УДК 629.7.01
М.И. Никифорова

Эталонная модель для оценки вероятности потери технической устойчивости ракеты-носителя

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

Постановка проблемы, цель работы

Определение запасов устойчивости движения является одним из главных вопросов динамического проектирования. Оценка устойчивости движения ракет-носителей (РН) представляет собой достаточно сложную задачу, так как возмущенное движение ракеты описывается системой дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, имеющими существенные случайные разбросы, а возмущающие воздействия представляют собой нестационарные случайные функции. Для исследования этой задачи в ракетной технике широко применяется понятие технической устойчивости движения, или устойчивости, рассматриваемой на конечном интервале времени по отношению к начальным возмущениям и действующим возмущающим силам и моментам [8]. Определение запаса технической устойчивости является особо важным моментом при оценке управляемости и связано с определением запаса по загрузке управляющих органов РН. Максимальную загрузку органов управления с учетом разбросов характеристик системы целесообразно определять на участке прохождения ракетой максимальных скоростных напоров, т.е. на I ступени полета.

Сложность задачи по оценке технической устойчивости, как указывалось выше, обусловлена тем, что характеристики ракеты и возмущающие воздействия описываются случайными функциями, поэтому наиболее корректным методом решения задачи является вероятностный подход. Метод статистического моделирования является наиболее общим методом решения сложных вероятностных задач и позволяет учесть вероятностные характеристики большого количества случайных величин.

Существуют различные методы оценки технической устойчивости объекта, например: метод сечений, метод, использующий теорию выбросов случайных процессов, метод экстремальных значений [2,3,4,5,6].

Эти методы позволяют получить приближенный результат. Для оценки степени приближенности вышеперечисленных методов необходимо получить результат, наиболее близкий к реальному — эталонный результат.

Целью данного исследования является разработка эталонной модели для оценки вероятности потери технической устойчивости.

Эталонный объект

Ракета с автоматом стабилизации представляет собой сложную замкнутую систему, динамика которой в общем случае описывается нелинейными дифференциальными уравнениями с переменными коэффициентами. Эти уравнения учитывают влияние жидкого топлива и упругие колебания корпуса ракеты. Для отклонения управляющих органов оценка технической устойчивости обычно проводится по системе уравнений, описывающей поведение ракеты как абсолютно твердого жесткого тела. Наибольшее возмущающее действие от ветра на полет I ступени оказывается в канале рыскания. Динамика ракеты может быть описана системой дифференциальных уравнений, которая в канале рыскания имеет вид [6]:

$$\begin{aligned} & z'' = a_{zz}(t)\cdot z' + a_{z\psi}(t)\cdot\psi + a_{z\delta}(t)\cdot\delta + \overline{F}(t), \\ & \psi'' = a_{\psi z}(t)\cdot z' + a_{\psi\psi}(t)\cdot\psi + a_{\psi\delta}(t)\cdot\delta + \overline{M}(t), \\ & T_2\cdot\delta'' + T_1\cdot\delta' + \delta = K_{\psi}\cdot\psi_g + K_{\psi}\cdot\psi'_g - K_{z'}\cdot z', \end{aligned} \tag{1}$$

где ψ — координата, характеризующая вращение ракеты вокруг центра масс (угол рыскания);

δ — угол отклонения управляющих органов;

z — координата, характеризующая перемещение центра масс ракеты;

$a_{ij}(t)$ — функции независимой переменной t, выражающие закон изменения параметров ракеты;

T_1, T_2 — постоянные времени автомата стабилизации (АС);

K_{ψ} — коэффициент усиления по каналу рыскания, $K_{\psi'} = T_d K_{\psi}$, T_d — постоянная времени дифференцирования;

$\overline{F}(t)$ и $\overline{M}(t)$ — приведенные возмущающие силы и моменты в функции времени;

ψ_g — угол рыскания, измеряемый датчиком угла;

$K_{z'}$ — коэффициент усиления по скорости отклонения центра масс.

Чтобы получить эталонный результат с достаточной для инженерных целей точностью, необходимо проведение статистического моделирования большого объема. Однако многократное решение системы дифференциальных уравнений (1) при сборе статистических данных — задача, существенным недостатком которой является время моделирования. Время решения системы (2) составляет 5,55 с для одного прохода. Следовательно, время проведения статистического моделирования объемом N=1 000 000 составит приблизительно 1550 ч, что является неприемлемым.

