

## **Оптимизация параметров волновой зубчатой передачи по предельному вращающему моменту**

*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»*

### **Введение**

Волновые зубчатые передачи (ВЗП) широко применяют в различных областях аэрокосмической техники. Это связано с преимуществами, которые можно получить благодаря таким механизмам. Объекты аэрокосмической техники часто работают в критических условиях, что выдвигает определенные требования в отношении их нагрузочной способности, КПД, точности и долговечности элементов этих систем. Как известно, при своей компактности и относительно небольшом весе ВЗП позволяют получить большое передаточное отношение, обеспечить высокую точность позиционирования и увеличить срок службы механизма. ВЗП применяют в приводах управления механизацией крыла, в механизмах движения солнечных батарей ИСЗ, в орбитальных телескопах и др.

В современных условиях актуальной является проблема автоматизации расчетов параметров ВЗП, а тем более оптимизации параметров передачи по определенным критериям. В данной статье будет рассмотрена оптимизация ВЗП по предельному вращающему моменту.

### **Формулирование проблемы**

Предельный вращающий момент является одним из основных параметров, характеризующих ВЗП. Оптимизация передачи по предельному вращающему моменту позволяет получить такой набор значений параметров, которые обеспечат оптимальную конфигурацию передачи. Данная процедура оптимизации представляет собой актуальную научно-техническую задачу и заслуживает самого пристального внимания при проектировании ВЗП.

В настоящее время известны некоторые публикации, касающиеся данной темы [3-5], однако они не связаны в полной мере с вопросом оптимизации ВЗП. Это объясняется тем, что описываемая проблематика достаточно нова и не была в должной мере исследована.

**Цель данной работы:** разработка математической и алгоритмической модели оптимизации ВЗП по предельному вращающему моменту и исследование влияния некоторых параметров передачи на значение целевой функции.

### **Решение проблемы**

Как известно, передача движения в ВЗП происходит по причине деформирования гибкого колеса и взаимодействия зубьев гибкого и жесткого колес. Возможность достижения волновой передачей предельного вращающего момента обусловлена проскоком зубьев гибкого колеса. Как показали проведенные ранее эксперименты [1], основными причинами проскока зубьев являются изменение начального бокового зазора между вершинами зубьев на входе в зацепление и появление интерференции из-за упругих перемещений зубьев при нагружении передачи (рис. 1).

