УДК 629.7.01 С.А. Бычков, А. Г. Гребеников,
Г.Б. Варшавяк

Формирование функции полезности при свёртке критериев векторной оптимизации проектных параметров пассажирского самолёта на этапе предварительного проектирования

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

Целью предварительного проектирования самолета является выбор схемы и определение наивыгоднейшего сочетания основных параметров самолёта и его систем, обеспечивающих выполнение заданных требований. Выбор схемы на основе ранее выработанных тактико-технических требований, решения относительно выбора конструктивных материалов и систем самолёта определяет конструктор – лицо, принимающее решения (ЛПР). Оптимизация вектора параметров модели самолёта по одному или ряду критериев, расчёт масс в первом приближении выполняется с помощью автоматизированной системы проектирования [2].

Исходными данными для проектирования самолёта являются техническое задание требуемых характеристик самолёта, нормы лётной годности, условия физической возможности реализации самолёта. Результатом предварительного проектирования самолета являются оптимизированные геометрические, весовые, энергетические параметры самолёта - оптимальный вектор проектных параметров $X^*=(x_1,x_2,\dots x_m)$. Ограничения, определяющие допустимую область изменения параметров X^*, представляют собой область $X_{доп}$.

Оптимизация проекта, нахождение вектора $X^*\in X_{доп}$, отвечающего минимуму критерия оптимальности $\gamma=\gamma(x_1,x_2,\dots x_m)$, – задача математического программирования. Результат оптимизации представляет собой результат расчёта аналитических функций по определённому алгоритму, так как в явном виде целевые функции не сводимы в единые записи аналитических функций. Поэтому необходимо выбрать метод оптимизации, не требующий задания целевой функции в явном виде и обеспечивающий монотонность приближения к оптимуму (значение критерия оптимальности на каждом шаге не хуже предыдущего).

В качестве частных критериев оптимальности в работе [2] рассмотрены критерий минимума массы самолёта и критерий минимума относительной топливной эффективности соответственно:

$$m_0 = \frac{m_{эк} + m_{об} + m_{ком}}{1-(m_к + m_{с.у.} + m_т)}, \tag{1}$$

где m_0 - взлётная масса самолёта в первом приближении

$m_{эк}$ – масса экипажа;

$m_{об}$ – масса оборудования и снаряжения;

$m_{ком}$ – масса коммерческой нагрузки;

$m_к$ – относительная масса конструкции;

$m_{с.у.}$ – относительная масса силовой установки;

$m_т$ – относительная масса топлива,

и

$$K_t = \frac{m_т}{m_{ком} * L},\qquad (2)$$

где K_t – относительная топливная эффективность;

m_t – расход топлива;

$m_{ком}$ – масса коммерческой нагрузки;

L – дальность полёта.

Для вычисления значений критериев для каждого из значений векторов параметров X (значений параметров модели самолёта) проводится расчёт коэффициентов подъёмной силы и качества при отрыве, энерговооружённостей, относительной массы силовой установки, относительной массы топлива, относительной массы конструкции и массы нагрузки [2].

Для решения задачи оптимизации необходимо провести свёртку частных критериев и получить общую скалярную оценку качества модели по какому-либо методу.

В качестве теоретической основы формирования обобщённых многокритериальных скалярных оценок может быть применена теория полезности [1]. Обобщённая полезность является количественной оценкой предпочтительности решения.

$$Q(x) = G[\gamma_i(X)], i = \overline{1,n},\qquad (3)$$

где Q(x) – количественная оценка полезности решения. Если решения $X_1, X_2 \in X_{доп}$ и X_1 предпочтительнее X_2, то $Q(X_1) > Q(X_2)$.

Решение задачи структурной и параметрической идентификации функции полезности (3) является обоснованием правила (метрики), по которому формируется полезность решения в пространстве частных критериев $\gamma_i(X)$. Поскольку объективной метрики не существует, то принцип ранжирования решений отражает предпочтения конкретного лица, принимающего решения. Учитывая, что вес частных критериев не равнозначен, формулу (3) можно быть записать как

$$Q(x) = G[\lambda_i, \gamma_i(X)], i = \overline{1,n}\qquad (4),$$

где λ_i – параметры изоморфизма, приводящие разнородные частные критерии к единой метрике и учитывающие их вес.

