УДК 629.764.01 В.Г. Сухоребрый, Е.С. Голубничая

Выбор оптимальных параметров системы стабилизации ракеты-носителя

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

Постановка проблемы

При проектировании летательных аппаратов (ЛА) важнейшей задачей является выбор оптимальных параметров проектируемого объекта, обеспечивающих максимальную надежность ЛА. В статье [1] приведено описание различных критериев оптимизации параметров технических систем - как вероятностных, так и детерминированных. Разработка вероятностных критериев оптимизации помогла преодолеть главный недостаток детерминированных методов, заключающийся в детерминированном учете случайных возмущений. В настоящей статье приводятся результаты исследований по оптимизации параметров системы стабилизации (СС) ракеты-носителя (РН) по критерию вероятности устойчивости (ВУ). Рассматриваемая методика по выбору оптимальных значений параметров основана на модифицированном максиминном критерии оптимизации [1]. Для сравнения в качестве функции цели принимается набор безразмерных аргументов Гаусса одновременно по нескольким линейным моделям (ЛМ) критериальных функций (КФ).

Объект и цель исследования

Движение статически неустойчивой упругой РН в канале рыскания, устойчивость которой обеспечивается автоматом стабилизации, можно описать следующей системой дифференциальных уравнений [2]:

$$\begin{aligned}
&\ddot{z} = a'_{zz}\dot{z} + a'_{z\psi}\dot{\psi} + a_{z\psi}\psi + a_{z\delta}\delta_{\psi} + \sum_{i=1}^{4}(a''_{zs_{\psi_i}}\ddot{s}_{\psi_i} + a_{\psi s_{\psi_i}} s_{\psi_i});\\
&\ddot{\psi} = a'_{\psi z}\dot{z} + a''_{\psi\psi}\dot{\psi} + a_{\psi\psi}\psi + a_{\psi\delta}\delta_{\psi} + \sum_{i=1}^{4}(a''_{\psi s_{\psi_i}}\ddot{s});\\
&\ddot{s}_{\psi_i} + \varepsilon_{s_{\psi_i}}\dot{s}_{\psi_i} + \omega^2_{s_{\psi_i}} s_{\psi_i} = a''_{s_{\psi_i}z}\ddot{z} + a''_{s_{\psi_i}\psi}\ddot{\psi} + a_{s_{\psi_i}\psi}\psi;\\
&T_2\ddot{\delta} + T_1\dot{\delta} + \delta = K_{\phi}\psi + K_{\dot{\phi}}\dot{\psi} - K_{\dot{Z}}\dot{z},
\end{aligned} \qquad (1)$$

где ψ - отклонение угла рыскания ракеты как твердого тела от программного значения; z - отклонение центра масс от программного значения; δ - угол отклонения управляющих органов; a_{ij} - коэффициенты; T_1, T_2 - постоянные времени АС; K_{ϕ} - коэффициент усиления по каналу рыскания, $K_{\dot{\phi}} = T_d K_{\phi}$; T_d - постоянная времени дифференцирования; $K_{\dot{Z}}$ - коэффициент усиления по скорости отклонения центра масс; i – количество тонов упругих колебаний; j - количество баков с топливом.

Параметры a_{ij}, T_1, T_2, K_ϕ, $K_{\dot\phi}$, T_d имеют существенные случайные разбросы.

В качестве условий работоспособности [2] принимаются:

1) упрощенные условия устойчивости системы (1)

$$\frac{(K_\phi|a_{Z\delta}|+|a_{Z\phi}|)K_{\dot Z}+a_{\phi\phi}K_\phi(T_d-T_1)}{|a_{\phi\delta}|K_\phi^2(T_d-T_1)}-1<0, \tag{2}$$

$$\frac{a_{q\delta}a_{\delta q}K_\phi T_d^2 T_2}{(|a_{qq}|T_2T_d-T_d+T_1)T_1}-1<0; \tag{3}$$

2) условия устойчивости на основании корней системы (1), которые имеют вид:

$$z = x \text{ (вещественные корни);}$$
$$z = x + iy, \tag{4}$$
$$z = x - iy \text{ (комплексно-сопряженные корни).}$$

В качестве условий устойчивости принимаются условия

$$R_k < 0, \tag{5}$$

где $R_k = x$ – вещественные корни или действительные части комплексно-сопряженных корней (4).