Поскольку основная загрузка органов управления связана с парированием возмущающих моментов, то для сокращения времени интегрирования целесообразно в качестве эталона рассматривать только уравнение моментов

$$\begin{aligned} & a_{\psi\psi}(t)\cdot\psi + a_{\psi\delta}(t)\cdot\delta = -M(t), \\ & T_1\cdot\delta' + \delta = K_{\psi}\cdot\psi + K_{\psi'}\cdot\psi'. \end{aligned} \tag{2}$$

В этой системе $\overline{M}(t) = a_{\psi z}(t)\cdot W(t)$, где $W(t)$ — ветровое воздействие на ракету.

Поскольку наибольшее значение угла отклонения управляющих органов управления приходится на период времени, когда на РН действует максимальный скоростной напор, целесообразно рассматривать не всю I ступень, а только ее часть — участок с максимальными реализациями $\delta(t)$.

На рис. 1 показано среднее значение изменения функции $\delta(t)$, полученное в результате моделирования объемом 3000 для диапазонов времени $t \in [0..120]$ (пунктирная линия) и $t \in [30..85]$ (сплошная линия). В качестве вектора начальных условий для интегрирования на интервале $t \in [30..85]$ задаются средние значения решений системы (2) в момент времени $t = 30$ с, полученные при моделировании на интервале $t \in [0..120]$.

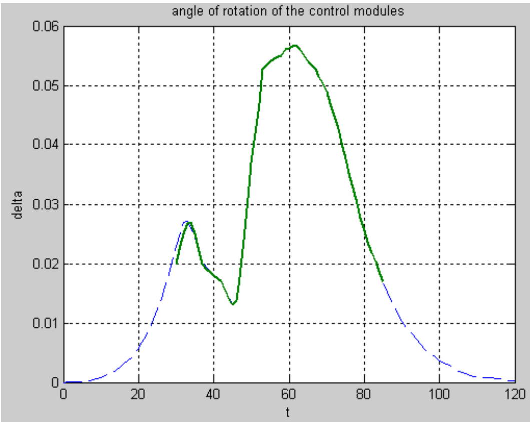

Рис. 1. Значения функции $\delta(t)$, полученные моделированием для двух диапазонов времени

На рис. 1 видно, что решение системы (2) в сокращенном интервале (с максимальными реализациями $\delta(t)$) является приемлемым и целесообразным для сокращения времени статистического моделирования. В табл. 1 приведено время решения системы уравнений, описывающей динамику РН для трех вышеизложенных вариантов:

1) решение системы (1) в диапазоне времени $t \in [0..120]$;
2) решение системы (2) в диапазоне времени $t \in [0..120]$;
3) решение системы (2) в диапазоне времени $t \in [30..85]$.

Таблица 1

Вариант решения	**Диапазон времени t**	**Время решения системы, с**
1	t Є [0..120]	5,55
2	t Є [0..120]	1,65
3	t Є [30..85]	0,85

По данным, приведенным на рис. 1 и в табл. 1, видно, что проведение моделирования системы (2) на участке максимальных реализаций КФ сокращает время моделирования почти в 2 раза по сравнению с моделированием на всем интервале, и почти в 7 раз по сравнению с моделированием системы (1).

При проведении статистического моделирования для определения технической устойчивости необходимо учитывать случайный характер возмущений, разбросов параметров ракеты, автомата стабилизации и характеристик атмосферы [6]. Таким образом, условием для оценки технической устойчивости РН является сохранение значения угла отклонения органов управления в допустимом диапазоне значений на рассматриваемом интервале времени:

$$|\delta(\kappa,\eta,t)| < \Lambda, \qquad (3)$$

где δ — значение функции угла отклонения управляющих органов РН, эта критериальная функция (КФ) изменяется в зависимости от времени t и возмущений;

Λ — предельно допустимое значение угла отклонения δ.

Номинальные значения параметров системы (2) и их разбросы η приведены в табл. 2.

Таблица 2

Обозначение параметра	Наименование	Номинальное значение	Разброс, %
K_ψ	Коэффициент усиления по каналу рыскания	6	7
T_d	Постоянная времени дифференцирования	0,5	25
T_1	Постоянная времени АС	0,1108	20
$a_{\psi\psi}$	Функции, выражающие закон изменения параметров ракеты	Рис. 2	25
$a_{\psi\delta}$		Рис. 3	10

Для учета влияния случайных возмущений и начальных условий на устойчивость РН изменение ветровых воздействий во времени задается в виде канонического разложения [6]

$$W(t) = W_0(t) + \sum_i V_i \cdot \varphi_i(t), \tag{4}$$

где $W_0(t)$ — систематическая составляющая скорости ветра; $\varphi_i(t)$ — неслучайные функции, называемые координатными; V_i — стандартные случайные числа, распределенные по нормальному закону. Таким образом, для различных наборов чисел V_i получим некоторые реализации профиля ветра.

