

## **Имитационное моделирование автоматизированной системы программного и оптимального корректирующего управления развитием производства**

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»*

### **Введение**

В современных условиях нестационарной экономики особую актуальность приобретают задачи развития производства, в частности задачи создания автоматизированных производственных систем, в которых имеется возможность быстрого изменения номенклатуры и, главным образом, объема производства [1]. Возникает потребность в ускоренной разработке программных изменений объема производства и соответствующих программных управляющих функций для реализации на определенном отрезке времени. Решение этой задачи является обязанностью высшего руководства предприятия. Не менее важна задача выполнения программы изменений активных производственных фондов с наименьшими отклонениями от программных функций. Ответственность за решение этой задачи лежит на операционных и финансовых менеджерах.

В настоящее время разработаны и успешно применяются на практике автоматизированные системы планирования ресурсов предприятий (ERP, MRP), построенные на основе практического опыта развития предприятий и крупных компаний. Представляется целесообразным при разработке автоматизированных систем развития производства использовать математические методы, свойственные современной теории оптимального управления динамическими объектами в условиях статистической неопределенности.

В статье [2] рассмотрены математические аспекты управления продуктом инвестиционного проекта (инвестиционной программы), динамика изменения состояния которого аппроксимируется марковским процессом первого порядка. При этом имеются в виду продукты проектов (программ), состояние которых при отсутствии управляющих воздействий уменьшаются по уровню со временем. Объекты с таким ухудшением состояния встречаются довольно часто, однако не все из них можно отнести к классу управляемых. Тем не менее, для ряда случаев, например при управлении активными производственными фондами или запасами характерны наблюдаемость и управляемость состояния такого продукта проекта (программы).

При разработке автоматизированной системы управления развитием производства особую роль играет ее имитационная модель, позволяющая изучить поведение разрабатываемой системы в различных условиях обстановки, исследовать вопросы точности и устойчивости, чувствительности к изменениям параметров модели объекта управления и системы обработки информации.

Ниже представлена имитационная модель системы управления объемом производства (объемом выпуска продукции), разработанная на основе теории управления линейными динамическими объектами в условиях неопределенности с использованием квадратичного критерия оптимальности. Такая система может

использоваться как система поддержки принятия управленческих решений для производственных, операционных и финансовых менеджеров.

**Цель данной работы** заключается в исследовании основных характеристик системы автоматизированного управления объемом производства на основе разработанной имитационной модели применительно к конкретным исходным данным.

## 1. Структура имитационной модели автоматизированной системы управления объемом производства при развитии предприятия

Структура имитационной модели показана на рис.1. Данная модель содержит несколько модулей.

**Модуль** расчета изменения объема производства при наличии программного управления  $U_{0k}$  использует соотношения

$$p_{0k} = p_0 \cdot e^{-\alpha_0 \Delta t \cdot k}, \quad \alpha_0 = \frac{1}{T} \ln \frac{p_0}{p_T}, \quad U_{0k} = \beta_T \cdot p_{0k}; \quad \beta_T = \alpha - \alpha_0, \quad (1)$$

где  $p_0, p_T$ , - начальное и конечное состояния объема производства;

$\alpha_0$  - параметр динамики программного управления;

$\alpha$  - параметр динамики состояния фондов предприятия при отсутствии управления;

$\beta_T$  - параметр формирования программной управляющей функции;

$T$  - длительность интервала времени, отведенного на реализацию проекта;

$U_{0k}$  - программная управляющая функция (программная скорость финансирования).