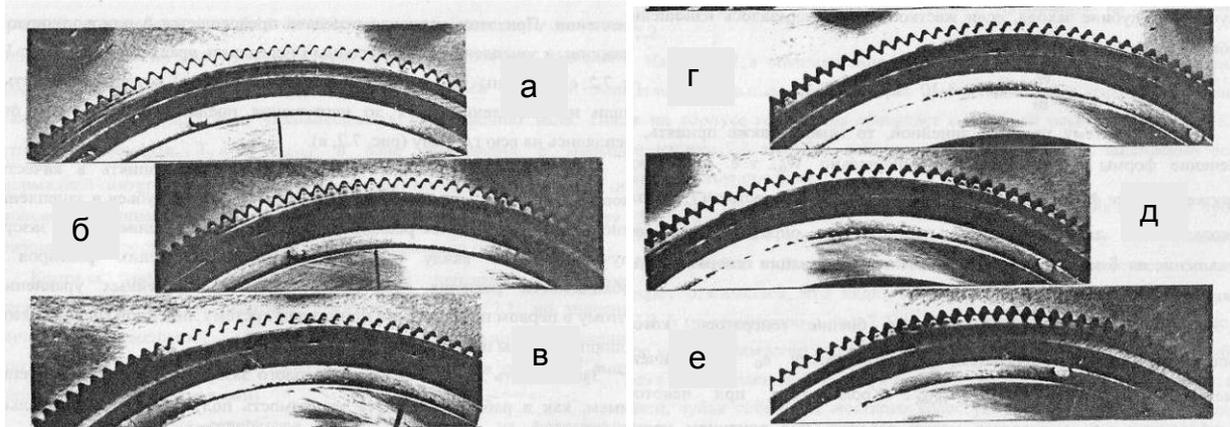


Рис. 1. Возникновение проскока зубьев

На рис. 1,а показано зацепление при нагружении передачи предельным моментом, но при неподвижном генераторе. Зубья гибкого колеса находятся в зацеплении всей активной частью профиля. Из-за того, что вращающий момент имеет предельное значение, зубья гибкого и жесткого колес начинают интерферировать. При вращении генератора зубья гибкого колеса, упираясь в зубья жесткого колеса, начинают отжиматься, что видно на рис 1,б. Генератор продолжает вращаться, что приводит к дальнейшему отжиманию зубьев гибкого колеса, которые выходят из зацепления с зубьями жесткого колеса (рис. 1,в,г,д). После этого зубья гибкого и жесткого колес упираются вершинами, жесткое колесо растягивается, вал генератора отклоняется и происходит проскок генератора вместе с гибким колесом, происходит также проскок зубьев в зацеплении. На рис. 1,е показано, как зубья гибкого и жесткого колес полностью вышли из зацепления.

Из сказанного выше становится понятным, насколько важно увеличить значение предельного вращающего момента, при котором передача сохраняет свою работоспособность и не происходит проскок зубьев.

Значение предельного вращающего момента определяется формулой [1]

$$T_{\text{пр}} = \frac{W_{0\Gamma} - 0,9 \cdot m - \Delta + 0,64h_d}{\frac{a_1 + a_2}{(h_d/m)^2} + \frac{\delta_0}{T_{\text{НОМ}}} + \frac{e}{T_{\text{НОМ}}}} \left( 1,75 - \frac{0,01}{\Psi_{h1}} \right) \cdot \Psi_L^{1/3}, \quad (1)$$

где  $W_{0\Gamma}$  – радиальная деформация, которая появляется без нагрузки;

$m$  – модуль зацепления;

$\Delta$  – зазор или натяг в зацеплении;

$h_d$  – глубина захода зубьев;

$a_1, a_2$  – коэффициенты податливости гибкого и жесткого колес;

$\delta_0$  – податливость генератора при номинальном вращающем моменте;

$e$  – биение генератора;

$T_{\text{НОМ}}$  – номинальный вращающий момент;

$\Psi_{h1}, \Psi_L$  – относительные зазоры.

Радиальная деформация без нагрузки определяется соотношением

$$W_{0\Gamma} = \frac{W_0}{1,05 \dots 1,4}, \quad (2)$$

где  $W_0$  – максимальная радиальная деформация гибкого колеса.

В свою очередь, максимальную радиальную деформацию можно рассчитать по зависимости

$$W_0 = W_0^* \cdot m, \quad (3)$$

где  $W_0^*$  – коэффициент радиальной деформации гибкого колеса, который, в свою очередь, определяется соотношением

$$W_0^* = 1,08 \left( \frac{i}{80} \right)^{0,23}, \quad (4)$$

где  $i$  – передаточное отношение ВЗП.

Коэффициенты податливости гибкого и жесткого колес получают по формулам

$$a_1 = \frac{19 \cdot b_{\Gamma}}{D_{\Pi}^2 h_1 G}; \quad a_2 = \frac{3,4}{D_{\Pi} E b_{\text{ж}}} \left( \frac{r_{\text{к}}}{h_{\text{к}}} \right)^3, \quad (5)$$

где  $b_{\Gamma}$  – ширина зубчатого венца гибкого колеса;

$D_{\Pi}$  – диаметр отверстия гибкого колеса;

$h_1$  – толщина стенки гибкого колеса под зубчатым венцом;

$G$  – модуль упругости материала гибкого колеса;

$E$  – модуль упругости материала жесткого колеса;

$b_{\text{ж}}$  – ширина жесткого колеса;

$r_{\text{к}}$  – средний радиус жесткого колеса;

$h_{\text{к}}$  – толщина жесткого колеса.

Для расчета  $b_{\Gamma}$  и  $b_{\text{ж}}$  рекомендуется использовать такую приближенную зависимость:

$$b_{\Gamma} = b_{\text{ж}} \approx 0,5 D_{\Pi}. \quad (6)$$

Толщину стенки гибкого колеса можно рассчитать по формуле

$$h_1 = 0,016 \cdot D_{\Pi} \left( \frac{i}{80} \right)^{0,3}. \quad (7)$$

Средний радиус жесткого колеса с достаточной точностью приравняем к радиусу основной окружности жесткого колеса:

$$r_{\text{к}} \approx \frac{d_{\text{ВЖ}}}{2} = m Z_{\text{ж}} \cos \alpha. \quad (8)$$

где  $d_{\text{ВЖ}}$  – диаметр основной окружности жесткого колеса;

$Z_{\text{ж}}$  – число зубьев жесткого колеса;

$\alpha$  – угол исходного контура инструмента для нарезания зубьев.

