

## Две стратегии идентификации реальных объектов

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»  
Национальный технический университет Украины «КПИ»*

**Введение и постановка задачи.** Возникновение теории идентификации как математической формализации причинно-следственных связей в объектах реального мира теряется в глубине веков. Пик развития ее относится ко второй половине XX века – периоду появления и быстрого развития средств компьютеризации и автоматизации экспериментальных исследований.

Однако и сейчас нельзя утверждать, что эта теория сформировалась и является достаточно корректной. Для объектов реального мира характерны бесконечномерность, всеобщая взаимосвязь переменных и, как следствие, отсутствие статики, линейности взаимосвязей (коэффициенты взаимосвязи, будучи материальными, тоже изменяются), автономности (изолированности) и т.д. Закономерность  $f_\infty$ , связывающая бесконечномерный вектор состояния  $\dot{X}_\infty$ , возможно, и постоянна, но непознаваема:

$$\dot{X}_\infty = f_\infty(X_\infty). \quad (1)$$

Ограничивая пространственно-временную область  $G_\infty$  изменения  $X_\infty$  достаточно малой областью  $G$ , рассматривают лишь его проекцию на  $n$  координат

$$\dot{X} = f(X), \quad (2)$$

где вектор-функция  $X(t)$  –  $n$ - мерная вектор-функция времени  $t$ .

Продолжая сужение области  $G$ , с определенной степенью точности  $\varepsilon$  переходим к линейной стационарной модели

$$\Delta\dot{X} = A\Delta X + B\Delta U, \quad (3)$$

где переменные реального объекта разделены на причинные  $U$  и следственные  $X$  и взяты в отклонениях  $\Delta X, \Delta U$  от некоторого центра  $(X_0, U_0)$  области  $G$ .

Другой способ связывает оператором  $W$  непосредственно условно принятые вход  $\Delta U$  и выход  $\Delta Y$  объекта

$$\Delta Y = W \cdot \Delta U, \quad (4)$$

где  $\Delta Y, \Delta U$  и  $W$  могут быть функциями времени ( $W$  – интеграл свертки) или изображениями по Лапласу ( $W$  – передаточная функция).

Неучтенное подмножество  $(X_\infty - X)$  переменных реального мира создает приближенность моделей (3), (4). Погрешность  $\varepsilon$  стремится к нулю лишь при сужении области  $G$  в точку. Но при этом исчезает необходимая для нахождения  $A, B$  или  $W$  по  $\Delta X(t), \Delta U(t), \Delta Y(t)$  информация. Таким образом, модели (2), (3), (4) в принципе не могут быть точными: при малых выборках влияют быстро (относительно  $X, U$ ) меняющиеся составляющие отброшенного подмножества

$(X_\infty - X)$ , воспринимаемые как случайный процесс  $N_1(t)$ ; при больших – предельная теорема Чебышева не работает вследствие влияния медленно меняющихся составляющих  $N_2(t)$  этого подмножества, вносящих нестационарность в усредненные характеристики случайного процесса.

Учитывая приведенное выше, будем различать два существенно различных подхода к задаче идентификации:

первый подход - **сигнальная идентификация**, когда для заданного множества входных сигналов  $U(t)$  необходимо подобрать такое отображение  $U(t)$  в  $Y(t)$ , чтобы некоторая норма ошибки  $\varepsilon$  была меньше заданной  $\Delta$ :

$$\|\varepsilon\| < \Delta, \quad (5)$$

т.е. сигнал  $Y(t)$  аппроксимируется с точностью до  $\Delta$  в базисе  $W_i(U(t))$  преобразованных операторами  $W_i$  сигналов  $U(t)$ ;

второй – **параметрическая идентификация**, когда на множестве сигналов  $\Delta U$ ,  $\Delta X$  или  $\Delta Y$  необходимо, кроме условия (5), определить (усредненную по области  $G$  или конкретные для заданной точки  $(X_0, U_0, t_0)$  этой области) структуру и параметры матриц  $A$ ,  $B$  модели (3) или оператора  $W$  модели (4).

**Сигнальная идентификация** должна применяться при целеориентации абстрактных моделей на задачи управления и прогнозирования, **параметрическая** – для диагностики и контроля конкретных параметров реального объекта.

### Основные материалы исследования

**Сигнальная идентификация и двукратная инвариантность адаптивного управления реальными объектами.** Представим в ограниченной области  $G$  модель реального объекта, например аэродинамику летательного аппарата (ЛА), в следующем виде:

$$\Delta Y = W \cdot \Delta U + W_1 \cdot \Delta F + W_2 \cdot \Delta N, \quad (6)$$

где  $\Delta F$  – вектор контролируемых возмущений;  $\Delta N = N_1 + N_2$  – вектор неконтролируемых возмущений;  $W, W_1, W_2$  – соответствующие операторы.