**Модуль** формирования возмущений  $\eta_k$  состояния фондов обеспечивает генерацию случайной последовательности с заданными статистическими характеристиками

$$\langle \eta_k \rangle = 0; \langle \eta_k^2 \rangle = \sigma_\eta^2; \langle \eta_k \cdot \eta_l \rangle = 0 \text{ при } l \neq k; \quad (2)$$

**Модуль** формирования управляемого процесса  $\delta p_k$  отклонения фактического состояния объема производства от программного реализует соотношения

$$\delta p_k = \Phi \cdot \delta p_{k-1} + B \cdot \delta U_{k-1} + \eta_k; \quad (3)$$

$$\Phi = \rho = e^{-\alpha \Delta t}; \quad B = \frac{1 - \rho}{\alpha}; \quad \delta U_{k-1} = -G_{k-1} \cdot \delta \tilde{\lambda}_{k-1}. \quad (4)$$

где  $\Phi$  - переходная функция по состоянию управляемого объекта;

$B$  - переходная функция по управлению;

$\delta U_{k-1}$  - корректирующее управление в предшествующий момент времени;

$G_k$  - усиление системы корректирующего управления;

$\delta \tilde{\lambda}_k$  - калмановская оценка фактического отклонения состояния управляемого объекта от программного значения.