Податливость генератора при номинальном вращающем моменте можно определить по таким зависимостям:

- для шарикового подшипника:

$$\delta_{\text{ош}} \approx 84 \cdot 10^{-5} \sqrt[3]{\frac{D_{\Pi}^4 [(i-10)/80]^{0,45}}{D_{\text{ш}} Z_{\text{ш}}^2}}, \quad (9)$$

где  $D_{\text{ш}}$  – диаметр шариков подшипника;

$Z_{\text{ш}}$  – число шариков;

- для роликового подшипника:

$$\delta_{\text{ор}} \approx \frac{22 \cdot 10^{-5}}{l_{\text{р}}^{0,8}} \left( \frac{D_{\Pi}^2}{Z_{\text{р}}} \right)^{0,9} \cdot [(i-10)/80]^{0,4}, \quad (10)$$

где  $l_{\text{р}}$  – длина роликов подшипника;

$Z_p$  – число роликов.

Биение генератора приближенно рассчитываем по формуле

$$e_0 \approx 0,0035\sqrt{D_{\Pi}}. \quad (11)$$

Как известно, модуль зацепления можно определить по зависимости

$$m = \frac{D_{\Pi}}{Z_{\Gamma}}, \quad (12)$$

где  $Z_{\Gamma}$  – число зубьев гибкого колеса.

Если принять, что  $|Z_{\Gamma} - Z_{\text{Ж}}| = 2$ , то можно записать:

$$Z_{\Gamma} = 2 \cdot i; \quad Z_{\text{Ж}} = 2 + Z_{\Gamma}. \quad (13)$$

Это касается такой схемы ВЗП, в которой гибкое колесо вращается и жесткое колесо неподвижно.

Номинальный вращающий момент для одноступенчатой волновой передачи рассчитывают по зависимости

$$T_{\text{НОМ}} = 2,28 \cdot 10^{-4} D_{\Pi}^3 [(i - 10)/80]^{0,45}. \quad (14)$$

Относительные зазоры определяются соотношениями

$$\psi_{h1} = \frac{h_1}{D_{\Pi}}; \quad \psi_L = \frac{L}{D_{\Pi}}, \quad (15)$$

где  $L$  – длина гибкого колеса.

Если применять терминологию, касающуюся оптимизации, то формула (1) является целевой функцией, значение которой необходимо максимизировать. Как видно из приведенных выше формул, можно выделить следующие аргументы целевой функции:

$h_d$  – глубина захода зубьев;

$L$  – длина гибкого колеса;

$h_{\text{Ж}}$  – толщина жесткого колеса;

$Z_{\text{Ш}}, D_{\text{Ш}}$  – число и диаметр шариков в случае применения шариковых подшипников;

$Z_p, l_p$  – число и длина роликов подшипника в случае использования роликовых подшипников.

В качестве констант оптимизации будут взяты следующие параметры:

$i$  – передаточное отношение;

$D_{\Pi}$  – диаметр отверстия гибкого колеса;

$E, G$  – модули упругости материала жесткого и гибкого колес.

Для проведения оптимизации нами был выбран метод Хука-Дживса, который также называется методом поиска по образцу. Данный метод позволяет обеспечить максимизацию целевой функции с достаточной точностью и скоростью. Программирование метода проведено на рабочей станции типа IBM PC с операционной системой MS Windows XP. В качестве среды программирования была взята система Borland Delphi 7.0.

Ниже приведен алгоритм данного метода (рис. 2) [2]. Данный алгоритм является достаточно адаптивным и может быть использован при решении многих оптимизационных задач. Подробнее остановимся на выполнении исследования функции в точке (рис. 3) [2].