Цель данного исследования:

- провести выбор оптимальных значений параметров СС по критериальным функциям, соответствующим упрощенным условиям устойчивости (2) и (3);
- провести выбор оптимальных значений параметров СС по характеристическим корням системы;
- провести сравнительный анализ эффективности и полученных результатов оптимизации параметров СС двумя вышеописанными способами.

Методика исследования

В процессе выбора оптимальных параметров используется построение линейных моделей КФ – классической, граничных секущей и касательной ЛМ - и вычисление безразмерных аргументов Гаусса (U_i) по каждой модели, соответствующих вероятности устойчивости системы. Рассматриваемый критерий оптимизации (равно как и вероятностный максиминный критерий [1]) применяет гипотезу о нормальном распределении КФ и ее ЛМ.

Для определения направления оптимизации задают величины шага α по вектору параметров, строят ЛМ, затем сравнивают наборы аргументов Гаусса по

ЛМ, соответствующие полученным значениям параметра, и делают вывод о направлении изменения параметра.

Алгоритм оптимизации носит итерационный характер. В процессе оптимизации происходит замена значения параметра предыдущего шага новым значением следующего шага в случае, если последнее соответствует большим аргументам U_i, либо уменьшение коэффициента шага в обратном случае. Изменение параметра продолжается до достижения коэффициентом шага минимального допустимого значения.

При оптимизации в наборах аргументов Гаусса по ЛМ значения U_i, удовлетворяющие условию $U_i^r - U_z \geq 0$ (где U_z - аргумент Гаусса, соответствующий заданному допустимому значению ВУ), не принимают во внимание; целью оптимизации является максимально возможное увеличение значений $U_i^r < U_z$.

Алгоритм оптимизации параметров

1. Задание начального вектора параметров и начальной величины шага изменения параметров α_0.

2. Формирование матрицы Гаусса на основании системы дифференциальных уравнений (1) для вычисления корней системы в виде $z = x$, $z = x + iy$, $z = x - iy$.

3. Нахождение невозмущенных значений КФ (действительные части корней системы (1)).

4. Построение ЛМ КФ в виде $\lambda = \lambda_0 + \sum_{i=1}^{n} b_i \eta_i$ (где b_i - коэффициенты линеаризации, λ_0 - свободный член).

4.1. КЛМ проходит через точку исходной КФ $\lambda(\eta) = \lambda(0) = \lambda_0$, в которой случайные возмущения параметров отсутствуют. Для построения КЛМ λ_0 принимаются равными $\lambda_{0i} = \lambda_i(0)$, т.е. невозмущенным значениям КФ. Коэффициенты линеаризации определяются по формуле $b_i = \frac{\lambda(\Delta\eta_i) - \lambda(-\Delta\eta_i)}{2\Delta\eta_i}, i = \overline{1,n}$, где $\Delta\eta_i$ - вариация i-й компоненты вектора η, равная $\Delta\eta_i = 2\sigma_i$, σ_i - с.к.о. i-й компоненты вектора η, $\lambda(\Delta\eta_i)$ либо $\lambda(-\Delta\eta_i)$ - значения КФ для вектора η, у которого все компоненты, кроме i-й, равны нулю, а i-я компонента равна $\Delta\eta_i$ либо $-\Delta\eta_i$.

4.2. СГЛМ имеет две общие точки с исходной КФ: точку $\lambda_0, \eta_k = 0$ и точку $\eta_k^* = \frac{\Lambda_0 b_k \sigma_k^2}{\sum_{i=1}^{n} b_i^2 \sigma_i^2}$ - точку пересечения КФ с границей работоспособности ($k = \overline{1,n}$).