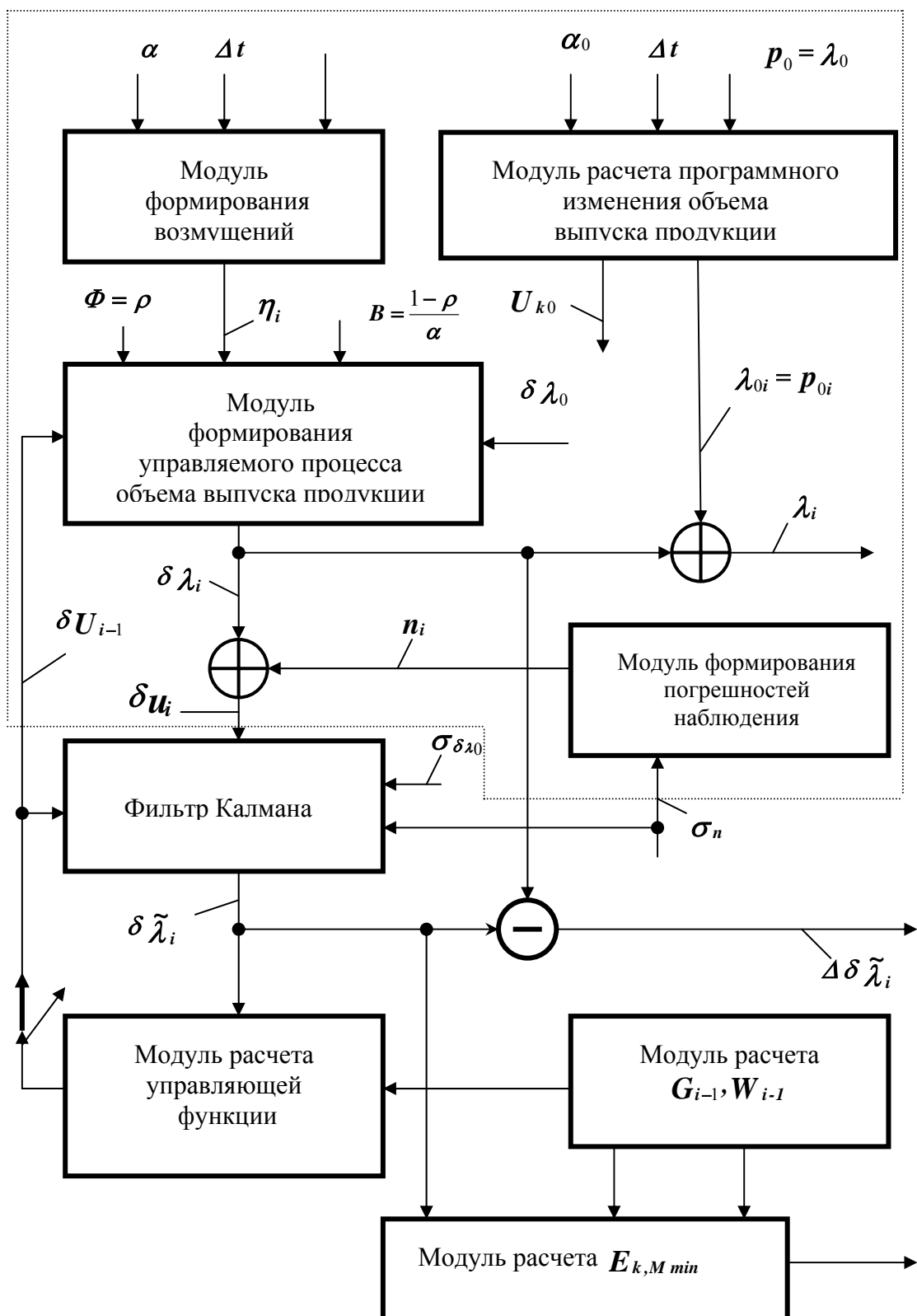


Рис.1. Структура имитационной модели автоматизированной системы управления

**Модуль** формирования погрешностей наблюдения с заданными статистическими характеристиками (нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\sigma_n^2$ ) обеспечивает генерацию случайной последовательности с такими характеристиками.

**Модуль** формирования погрешностей наблюдения с заданными статистическими характеристиками (нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\sigma_n^2$ ) обеспечивает генерацию случайной последовательности с такими характеристиками.

Суммирование процесса управляемого отклонения состояния объекта от программного значения с погрешностями наблюдения завершает модель формирования наблюдений  $\delta u_k$ .

**Модуль** фильтра Калмана (рис.1) необходим для оценки фактического отклонения состояния управляемого объекта от программного значения:

$$\begin{aligned} \delta \tilde{\lambda}_k &= \delta \lambda_k + h_k \cdot (\delta u_k - \delta \lambda_k), k = 1, 2, \dots, M, \\ \delta \lambda_k &= (\Phi - B \cdot G_{k-1}) \cdot \delta \tilde{\lambda}_{k-1}; \delta \tilde{\lambda}_0 = \delta v_0. \end{aligned} \quad (5)$$

(6)

В этих соотношениях использованы следующие обозначения:

$\delta \lambda_k^*$  - прогнозируемая оценка отклонения состояния управляемого объекта от программного значения,

$\delta \tilde{\lambda}_k$  - текущая калмановская оценка отклонения состояния управляемого объекта от программного значения,

$h_k$  - усиление фильтра Калмана, определяемое выражением

$$h_k = \frac{\tilde{\sigma}_k^2}{\sigma_n^2}, \quad (7)$$

причем

$$\frac{1}{\tilde{\sigma}_k^2} = \frac{1}{\Phi \cdot \tilde{\sigma}_{k-1}^2 + \sigma_\eta^2} + \frac{1}{\sigma_n^2}, k = 1, 2, \dots, M; \tilde{\sigma}_{\lambda 0}^2 = \sigma_n^2. \quad (8)$$

**Модуль** расчета усиления  $G_k$  и вспомогательной функции  $W_k$  обеспечивает расчет этих функций в обратном времени  $k = M - 1, M - 2, \dots, 0$ .

Завершает структуру модели **модуль** расчета минимального значения квадратичного критерия оптимальности

$$E_{k,M \min} = \delta \tilde{p}_k^2 \cdot W_k + W_k \cdot \tilde{\sigma}_k^2 + \frac{1}{M-k} \sum_{i=k}^{M-1} W_{i+1} \cdot \sigma_\eta^2 + \frac{1}{M-k} \sum_{i=k}^{M-1} \tilde{\sigma}_i^2 \cdot G_i \cdot W_{i+1} \Phi. \quad (9)$$

Программное обеспечение в среде Delphi-6 реализует имитационную модель и имеет удобный пользовательский интерфейс. В последней версии алгоритмического и программного обеспечения предусмотрена возможность изменения параметров фильтра Калмана, системы управления в целом относительно параметров динамики управляемого процесса, статистических характеристик воз-

мущений и погрешностей наблюдения. Это позволяет изучить чувствительность системы управления к погрешностям определения фактических параметров модели наблюдений и управляемого процесса.

