,}1$, $\nu_t = 0{,}035$, найдем

$$\alpha_{M\,пр} = 0{,}35; \quad \nu_{M\,пр} = 0{,}105; \quad H_M = 0{,}9_5 5; \quad H_H = 0{,}9_5 1,$$

где H_M – надежность агрегата маневренных самолетов;

H_H – надежность агрегата неманевренных самолетов.

Если стрингеры изготовлены из профиля Пр-100 толщиною полки 2 мм, когда $\alpha_t = 0{,}035, \quad \nu_t = 0{,}027$, получим:

$$\alpha_{M\,пр} = 0{,}11; \quad \nu_{M\,пр} = 0{,}082; \quad H_M = 0{,}9_5 7; \quad H_H = 0{,}9_4.$$

Пример 2. Тонкостенная конструкция типа монокок выполнена из обшивки Д16АТ толщиною 2 мм, когда $\alpha_t = -0{,}066, \quad \nu_t = 0{,}023$. В этом случае

$$\alpha_{M\,пр} = 0{,}164; \quad \nu_{M\,пр} = 0{,}038; \quad H_M = 0{,}9_4; \quad H_H = 0{,}98.$$

Пример 3. Тонкостенная конструкция типа кессон выполнена из профилей Пр-100 толщиною полки 3 мм, когда $\alpha_t = 0{,}02, \quad \nu_t = 0{,}022$. Тогда

$$\alpha_{M\,пр} = 1{,}09; \quad \nu_{M\,пр} = 0{,}037; \quad H_M = 0{,}9_8; \quad H_H = 0{,}9_6.$$

Таким образом, надежность сборных тонкостенных конструкций летательных аппаратов, спроектированных по нормированным значениям коэффициента безопасности, определяется по соотношениям (6), (8) или согласно рис. 1. Примеры расчетов показывают ее существенный разброс в зависимости от характера нагружения, разрушения, конструктивно-силовой схемы, характеристик сортамента элементов. Предпочтительно проектировочные расчеты конструкций ЛА осуществлять по заданной надежности.

Список литературы

1. Анцелиович Л.Л. Надежность, безопасность и живучесть самолета. – М.: Машиностроение, 1985. – 296 с.
2. Селихов А.Ф., Чижов В.М. Вероятностные методы в расчетах прочности самолета. – М.: Машиностроение, 1987. – 237 с.
3. Малашенко Л.А. Проектирование элементов конструкций летательных аппаратов заданной надежности: Учеб. пособие. – Х.: Харьк. авиац. ин-т, 1996. – 96 с.