Для построения данной модели предварительно строят КЛМ, а затем КоЛМ - линейную модель, компланарную классической и проходящую через точку $\eta_k^* = \frac{\Lambda_0 b_k \sigma_k^2}{\sum_{i=1}^{n} b_i^2 \sigma_i^2}$. КоЛМ строят путем «параллельного сдвига» КЛМ до пересечения с границей работоспособности, т.е. путем изменения лишь свободного члена КЛМ - $\lambda^r{}_0 = \lambda_0^{r-1} - \alpha\Delta\lambda^{r-1}$ (где $\Delta\lambda^{r-1}$ - абсолютная погрешность аппроксимации, $0.1 < \alpha < 0.5$ - коэффициент приращения свободного члена). Процесс построения КоЛМ носит итерационный характер. При нарушении условия $\varepsilon_\lambda^r \le \varepsilon_\lambda^{r-1}$,(где ε_λ - относительная погрешность аппроксимации КФ) уменьшается коэффициент α. Выполнение условия $|\varepsilon_\lambda| \le \varepsilon_d$ (где ε_d - допустимое значение относительной погрешности аппроксимации) означает, что модель r-й итерации удовлетворительно аппроксимирует КФ в окрестности границы работоспособности и пригодна для оценки вероятности потери работоспособности. С целью лучшей аппроксимации КФ полученную КоЛМ разворачивают таким образом, чтоб она пересекала исходную КФ в точке λ_0, - коэффициенты b_i меняются: $b_i^/ = b_i \dfrac{\Lambda - \lambda_0}{\Lambda - \lambda_0^{(r)}}, i = \overline{1,n}$. «Развернутая» таким образом КоЛМ является СГЛМ.

4.3. КГЛМ проходит через точку λ_0 исходной КФ. Для построения данной модели необходимо предварительно получить КЛМ. Процесс построения КГЛМ носит итерационный характер:

находят точку пересечения КЛМ с границей работоспособности $\eta_k^* = \dfrac{\Lambda_0 b_k \sigma_k^2}{\sum\limits_{i=1}^{n} b_i^2 \sigma_i^2}$;

определяют абсолютную и относительную погрешности аппроксимации;

вычисляют значения коэффициентов b_i - $b_{ri} = \dfrac{\lambda(\eta^{*r-1} + \Delta\eta_i) - \lambda(\eta^{*r-1} - \Delta\eta_i)}{2\Delta\eta_i}, (i = \overline{1,n}, \Delta\eta_i = 2\sigma_i)$ и свободный член $\lambda_r = \lambda(\eta^{*r-1}) - \sum\limits_{i=1}^{n} b_i^r \eta^{*r-1}, r = 1,2,3,...$ r-й итерации, а также проверяют условия $\varepsilon_\lambda^r \le \varepsilon_\lambda^{r-1}$ (при его нарушении уменьшается шаг итерации $\Delta\overline{\eta}^{*r} = \alpha\Delta\eta^{*r}, 0.1 < \alpha < 0.5$) и $|\varepsilon_\lambda| \le \varepsilon_d$ (выполнение которого означает, что модель r-й итерации удовлетворительно аппроксимирует КФ в окрестности ее пересечения с границей работоспособности).

5. Определение безразмерных аргументов Гаусса на основании построенных ЛМ по формуле $u_\Lambda = \dfrac{\Lambda - m_\lambda}{\sigma_\lambda}$, где m_λ и σ_λ - параметры распределения линейной модели. На основании центральной предельной теоремы КЛМ, СГЛМ и КГЛМ имеют нормальный закон распределения. На основании теорем о числовых характеристиках ФСА находят их параметры распределения: математическое ожидание $M[\lambda] = m_\lambda = \lambda_0$ и с.к.о. $\sigma_\lambda = \sqrt{D_\lambda} = \sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(b^/)^2 D}$ (где D_i ($i = \overline{1,n}$) - дисперсии случайных разбросов).

6. Выбор направления изменения оптимизируемого параметра, который состоит в получении аргументов Гаусса U_i по построенным ЛМ для значений параметра, равных $a = a_0\alpha$ (где a_0- начальное значение параметра, α = 0.2 и -0.2), и сравнении полученных наборов U_i.

7. Поиск минимальных $U_i < U_z$, соответствующих вероятности, меньшей заданного допустимого значения. Пошаговое изменение оптимизируемого параметра в направлении увеличения минимальных U_i. Уменьшение коэффициента шага Δa при невыполнении условия $\{U^{r-1}\} < \{U^{r}\}$(где U^r - набор минимальных аргументов Гаусса на r-м шаге).

Пункты 2 - 6 повторяются до достижения заданного значения коэффициента шага α_{dop}.