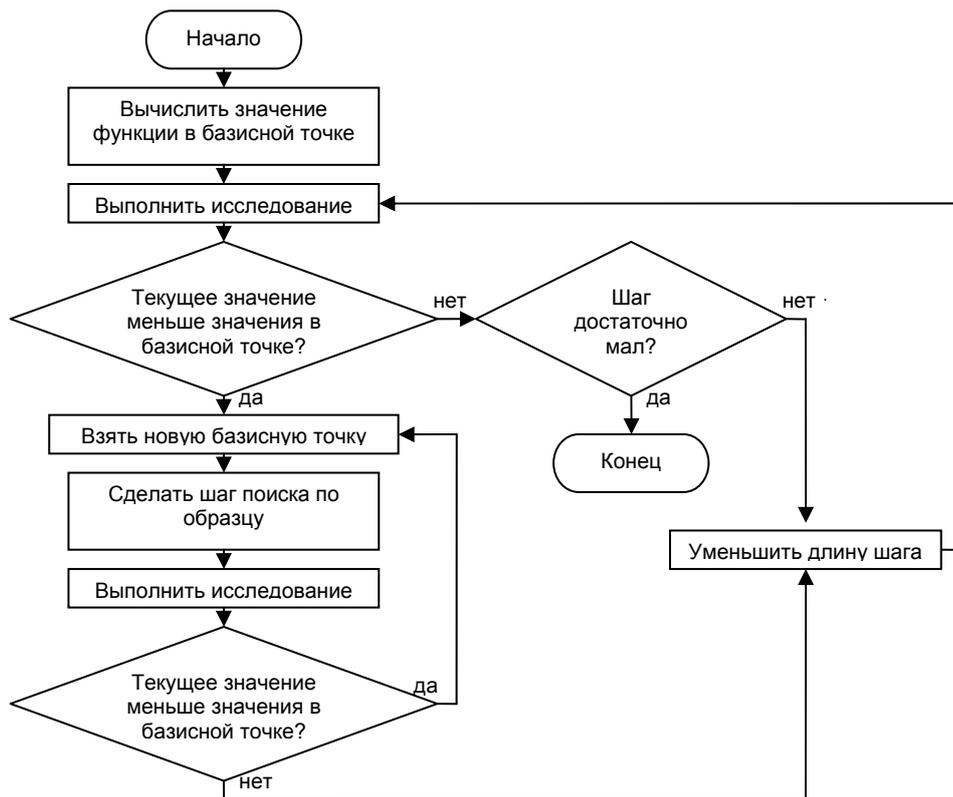


Рис. 2. Алгоритм метода Хука-Дживса

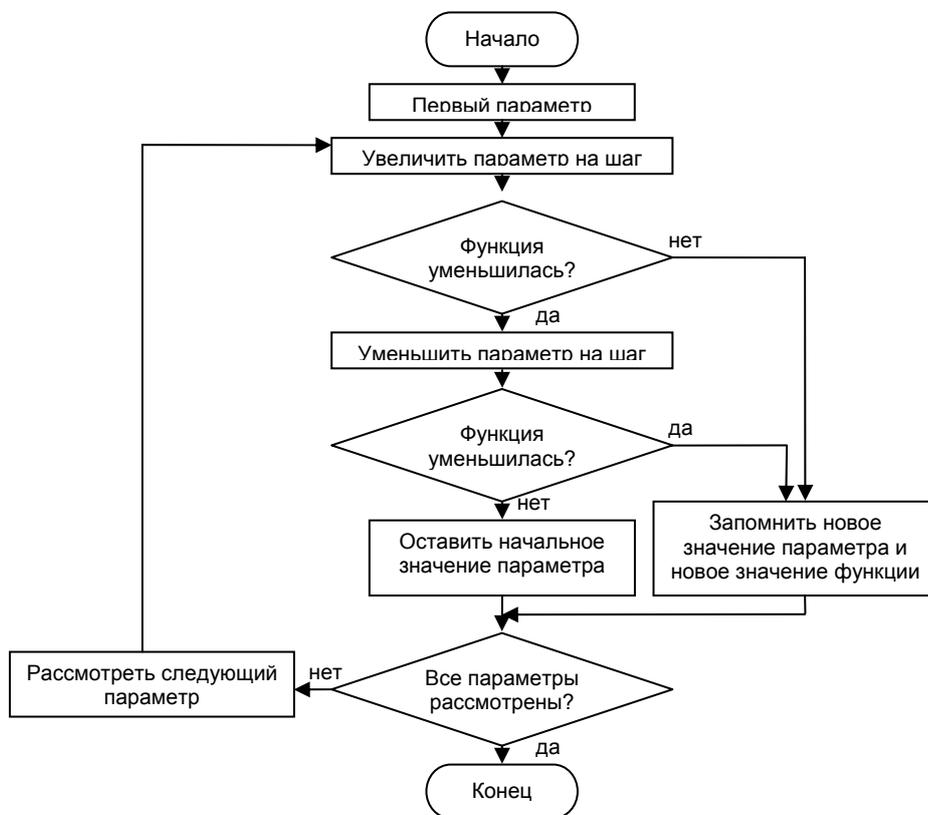


Рис. 3. Процедура исследования функции в точке

Результаты оптимизации целевой функции приведены в табл. 1. Оптимизация проведена при определенных параметрах констант оптимизации с точностью  $\epsilon=0,00001$ .

Таблица 1

Результаты оптимизации

Константы оптимизации					Параметры				
i	G, Н/мм <sup>2</sup>	E, Н/мм <sup>2</sup>	тип подшипника	D <sub>п</sub> , мм	h <sub>d</sub> , мм	L, мм	h <sub>к</sub> , мм	Z <sub>ш</sub> , мм	D <sub>в</sub> , мм
85	$8 \cdot 10^4$	$2,1 \cdot 10^5$	шариковый	121,5	0,9	135,4	17,2	8	45