Номинальные значения коэффициентов $a_{\psi\psi}$ и $a_{\psi\delta}$ изменяются по времени, как показано на рис. 2 и 3. Графики изменения систематической составляющей ветра $W_0(t)$ и среднего значения координатных функций $\varphi_i(t)$, показаны на рис. 4 и 5.

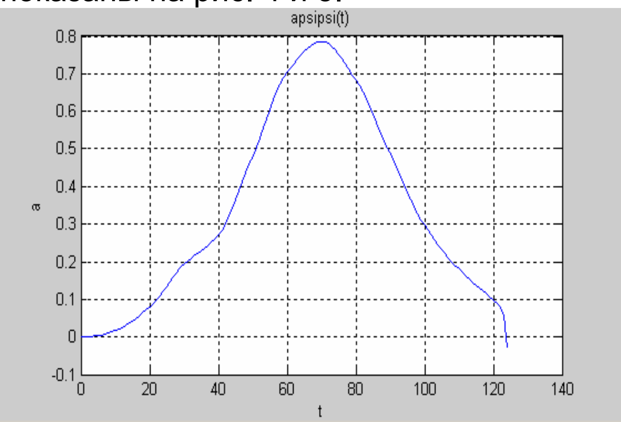

Рис. 2. Номинальное значение коэффициента $a_{\psi\psi}(t)$

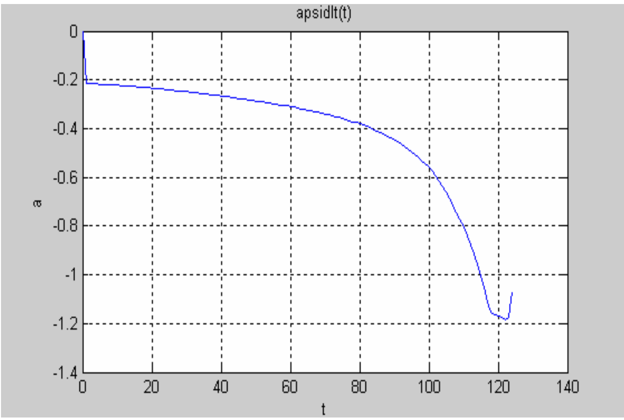

Рис. 3. Номинальное значение коэффициента $a_{\psi\delta}(t)$

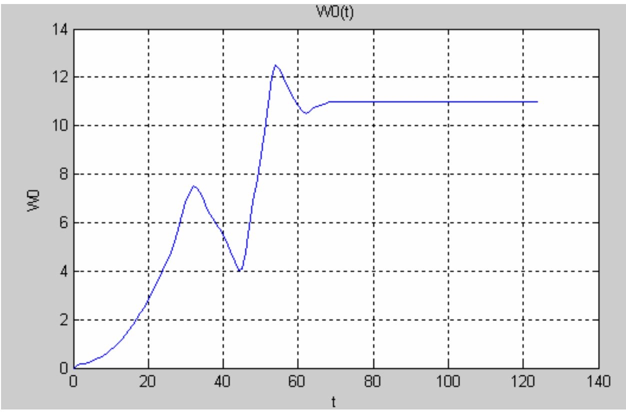

Рис. 4. Систематическая составляющая скорости ветра $W_0(t)$

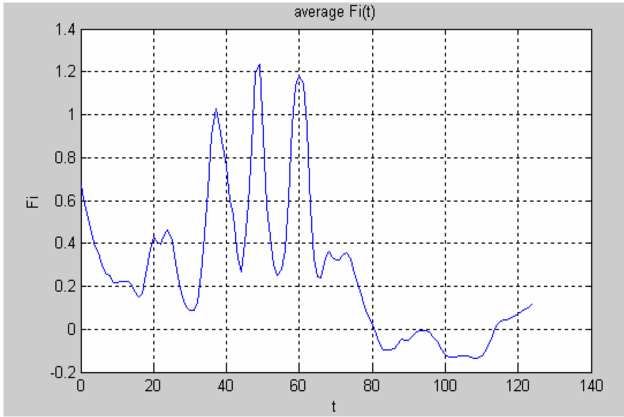

Рис. 5. Среднее значение координатных функций $\varphi_i(t)$

Методика исследования и основные результаты

Для решения системы дифференциальных уравнений (2) выбрана система Matlab, т.к. она является приемлемой базой для решения технических задач и удовлетворяет следующим требованиям:

- максимально быстро и оптимальным образом производит расчеты;
- удобно оперирует массивами данных большого объема;
- имеет широкую библиотеку встроенных функций для удобной работы с данными;
- выполняет множество компьютерных задач для поддержки научных и инженерных работ — начиная от сбора и анализа данных до разработки приложений;
- совмещает возможности платформы для технических вычислений, визуализации данных с возможностью интеграции с другими приложениями и внешними базами данных.