Для идентификации вида оператора G среди наиболее известных форм функций полезности выбрана аддитивная форма $Q(x) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i, \gamma_i(X)$ (5), так как она позволяет учесть информацию о предпочтительности частных критериев.

Задача выбора функции полезности известна в теории многокритериального оценивания и оптимизации как задача нормализации частных критериев. При её решении предполагается по умолчанию, что зависимость полезности от абсолютного значения частного критерия всегда линейна и выбор функции полезности осуществляется из класса линейных функций. Одним из фундаментальных свойств систем является то, что зависимость эффективности любой системы от затрачиваемых ресурсов на интервале качественно описывается S-образной кривой (рис.1)

S – образная зависимость реализуется только при изменении анализируемого параметра в широких пределах, соответствующих всей области существования системы. В реальных условиях ЛПР оперирует на ограниченном множестве возможных решений $X_{доп}$, что ограничивает интервал изменения параметра. Таким образом, задание каждой конкретной ситуации выбора вырезает из S-образной кривой полезности более или менее узкую область.

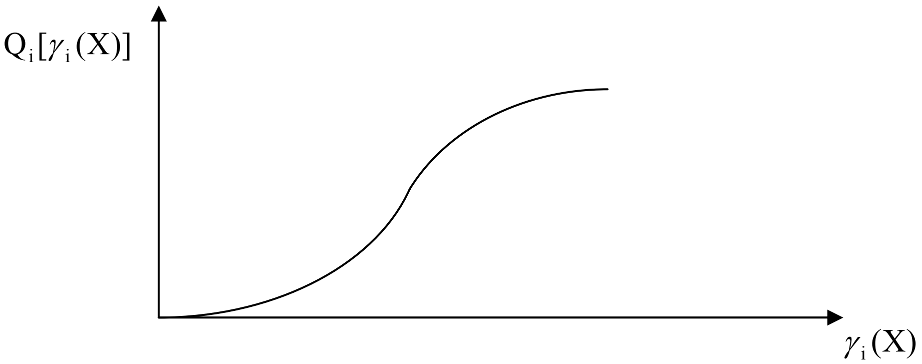

Рис.1. Зависимость полезности от абсолютного значения частного критерия

Этим требованиям отвечает функция локальной полезности [1] вида

$$Q_i[\gamma_i(X)] = \left(\frac{\gamma_i(X) - \gamma_{i\max}}{\gamma_{i\min} - \gamma_{i\max}} \right)^{\alpha_i}, \tag{6}$$

где $\gamma_i(X)$ – значение частного критерия, $\gamma_{i\min}, \gamma_{i\max}$ – наилучшее и наихудшее значение частного критерия, которые он принимает на области допустимых решений $X_{доп.}$, α_i – коэффициэнт, учитывающий вес и предпочтение *i*-го критерия при $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1$

Здесь использован способ свёртки частных критериев [1], так как он простой, позволяет неограниченно наращивать число критериев, гибок в отношении предпочтений. Однако его применение на этапе предварительного проектирования самолёта не нашло отражения в открытых источниках.

Для случая двух критериев (минимума массы и удельной топливной эффективности) количественную оценку полезности решения (3) записываем в виде

$$Q(X) = \left(\frac{\gamma_1(X) - m_{0\max}}{m_{0\min} - m_{0\max}} \right)^{1/2} + \left(\frac{\gamma_2(X) - K_{t\max}}{K_{t\min} - K_{t\max}} \right)^{1/2} \tag{7}$$

Наивысшее значение значением Q(X) (в случае двух критериев равное двум) означает, что оптимальное решение по общему критерию одновременно оптимально по обоим частным.

Для нахождения вектора оптимальных параметров X^*, для которого $Q(X) \to 2$, был выбран метод деформированного многогранника [3]. Этот метод обладает достаточной эффективностью и высокой надёжностью в условиях наличия случайных возмущений или ошибок при определении значений целевой функции, а также хорошо адаптируется к овражным функциям.