Помимо максимизации целевой функции было исследовано влияние некоторых параметров на значение предельного вращающего момента. Графики результатов исследования показаны на рис. 4-6.

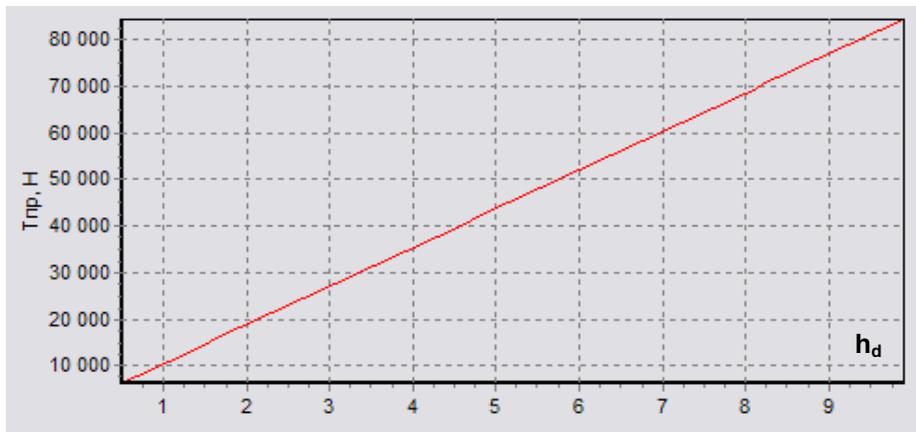


Рис. 4. Зависимость предельного вращающего момента от глубины захода зубьев при  $i=80$ ;  $E=2,1 \cdot 10^5$  Н/мм<sup>2</sup>;  $G=8 \cdot 10^4$  Н/мм<sup>2</sup>;  $D_{п}=120$  мм;  $L=500$  мм;  $h_{к}=25$  мм; шариковый подшипник с  $Z_{ш}=20$  и  $D_{в}=6$  мм

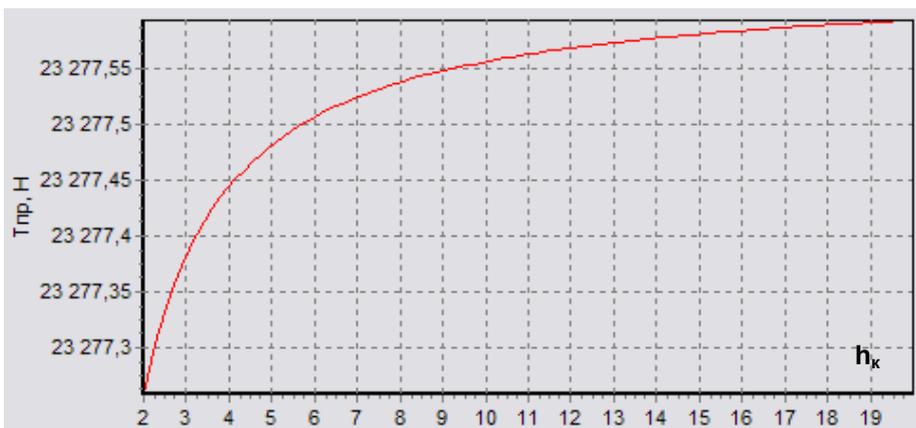


Рис. 5. Зависимость предельного вращающего момента от толщины жесткого колеса при  $i=80$ ;  $E=2,1 \cdot 10^5$  Н/мм<sup>2</sup>;  $G=8 \cdot 10^4$  Н/мм<sup>2</sup>;  $D_{п}=120$  мм;  $L=500$  мм;  $h_{d}=3$  мм; шариковый подшипник с  $Z_{ш}=20$  и  $D_{в}=6$  мм