Примечание. Для случая оптимизации по упрощенным условиям устойчивости (2) и (3) пункт 2 включает лишь вычисление значения КФ по соответствующей формуле.

Блок–схема алгоритма выбора оптимальных значений параметров изображен на рис. 1.

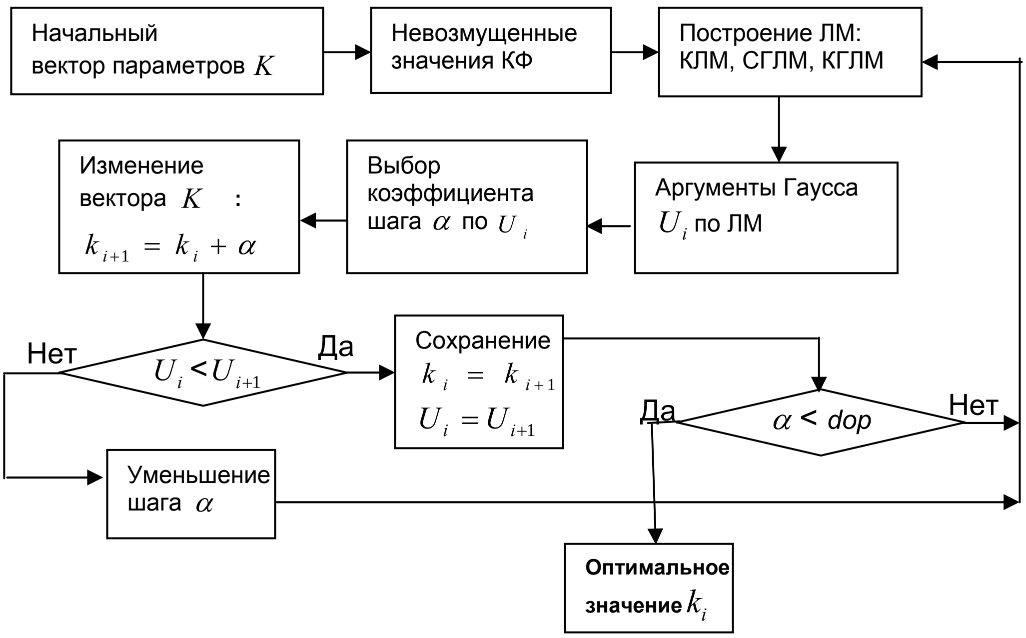

Рис. 1. Блок–схема алгоритма выбора оптимальных значений параметров

Результаты исследования

Номинальные значения и случайные разбросы параметров, соответствующие времени полета t=70 с. первой ступени РН «Циклон-3», предоставленные научно-производственным предприятием «Хартрон-Аркос», приведены в табл. 1.

Таблица 1

Параметр	Разброс,%	Значение	Параметр	Разброс,%	Значение
a'_{zz}	25	-0,0169	ε_{s1}	5	0,228
$a'_{z\psi}$	5	-0,715	ε_{s2}	5	0,0497
$a_{z\psi}$	5	-36,09	ε_{s3}	5	0,0546

Окончание табл. 1

Параметр	Разброс,%	Значение	Параметр	Разброс,%	Значение
$a_{z\delta}$	5	-1,441	ε_{s4}	5	0,7493
$a'_{\psi z}$	4	0,0027	$a_{\psi s1}$	10	-0,0066
$a'_{\psi\psi}$	10	-0,0616	$a_{\psi s2}$	10	-0,0121
$a_{\psi\psi}$	30	1,8113	$a_{\psi s3}$	10	-0,0043
$a_{\psi\delta}$	10	-0,295	$a_{\psi s4}$	10	-0,0041
ε_{q1}	15	0,2511	$a_{s\psi 1}$	10	-26.0652
ε_{q2}	20	0,4005	$a_{s\psi 2}$	10	-26,9907
$\omega^2{}_{q1}$	35	247,8232	$a_{s\psi 3}$	10	-32,5062
$\omega^2{}_{q2}$	45	630,5364	$a_{s\psi 4}$	10	-44,212
$a_{q\delta 1}$	10	-2,4192	T_1	40	0,1108
$a_{q\delta 2}$	10	-1,7115	T_2	40	0,002
$\omega^2{}_{s1}$	10	26.0652	T_d	20	0,5
$\omega^2{}_{s2}$	10	26,9907	K_z	50	0,009
$\omega^2{}_{s3}$	10	32,5062	$K_z^{'}$	40	0,009
$\omega^2{}_{s4}$	10	44,212	K_ψ	30	10
a_{qq}	40	-233,7707	$a_{\delta q}$	20	-0,1444