Требуется построить инвариантный к  $\Delta F(t)$ , оптимальный в смысле квадратичного функционала  $I_1(\varepsilon, \Delta U)$  регулятор

$$\Delta U(t) = W_p(\varepsilon(t, \beta)), \quad (7)$$

где  $\beta$  – вектор параметров операторов  $W$  и  $W_1$ .

Ошибка  $\varepsilon(t)$  в (7)

$$\varepsilon(t) = \Delta Y^*(t) - \Delta Y(t), \quad (8)$$

где  $\Delta Y^*$  – заданная оптимальная траектория движения ЛА.

При отсутствии ограничений оператор  $W_p$  линейный [1]:

$$\Delta U(t) = W_{p1} \cdot \varepsilon(t) + W_{p2} \cdot \Delta F(t). \quad (9)$$

Подставим выражение (9) в (6):

$$\Delta Y(t) = W \cdot \left[ W_{p1} \cdot (\Delta Y^*(t) - \Delta Y(t)) + W_{p2} \cdot \Delta F(t) \right] + W_{p1} \cdot \Delta F(t) + W_2 \cdot \Delta N(t), \quad (10)$$

$$\text{или: } \Delta Y(t) = (W \cdot W_{p1} + I)^{-1} \cdot \left[ W \cdot W_{p1} \cdot \Delta Y^*(t) + (W \cdot W_{p2} + W_1) \cdot \Delta F(t) + W_2 \cdot \Delta N(t) \right]. \quad (11)$$

Условие инвариантности к контролируемому возмущению  $\Delta F(t)$

$$W_{p2} = W^{-1} \cdot W_1, \quad (12)$$

где  $W$  и  $W_1$  – неизвестные операторы модели (6) объекта.

Для оценивания  $W$  и  $W_1$  введем модель

$$\Delta \hat{Y} = \hat{W}(\hat{\beta}) \cdot \Delta U + \hat{W}_1(\hat{\beta}) \cdot \Delta F, \quad (13)$$

вектор  $\hat{\beta}$  параметров которой оценивают из условий некоторого минимума показателя  $I_2$ :

$$I_2(\hat{\beta}) = \left\| \Delta Y(t) - \Delta \hat{Y}(\hat{\beta}, t) \right\|. \quad (14)$$

В данном случае имеет место **сигнальная** идентификация: чем оперативнее оптимизируется из условия минимума  $I_2$  вектор  $\hat{\beta}$  параметров оператора  $\hat{W}$  и  $\hat{W}_1$  и чем полнее они (шире базис  $W_i(\hat{\beta})$ , аппроксимирующий эти операторы), тем ближе  $\Delta \hat{Y}$  к  $\Delta Y$ . При этом косвенно (с помощью оперативной подстройки  $\hat{\beta}$ ) компенсируется влияние неконтролируемых медленных возмущений  $N_2(t)$ . В асимптотике система обладает двукратной [2] инвариантностью: к изменению параметров объекта, к контролируемым  $\Delta F$  и низкочастотным неконтролируемым  $N_1$  возмущениям. Высокочастотная составляющая  $N_2$  возмущений, как правило, сглаживается естественной инерционностью ЛА, но влияет на время идентификации модели (13). Сложность структуры модели (13) адаптируется к темпу нестационарности характеристик случайного процесса  $N(t)$ . Здесь целесообразно применять ортогональный базис или нониусный подход [3] для адаптации размерности вектора  $\hat{\beta}$  к указанной нестационарности.

Теоретически крайними в ряду сложности являются:

- простейшая нестационарная модель  $\Delta \hat{Y} = \hat{\beta}(t) \cdot \Delta U$ , где  $\hat{\beta}(t)$  изменяется в темпе процессов  $\Delta Y(t)$ ,  $\Delta U(t)$ , обеспечивая близость  $\Delta \hat{Y}$  к  $\Delta Y$  объекта (параметрическая следящая система);

- гипотетическая сложнейшая стационарная модель (1).

Практически имеют место модели (13), усложнение которых должно

способствовать повышению точности (14) и квазистационарности вектора  $\hat{\beta}$  их параметров и, как следствие, оптимальности управления объектом. Учет физических процессов в объекте не обязателен, оценка  $\hat{\beta}$  может не иметь физического смысла, строгая выпуклость и унимодальность показателя (14) как функции  $\hat{\beta}$  не обязательна.

**Параметрическая идентификация – оценивание аэродинамических коэффициентов ЛА.** Здесь необходимо максимально учесть «физику» процессов в ЛА при выборе структуры нелинейности  $f$  в (2), матриц  $A, B$  в (3) или оператора  $W$  в (4). Помним, что модели (3) и (4) являются линеаризацией модели (2). Линеаризация допустима в силу гладкости нелинейности  $f$  (в природе в силу ограниченной мощности систем идеальные скачки отсутствуют). Для однозначности и объективности оценки  $\hat{\beta}$  физических параметров  $\beta$  объекта, например ЛА, необходимо планированием натурального эксперимента обеспечить строгую выпуклость показателя (14) и по возможности автономность к неучтенному подмножеству  $(X_\infty - X)$  переменных. Желательно также, чтобы оценка  $\hat{\beta}$  линейно входила в выражение ошибки (8), а  $n$  ее компонентов  $\hat{\beta}_i (i = \overline{1, n})$  были коэффициентами при линейно независимых функциях чувствительности ошибки (8) по  $\hat{\beta}_i$ . Тогда задача оценивания  $\hat{\beta}$  сводится к минимизации строго выпуклого квадратичного показателя (14). Оценка единственна, а при соответствующих подходах [4] статистически несмещенная и эффективная.