Порядок оценки технической устойчивости РН методом прямого статистического моделирования:

1) задание объема моделирования N и N_x — объема сохраняемых максимальных значений $\delta(t)$;
2) генерация нормальных случайных чисел v_i;

3) задание необходимых параметров дифференциальной системы уравнений с учетом случайных разбросов параметров;

4) решение системы уравнений (2) и сохранение полученного статистического материала - максимальных значений $\delta(t)$;

5) сортировка полученного массива реализаций максимальных значений и определение количества реализаций, превысивших допустимую границу устойчивости РН (см. условие (3));

6) определение вероятности потери технической устойчивости РН Q при заданных условиях:

$$Q = \frac{N_{\Lambda}}{N}, \tag{5}$$

где N_{Λ} — количество значений функции случайного аргумента, превысивших границу Λ; N — объем моделирования.

Как было описано выше, для оценки технической устойчивости РН рассматривается система (2). Для диапазона времени $t \in [30..85]$ проведено статистическое моделирование в объеме N=1000000 и сохранен массив максимальных реализаций $\delta(t)$. Для Λ=0,3 (предельно допустимое значение угла отклонения управляющих органов) количество значений КФ, превысивших эту границу устойчивости, N_{Λ}=48. По формуле (5) определена вероятность потери технической устойчивости исследуемого объекта: $4{,}8 \cdot 10^{-5}$.

Оценка погрешности результата

Оценим погрешность полученного результата, используя понятия доверительной вероятности и доверительного интервала [7]. Значение доверительной вероятности для аэрокосмической техники P_d=0,95. Доверительный интервал определяет величина приемлемой погрешности оценки $\Delta Q = \beta Q$, где β — относительная погрешность Q. Тогда доверительный интервал будет определяться диапазоном значений $Q \pm \Delta Q$. Поскольку результат статистического моделирования имеет нормальное распределение, для очень малых значений Q (Q<0,0001) относительная погрешность находится по следующей формуле [7]:

$$\beta = \frac{U_d}{\sqrt{N \cdot Q}}, \tag{6}$$

где U_d — безразмерный аргумент функции Гаусса, соответствующий доверительной вероятности,

$U_d = \arg\Phi(\frac{1+P_d}{2})$, Φ — функция Гаусса,

$U_d = \arg\Phi(\frac{1+0.95}{2}) = 1{,}9$, $\beta = \frac{1.9}{\sqrt{10^6 \cdot 4{,}8 \cdot 10^{-5}}} = 0.274$.

Таким образом, доверительный интервал для оценки Q:

$Q_d \in$ [3,5E-05.. 6,1E-05]

(Q_d — доверительный интервал вероятности потери технической устойчивости РН).

Выводы

1. В результате проведенных исследований получено эталонное значение вероятности потери технической устойчивости РН. Для разработанной эталонной модели она составила 4,8E-05 при объеме статистического моделирования N=1000000 реализаций.

2. Оценена погрешность полученного результата и определен доверительный интервал $Q_d \in$ [3,5E-05.. 6,1E-05].

3. Существенным недостатком прямого статистического моделирования являются большие затраты времени на интегрирование системы дифференциальных уравнений (моделирование объемом 1000000 проводилось на ПК с процессором Intel 2400МГц и оперативной памятью 256 М около 240 часов).

Список литературы

1. Качаров К.А., Пилютик А.Г. Введение в техническую теорию устойчивости движения. –М.: Физматгиз, 1962. – 243 с.
2. Фомин Я.А. Теория выбросов случайных процессов.М. : Связь, 1980. 216 с.
3. Гумбель Э. Статистика экстремальных значений. М.: Мир, 1965. 450 с.
4. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. –М.: Наука, 1968. – 463 с.
5. Пугачев В.С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления.-М.: Физматгиз, 1962. – 783 с.
6. Ракета как объект управления: Учебник И.М. Игдалов, Л.Д. Кучма, Н.В. Поляков, Ю.Д. Шептун /Под ред. акад. С.Н. Конюхова. –Д.: АРТ-ПРЕСС, 2004. – 544 с.
7. Лежнина М.В., Сухоребрый В.Г. Проектная оценка вероятности достижения объектами аэрокосмической техники предельных состояний. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2005. – 184 с.
8. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 576 с.