Коэффициенты отражения, растяжения и сжатия выбраны соответственно α=1, β=0,5, γ=2 [3].

Предлагаемый метод многокритериальной оптимизации проектных параметров самолёта включает в себя:

– формирование начального вектора проектных параметров самолёта X^0, допустимой области изменения параметров $X_{доп}$, частных критериев оптимальности $\gamma_1(X),...,\gamma_n(X)$, выбор варьируемых параметров параметрической модели;

– построение пространства решений Парето путём вычисления критериальных функций (массы самолёта в первом приближении и удельного расхода топлива [2]) при варьировании параметров модели;

– формирование общего критерия оптимальности $\gamma = [\gamma_1(X),...,\gamma_n(X)]$ с помощью функций полезности частных критериев [1];

– поиск оптимального вектора X^* по методу деформируемого многогранника [3].

Целью данной работы является исследование и оптимизация уже существующей модели с расчётом масс в первом приближении по приближённым расчётным методам и формулам [2].

В качестве варьируемых в процессе оптимизации геометрических параметров самолёта выбраны относительная толщина крыла, удлинение крыла, сужение крыла, стреловидность крыла, относительный размах закрылка, относительная хорда закрылка и угол отклонения закрылка. Остальные параметры самолёта в данной версии программной реализации задаются пользователем.

Коэффициент ε, являющийся критерием окончания поиска экстремума критериальной функции по методу деформированного многогранника, также задаётся пользователем и является параметром алгоритма.

При помощи этого метода находится вектор X^0_1, обеспечивающий минимальное значение m_0 (1), и вектор X^0_2, обеспечивающий минимальное значения K_t (2). При соответствующем числе итераций k_1 и k_2 , отражающих скорость сходимости. Таким образом получаются значения $m_{0\ min}$,$m_{0\ max}$, $K_{t\ min}$, $K_{t\ max}$ для расчёта общего критерия (7).

Начальные точки для поиска X^* методом деформируемого многогранника по общему критерию (7) выбираются случайным образом из окрестности вектора X^0_1 и X^0_2 , в результате чего получается пара результатов X^*_1 и X^*_2 .

Алгоритм расчёта включает:

1. Исходные данные и ограничения, определяющие допустимую область изменения параметров $X_{доп}$, граничные значения изменения параметров $X=(x_1,x_2,\ldots x_m)$. При желании пользователь может задать начальную область поиска $X_{нач} \in X_{доп}$.

2. Генерацию случайным образом s векторов $X \in X_{нач}$, из которых выбирается пара векторов X_s^1 и X_s^2 – лучших по критерию минимума массы и удельной топливной эффективности. Чем больше объём начальных исследований s, тем больше вероятность выбрать новую точку, близкую к одному из локальных экстремумов в случае, если пространство решений Парето окажется многоэкстремальным.

3. Определение экстремумов, оптимальных по частным критериям значения векторов X^0_1 и X^0_2 с помощью метода деформируемого многогранника за k_1/k_2 итераций с точностью, определяемой параметром оптимизации ε. Начальные точки выбираются случайным образом из окрестностей векторов X_s^1 и X_s^2 .

4. Определение вариантов решения задачи векторной оптимизации по обобщённому критерию (7) с помощью метода деформируемого многогранника за k^*_1/k^*_2 итераций с точностью, определяемой параметром оптимизации ε, , соответственно векторов $X^1_{опт}$ и $X^2_{опт}$. Тот из них, который обеспечивает наибольшее значение функции полезности, т. е. показателя качества решения, и есть оптимизированный вектор параметров эскизной модели самолёта $X_{опт}$.

Параметрами алгоритма оптимизации являются объём начальной выборки s, коэффициент требуемой точности сходимости метода деформированного многогранника ε.

На основе предложенного алгоритма создана программа на языке Delphi, реализующая автоматированный расчёт относительных масс и взлётной массы самолёта, а также оптимизацию основных проектных параметров по частным критериям минимума массы и минимума удельного расхода топлива, а также общему критерию.