И все же остается ее методическое смещение вследствие приближенности моделей (2), (3), (4). Приближенность стремится к нулю, когда область  $G$  изменения переменных стягивается в точку  $(X_0, U_0, t_0)$ . Однако с уменьшением  $\Delta X, \Delta U$  возрастает соотношение «шум  $N(t)$  – сигнал  $\Delta X(t)$ ». Это приводит к потере эффективности оценки  $\hat{\beta}$ . В работе [5] предложен метод, позволяющий получить методически несмещенную и достаточно эффективную оценку  $\hat{\beta}$  в точке  $(X_0, U_0, t_0)$ . Для этого выполняют последовательный ряд однотипных (но различных по амплитуде отклонений  $\Delta X$ ) активных экспериментов на объекте, каждый из которых обеспечивает выпуклость показателя (14) для линейного базиса модели. Находят методически смещенные, но достаточно эффективные оценки  $\hat{\beta}$ . Несмещенную оценку определяют по регрессионной зависимости  $\hat{\beta}(\|\Delta X\|)$ , построенной для каждого  $\hat{\beta}_i$  на множестве амплитуд  $\|\Delta X\|$  и взятой в точке, где  $\|\Delta X\|$  равна нулю [6].

**Пример.** В продольном короткопериодическом движении самолета М-17 выполнен ряд «перекладок» руля высоты разной амплитуды. Для каждой «перекладки» оценивали коэффициенты матриц  $A, B$  модели (3), являющиеся аэродинамическими; по ним рассчитывали физический параметр самолета – нормированное расстояние  $\sigma_n$  между центром масс и аэродинамическим фокусом самолета М-17 – запас устойчивости по вертикальной перегрузке ЛА. В таблице

приведены значения амплитуды  $\|\Delta\alpha\|$  отклонений угла атаки  $\alpha$  и соответствующее им значение оценки  $\hat{\sigma}_n$ . В последнем столбике дана несмещенная оценка  $\hat{\sigma}_n = 0,225$ , полученная путем линейной аппроксимации табличной зависимости  $\hat{\sigma}_n(\|\Delta\alpha\|)$  и расчета ее значения в точке нулевых отклонений. Простое усреднение результатов даст существенно смещенную (заниженную) оценку  $\hat{\sigma}_n = 0,188$ .

$\ \Delta\alpha\ $ , град.	8,35	6,04	5,49	4,13	1,56	0
$\hat{\sigma}_n$	0,168	0,18	0,187	0,19	0,215	0,225

### Выводы

Для корректности задачи идентификации следует строго различать **сигнальный** и **параметрический** подходы. Общность их состоит в минимизации ошибки (8); различие – в моделях (абстрактной и «физически» адекватной) и требованиях к функционалу (14) как функции оценки  $\hat{\beta}$  (соответственно нестрогая и строгая выпуклость). К сожалению, в практике летных испытаний ЛА часто пользуются для оценивания параметров **сигнальной** идентификацией, закладывая в модель вида (3) априорно необъективно заданные (по расчету или результатам продувок в аэродинамической трубе) коэффициенты с последующей подстройкой их из условия не строго выпуклого функционала ошибки (8). При этом достигается кажущаяся адекватность модели (3) объекту: ошибка (8) достаточно мала, оценки  $\hat{\beta}$  близки к априорным. Но последние могут существенно отличаться от истинных физических параметров, что впоследствии может привести к снижению безопасности полетов из-за неверного оценивания аэродинамических коэффициентов ЛА.

### Список литературы

1. Сейдж Э.П., Уайт Ч.С. Оптимальное управление системами. – М.: Радио и связь, 1989. – 390 с.
2. Петров Б.Н. Принципы построения и проектирования самонастраивающихся систем управления. – М.: Машиностроение, 1972. – 259 с.
3. Адаптивные системы идентификации/Под ред. В.И. Костюка. – К.: Техніка, 1975. – 288 с.
4. Сильвестров А.Н., Чинаев П.И. Идентификация и оптимизация автоматических систем. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 200 с.
5. Сильвестров А.Н.. Два альтернативных подхода к задаче идентификации реальных объектов//Проблемы управления и информатики.–1996. – №6. – С. 54-65.
6. Синеглазов В.М., Сильвестров А.Н. Идентификация статических и динамических характеристик реальных объектов//Електроніка та системи управління. НАУ. 2005. – №4(6). – С. 80-87.