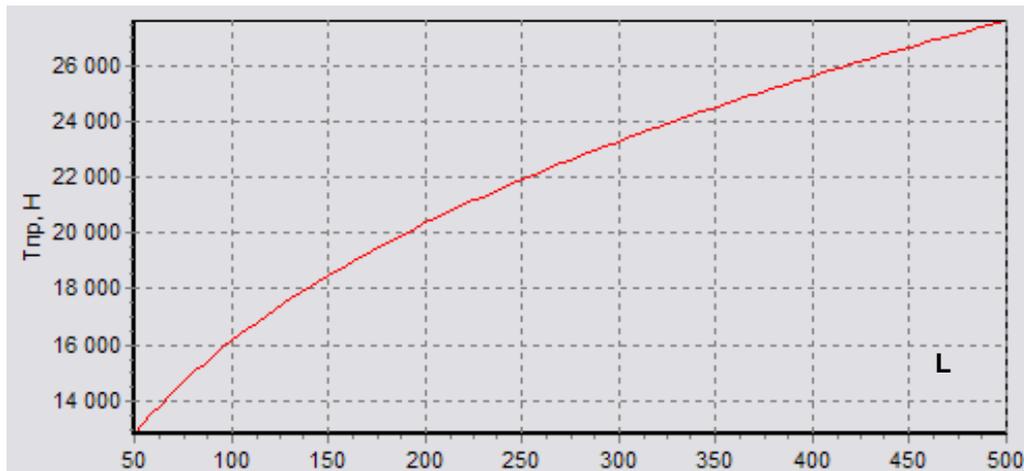


Рис. 6. Зависимость предельного вращающего момента от длины жесткого колеса при  $i=80$ ;  $E=2,1 \cdot 10^5$  Н/мм<sup>2</sup>;  $G=8 \cdot 10^4$  Н/мм<sup>2</sup>;  $D_{\Pi}=120$  мм;  $h_d=3$  мм;  $h_k=25$  мм; шариковый подшипник с  $Z_{\text{ш}}=20$  и  $D_{\text{ш}}=6$  мм

### Заключение

1. Разработана и реализована методика проведения оптимизации параметров ВЗП по предельному вращающему моменту. Оптимизация заключается в максимизации значения целевой функции.
2. Получены результаты оптимизации при определенных значениях констант. Исследовано также влияние параметров ВЗП на значение целевой функции.
3. Разработано ПО, позволяющее автоматизировать процедуру оптимизации ВЗП по предельному вращающему моменту.

### Список литературы

1. Полетучий А.И. Теория и конструирование высокоэффективных волновых зубчатых механизмов: Монография. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – 2005.- 675 с.
2. Банди Б. Методы оптимизации. Вводный курс: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1988. – 128 с.
3. МВТУ им. Баумана, кафедра РК-2. Учебно-методический комплекс по Теории Механизмов и Машин. Лекции. Лекция 18 [Электронный ресурс]: база данных методической и учебной информации. – Электрон. данные (1 файл). – Режим доступа: [http://tmm-umk.bmstu.ru/lectures/lect\\_18.htm](http://tmm-umk.bmstu.ru/lectures/lect_18.htm). – Загл. с экрана.
4. Мотор-редукторы. Мотор-барабаны. Редукторы. Колеса и муфты. Некоторые вопросы сборки волновых зубчатых редукторов [Электронный ресурс]: база данных технической информации. – Электрон. данные (1 файл). – Режим доступа: [http://www.gears.ru/bar\\_s\\_1.htm](http://www.gears.ru/bar_s_1.htm). – Загл. с экрана.
5. Безбородько В., Крючков А. САПР. Процесс или ритуал? // САПР и Графика. – 1998. – №9. – С.7-13.