В качестве примера проведено исследование области значений параметров, близких к значениям параметров самолёта Ан–140. Начальные значения варьируемых параметров крыла сгенерированы с помощью датчика случайных числел в окрестностях реальных значений параметров крыла самолёта Ан–140.

Результаты расчёта сведены в таблицы, в которых содержатся набор оптимизированных параметров (X^0_1,X^0_2,$X_{опт}$), значения частных критериев m_0 и K_t, значения общего критерия Q(X) и вспомогательная информация о работе алгоритма оптимизации, позволяющая оценить работу алгоритма.

Скорость нахождения оптимального решения (с величиной критерия точности ε) определяется по количеству итераций k_1, k_2, k^*_1, k^*_2. Параметр $\Delta=Q(X^1_{опт}) - Q(X^2_{опт})/Q(X_{опт})$ определяет, насколько близко друг к другу находятся решения $X^1_{опт}$ и $X^2_{опт}$.

В таблице приведены результаты 100 независимых поисков по частному критерию минимума массы m_0 при малом объёме предварительного поиска s=10 и случайном выборе начальных значений исследуемых параметров в области, близкой к параметрам самолёта Ан-140.

№ п/п	Относительная толщина крыла	Удлинение	Сужение	Стреловидность по передней кромке	…	Удельная нагрузка на крыло	m_0	K_t	2-Q(X)
1	16.6598	10.6978	2.2565	1.3067	..	299.5681	20.718	3.21315	0.032474
2	16.8875	10.4081	2.2778	1.2914	..	294.1063	20.597	3.21381	0.032090
3	16.7102	10.7416	2.2568	1.3080		298.6417	20.734	3.21193	0.032495
…	…	…	…	…	..				
100	16.8063	10.7947	2.3009	1.2954	..	306.9357	20.678	3.21019	0.032270

Если отбросить 20% наихудших значений m_0, то наилучшее оптимизированное значение m_0 = 20.597, а наихудшее m_0 = 21.044. Таким образом, погрешность работы алгоритма составлила 2.1 %, что является вполне приемлемым на данном этапе проектирования самолёта [2]. В результате увеличения объёма предварительного поиска s=1000 погрешность уменьшается до 2%.

Наличие в таблицах результатов групп оптимизированных векторов с неминимальным значением критерия оптимизации позволяет предположить, что пространство решений Парето является многоэкстремальным.

Частичная визуализация результатов единичного прогона (№2 в таблице) алгоритма оптимизации показана на рис. 2-4.

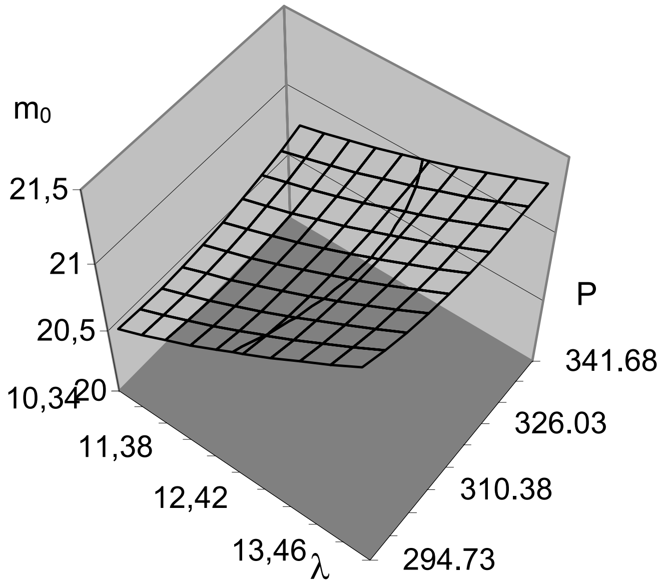

Рис. 2. Влияние удлинения крыла λ и удельной нагрузки на крыло P на массу самолёта в первом приближении m_0 в окрестностях вектора $X_{опт}$