- Закон распределения всех коэффициентов – нормальный.
- Математическим ожиданием каждого коэффициента m_{ij} является значение этого коэффициента при нулевых разбросах, среднеквадратичное отклонение σ_{ij} для каждого коэффициента a_{ij} находят по формуле $\sigma_{ij} = \frac{\Delta_{ij}}{3}$.
- В качестве оптимизируемых параметров приняты коэффициент усиления по каналу рыскания K_ϕ (начальное значение 10) и постоянная времени дифференцирования T_d (начальное значение 0,5).
- Так как вполне удовлетворительным значением ВУ при проектировании объектов авиационной техники является 0.999999 (т.е. U_i =5,3), то в качестве допустимого заданного аргумента принимают U_i =6.

Выбор оптимальных значений параметров K_ϕ и T_d для упрощенных КФ (2) и (3)

- Невозмущенные значения КФ (2) и (3) соответственно равны **-0,3464 и - 1,1014.**
- Значения безразмерного аргумента Гаусса U_i по ЛМ при исходных значениях K_ϕ и T_d таковы:

для КФ (2) $U_{КЛМ}$ =**3,58**, $U_{СГЛМ}$ =**4,85**, $U_{КГЛМ}$ =**2,85**;

для КФ (3) $U_{КЛМ}$ =**22,49**, $U_{СГЛМ}$ =**285,2**, $U_{КГЛМ}$ =**42,64**.

- Начальное значение коэффициента шага для K_ϕ равно +2, для T_d -0.1.
- Минимальное допустимое значение коэффициента шага – 0.0001.
- Оптимальные значения параметров соответственно равны:

K_ϕ = **14,02** , T_d =**0,55**.

- Невозмущенные значения КФ (2) и (3) соответственно таковы: **-0,5415** и **-1,1467.**
- Полученным оптимальным значениям K_ϕ и T_d соответствуют следующие значения аргумента Гаусса U_i по линейным моделям:

для КФ (2) $U_{КЛМ}$ =**7,99**, $U_{СГЛМ}$ =**19,64**, $U_{КГЛМ}$ =**5,52**;

для КФ (3) $U_{КЛМ}$ =**17,13**, $U_{СГЛМ}$ =**31,77**, $U_{КГЛМ}$ =**19,73**.

Время выполнения оптимизации – 4 с.

Траектория оптимизации параметра K_ϕ по упрощенным условиям устойчивости представлена на рис. 2.

K_ϕ
10
12
14
16
14,2
14,02

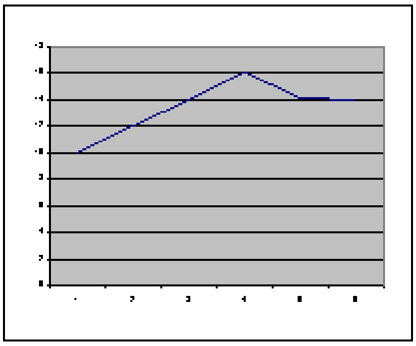

Рис. 2. Траектория оптимизации параметра K_ϕ по упрощенным условиям устойчивости

Выбор оптимальных значений параметров K_ϕ и T_d для КФ (4)

Ниже приводятся только корни системы (1), реагирующие на изменения значений оптимизируемых параметров K_ϕ и T_d, остальные корни в оптимизации не участвуют.

- Корни системы (1) при исходных значениях параметров равны: -44.5226, -9.5524, -0.6374+0.7803i, -0.6374-0.7803i, -0.0639+0.3665i, -0.0639-0.3665i.
- Невозмущенные значения КФ (вещественные корни и действительные части комплексно-сопряженных корней) таковы: **-44.5226, -9.5524, -0.6374, -0.0639**.

Значения безразмерного аргумента Гаусса U_i по ЛМ при исходных значениях K_ϕ и T_d представлены в табл. 2.