## 2. Исходные данные и результаты моделирования

Рассмотрим вариант исходных данных, когда

$$p_0 = 10, p_T = 50, \delta p = -5, \alpha = 0.01, T = 48, \Delta t = 0.5, M = \frac{T}{\Delta t} = 96.$$

Здесь длительность интервала времени, отведенного на управление, равно 48 месяцам. Данные поступают и обрабатываются с интервалом 0.5 месяца.

С использованием выражений (1) для параметра динамики программного изменения выпуска продукции получим  $\alpha_0 = \frac{1}{T} \ln \frac{p_0}{p_T} = -0,03353$ ,  $\beta_T = \alpha - \alpha_0 = 0,04353$ ,

$U_{k0} = 0.04353 \cdot p_{k0}$ . Кроме того, положено, что  $\sigma_n = 0.2$ ;  $\sigma_\eta = 0.3$ .

Ниже приведены графические данные, которые показывают поведение процессов на протяжении интервала времени управления длительностью четыре года.

В таблице приведены зависимости от времени управляющих функций (программных, корректирующих и суммарных), а также динамика изменения объема производства (программная, корректируемая и полная) в пределах первых два года реализации проекта.

Заметим, что если объем производства выражен в стоимостном эквиваленте, то управляющие функции представляют собой скорость финансирования предприятия. Они имеют размерность капиталовложений за единицу времени, так что фактически речь идет о программном и корректирующем финансировании при реализации инвестиционного проекта или программы, связанной, в частности, с задачей увеличения выпуска продукции за фиксированный интервал времени.

Следует отметить, что приведенные табличные и графические результаты соответствуют случаю, когда параметры фильтра Калмана и системы управления в полной мере соответствуют параметрам моделей наблюдаемых и управляемых процессов. Кроме того, среднеквадратическая погрешность наблюдения отклонения состояния объема производства от программного значения в относительном виде не превышала 4%. Уровень возмущений состояния объема производства (среднеквадратическое отклонение) также в относительном смысле не превышал 6%.

## Выводы

Основные выводы сводятся к следующему:

1. Наличие оптимального корректирующего управления (рис.2) приводит к быстрой сходимости практически к нулю отклонений фактического состояния объема производства от программного значения (рис.3, 4). Для рассмотренного примера корректирующее управление выводит процесс изменения состояния объема производства к программным значениям уже к концу пятого месяца ( $k=10$ ). При отсутствии корректирующего управления фактическое состояние отклонения объема производства будет соответствовать начальному состоянию этого отклонения (рис.4).