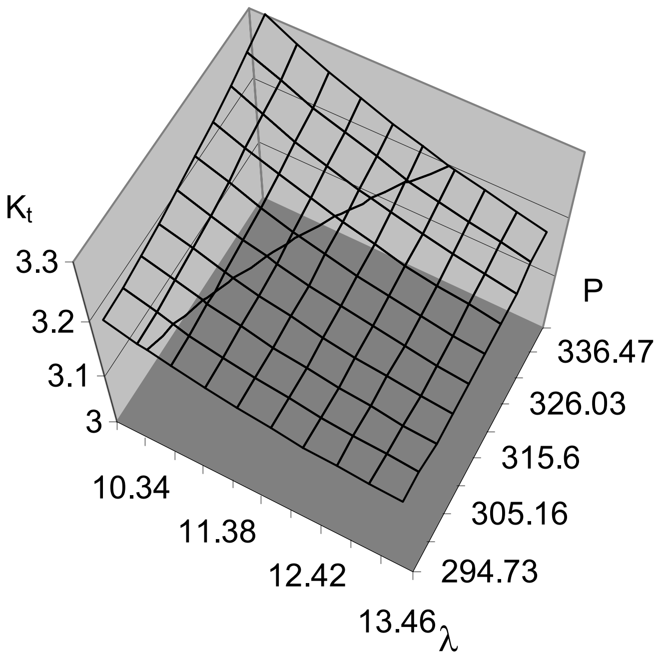

Рис. 3. Влияние удлинения крыла λ и удельной нагрузки на крыло P на удельную топливную эффективность K_t от в окрестностях вектора $X_{опт}$

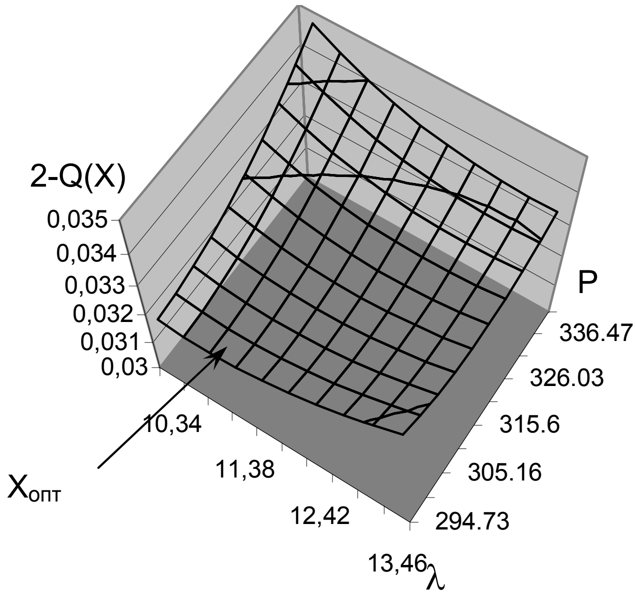

Рис. 4. Влияние удлинения крыла λ и удельной нагрузки на крыло P на общий критерий 2-Q(X) в окрестностях вектора $X_{опт}$

Выводы:

1. Сформулирован общий подход для решения задач многокритериальной оптимизации модели самолёта.
2. Предложенный алгоритм реализован в среде Delphi для свёртки двух частных критериев на примере оптимизации геометрических параметров крыла грузопассажирского самолёта с ТВД. Показана зависимость результатов оптимизации от параметров алгоритма.
3. Пространство решений по Парето для самолёта с ТВД является многоэкстремальным. Уточнение этого требует дополнительных исследований.

Список литературы

1Т. Петров Э.Г., Новожилова М.В., Гребенник И.В. Методы и средства принятия решений в социально-экономических и технических системах. – Донецк: ОЛБИ-Пресс, 2003
2. Основы общего проектирования самолётов с газотурбинными двигателями/ П.В. Балабуев, С.А. Бычков, А.Г. Гребеников и др. – Х. :НАКУ «ХАИ», 2003
3. Д. Химмельблау. Прикладное нелинейное программирование. – М. :Мир, 1975.
4. А.Г. Гребеников. Методология интегрированного проектирования и моделирования сборных самолётных конструкций. Х. :НАКУ «ХАИ», 2006.