Таблица 2

$U_{КЛМ}$	$U_{СГЛМ}$	$U_{КГЛМ}$
3,28	**4,40**	**7,49**
2,90	**300,4**	**9,55**
4,13	**6,3**	**7,19**
1,46	**2,33**	**0.88**

Начальное значение коэффициента шага для K_ϕ равно +2, для T_d - -0.1.

Минимальное значение коэффициента шага – 0.0001.

Оптимальные значения параметров K_ϕ и T_d: K_ϕ **= 12,28;** T_d **= 0,5**.

Корни системы (1) при оптимальных значениях параметров равны:
-44.5176, -9.6708, -0.5801+1.2317i, -0.5801-1.2317i, -0.0645+0.2660i, -0.0645-0.2660i.

Невозмущенные значения КФ, соответствующие оптимальным значениям параметров таковы: **-44.5176, -9.6708, -0.5801, -0.0645.**

Соответствующие оптимальным значениям параметров значения аргументов U_i представлены в табл. 3.

Таблица 3

$U_{КЛМ}$	$U_{СГЛМ}$	$U_{КГЛМ}$
3,28	**4,40**	**7,49**
2,96	**244,7**	**18,4**
5,95	**6,67**	**6,80**
6,61	**9,25**	**10,77**

В табл. 4 приведены для сравнения полученные безразмерные аргументы Гаусса при исходных и оптимальных значениях параметров K_ϕ и T_d.

Таблица 4

Исходные параметры	Оптимальные параметры	Исходные параметры	Оптимальные параметры	Исходные параметры	Оптимальные параметры
$U_{КЛМ}$		$U_{СГЛМ}$		$U_{КГЛМ}$	
3,28	**3,28**	**4,40**	**4,41**	**7,49**	**7,49**
2,90	**2,96**	**300,4**	**244,7**	**9,55**	**18,4**
4,13	**5,95**	**6,3**	**6,67**	**7,19**	**6,80**
1,46	**6,61**	**2,33**	**9,25**	**0.88**	**10,77**

Время выполнения оптимизации – 2.8 мин.

Траектория оптимизации параметра K_ϕ по характеристическим корням системы (1) представлена на рис. 3.

K_ϕ

10

12

14

12,2

12,22

12,24

12,26

12,28

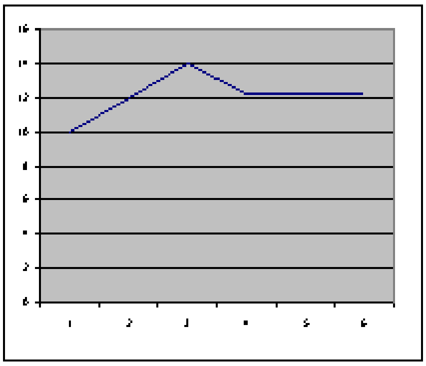

Рис. 3. Траектория оптимизации параметра K_ϕ по упрощенным условиям устойчивости

Выводы

В результате проведенной оптимизации значительно увеличены значения безразмерных аргументов Гаусса, а следовательно, и вероятности устойчивости системы. Выполнение оптимизации параметров по упрощенным условиям устойчивости занимает примерно в 40 раз меньше машинного времени и менее требовательно к ресурсам компьютера по сравнению с оптимизацией по корням системы. Однако метод оптимизации по корням позволяет более полно учесть всю специфику проектируемого объекта.

Список литературы

1. Лежнина М.В. Оптимизация параметров систем стабилизации ракет-носителей по критерию вероятности устойчивости// Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. - Х.: НАКУ «ХАИ». – 2004. – Вып. 23. - С. 107-111.
2. Игдалов И.М., Кучма Л.Д., Поляков Н.В., Шептун Ю.Д. Ракета как объект управления: Учебник /Под ред. акад. С.Н. Конюхова. – Днепропетровск: АРТ-ПРЕСС, 2004.– 544 с.
3. Сухоребрый В.Г. Вероятностные методы проектирования технических объектов. – Х: ХАИ, 1990. – 103 с.
4. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Курс статистического моделирования.– М.: Наука, 1976.– 319 с.
5. Айзенберг Я.Е., Сухоребрый В.Г. Проектирование систем стабилизации носителей космических аппаратов. – М.: Машиностроение, 1986.- 220с.