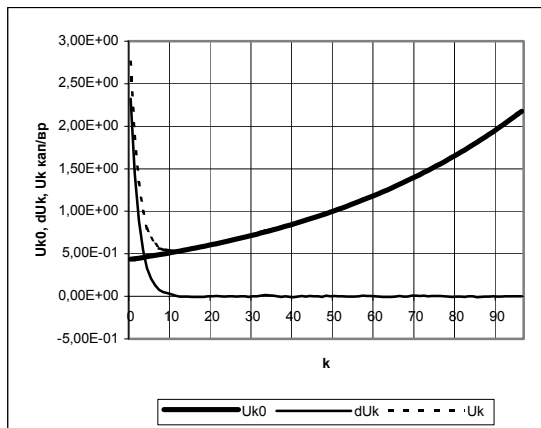


Рис. 2. Управляющие функции

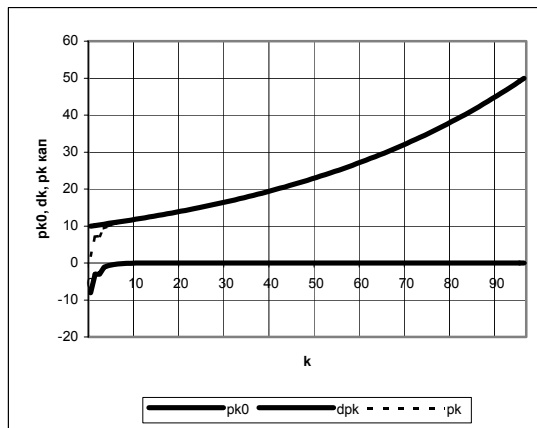


Рис. 3. Управляемое состояние объема производства

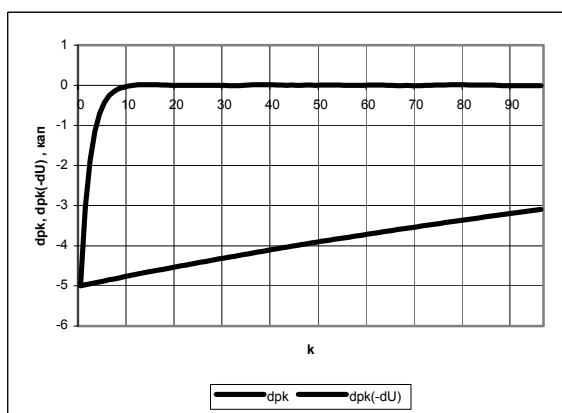


Рис. 4. Отклонения от программных значений объема производства (при наличии и отсутствии корректирующего управления)

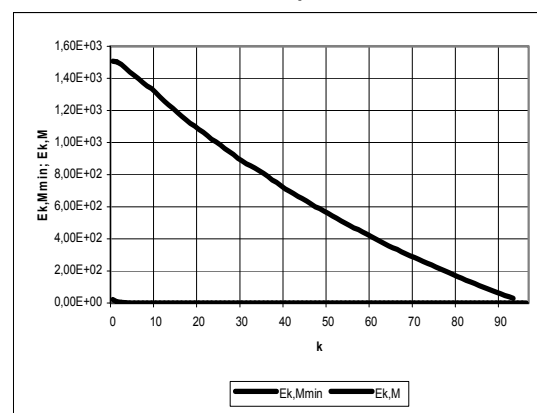


Рис. 5. Значения критерия качества системы при наличии и отсутствии корректирующего управления

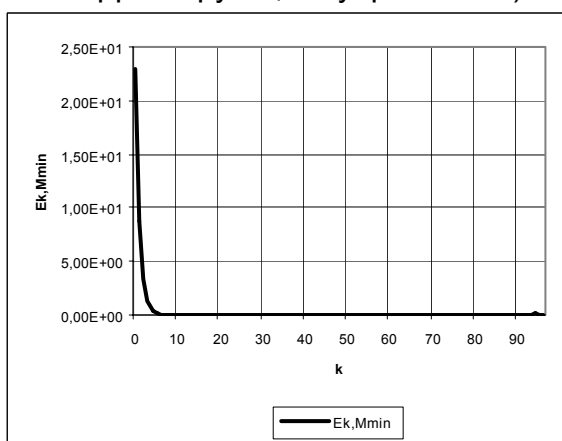


Рис.6. Минимальное значение критерия оптимальности системы корректирующего управления

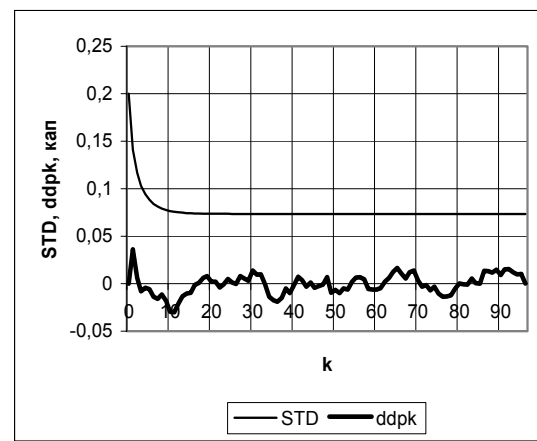


Рис.7. Точностные характеристики оценки состояния объема производства фильтром Калмана

## Результаты имитационного моделирования

k	$U_{0k}$	$\delta U_k$	$U_k$	$p_{0k}$	$\delta p_{0k}$	$p_k$
1	4,35E-01	2,32E+00	2,29E+01	10	-5,00E+00	1,96
2	4,43E-01	1,44E+00	8,84E+00	10,169	-3,04E+00	7,129
3	4,50E-01	8,87E-01	3,35E+00	10,34	-1,87E+00	7,33
4	4,58E-01	5,42E-01	1,25E+00	10,515	-1,14E+00	9,375
5	4,65E-01	3,31E-01	4,65E-01	10,693	-6,97E-01	9,996
6	4,73E-01	2,07E-01	1,83E-01	10,874	-4,22E-01	10,452
7	4,81E-01	1,29E-01	7,12E-02	11,058	-2,54E-01	10,804
8	4,90E-01	7,58E-02	2,49E-02	11,245	-1,51E-01	11,094
9	4,98E-01	5,05E-02	1,13E-02	11,435	-8,67E-02	11,3483
10	5,06E-01	3,98E-02	7,23E-03	11,628	-4,73E-02	11,5807
11	5,15E-01	2,29E-02	2,76E-03	11,825	-2,20E-02	11,803
12	5,23E-01	7,22E-03	7,69E-04	12,025	2,99E-04	12,0253
13	5,32E-01	-1,65E-03	5,92E-04	12,228	1,14E-02	12,2394
14	5,41E-01	-2,99E-03	6,53E-04	12,435	1,54E-02	12,4504
15	5,50E-01	-2,15E-03	6,71E-04	12,645	1,42E-02	12,6592
16	5,60E-01	-8,15E-03	9,70E-04	12,859	1,24E-02	12,8714
17	5,69E-01	-5,74E-03	8,64E-04	13,076	1,18E-02	13,0878
18	5,79E-01	-6,74E-03	9,55E-04	13,297	6,60E-03	13,3036
19	5,89E-01	-5,35E-03	9,22E-04	13,522	2,60E-03	13,5246
20	5,99E-01	1,11E-03	8,45E-04	13,751	-1,16E-03	13,74984
21	6,09E-01	3,94E-04	8,80E-04	13,983	-3,58E-03	13,97942
22	6,19E-01	5,18E-03	1,03E-03	14,22	-2,77E-03	14,21723
23	6,29E-01	1,48E-03	9,71E-04	14,46	-2,70E-03	14,4573
24	6,40E-01	-2,70E-03	1,03E-03	14,704	-1,35E-03	14,70265

2. Минимальное значение квадратичного критерия оптимальности зависит от времени, оставшегося на управление (рис.5). При отсутствии управляющих воздействий величина критерия резко возрастает (рис. 6).

3. Оценка отклонения объема производства от программного значения фильтром Калмана практически совпадает с истинным значением при  $\sigma_n = 0.2$ ;  $\sigma_\eta = 0.3$ . Среднеквадратическая и полная погрешности оценки отклонения объема производства от программного значения не превышают 2% (рис. 7).

4. Применение рассмотренной технологии оптимального управления объемом производства требует дополнительной информации о динамике активных основных фондов предприятия, о статистических характеристиках как возмущений, действующих на производство, так и погрешностей наблюдения текущего состояния объема производства. Это предполагает необходимость расширения информационной области для сотрудников аналитических отделов предприятий.

### Список литературы

1. Чейз Р.Б., Эквилайн Н. Дж, Якобс Р.Ф. Производственный и операционный менеджмент.- 8-е изд.: Пер. с англ.- М.: Изд. дом «Вильямс», 2001.-704 с.

2. Хомякова Н.Э. Программное и оптимальное корректирующее финансирование при управлении инвестиционными проектами и программами развития предприятия (отрасли) // Авиационно-космическая техника и технология.- Харьков: НАКУ "ХАИ", 2007.- №2.- (в печати).