УДК 629.7.01 В.Г. Сухоребрый, М.И. Никифорова

Оценка вероятности технической устойчивости ракет-носителей методом сечений

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

Постановка проблемы, цель работы

Технической устойчивостью (ТУ) движения ракет-носителей (РН) называют устойчивость, которая рассматривается на конечном интервале времени по отношению к начальным возмущениям и действующим возмущающим силам и моментам [1]. Определение запаса технической устойчивости является особо важным моментом при оценке управляемости и связано с определением запаса по загрузке управляющих органов РН. Учитывая то, что боевое оснащение РН подвергается частой модификации, а из-за этого управляемость РН снижается, перед пуском часто бывает необходимо зондирование атмосферы (ветровых воздействий). Это удорожает пуск и накладывает на условия пуска дополнительные ограничения. В то же время известно, что детерминированные методы определения потребных запасов управляемости дают результаты с некоторыми запасами, величина которых неизвестна. Для того, чтобы использовать этот резерв, при определении запаса технической устойчивости РН необходимо использовать вероятностный подход. Однако такой подход требует большой трудоемкости.

В работе [2] разработана эталонная модель определения вероятности потери ТУ РН методом ускоренного статистического моделирования (УСМ) для определенного интервала времени I ступени полета (участка максимальной загрузки органов управления) и получен корректный результат. Хотя этот подход эффективен и не требует слишком больших ресурсов и времени, его применение на начальных этапах проектирования оказывается достаточно трудоемким, потому что требуется многократное получение результата вероятности ТУ. Поэтому для начальных этапов проектирования желательно использовать более приближенные, но менее трудоемкие методы. Одним из таких методов является метод сечений, когда рассматривается одно наиболее критичное сечение во времени и для этого опасного момента определяется вероятность превышения ординатами заданных ограничений.

Однако метод сечений можно использовать только для псевдослучайных процессов, и для того, чтобы говорить об исследовании поведения функции изменения угла отклонения управляющих органов $\delta(t)$ на критическом сечении в определенный момент времени, необходимо идентифицировать эту случайную функцию как составную псевдослучайную и рассматривать ее как случайную величину. Тогда вероятность потери технической устойчивости (по свойству псевдослучайного процесса) будет определяться вероятностью выхода за допустимый уровень значения критериальной функции (КФ) в фиксированный момент времени [3]. Такой способ оценки позволит значительно сократить время оценки вероятности технической устойчивости объекта, особенно на ранних этапах проектирования.

Целью данного исследования является определение вероятности ТУ РН методом сечений.

Объект исследования

Для того, чтобы можно было определить приемлемость полученного результата исследований, примем в качестве объекта исследования тот же объект, что и в работе [2].

Как описано в работе [2], в качестве эталонного примера для оценки вероятности потери технической устойчивости в канале рыскания I ступени полета РН рассматривалась система дифференциальных уравнений, состоящая из уравнений моментов и автомата стабилизации [3]:

$$\begin{aligned} &a_{\psi\psi}(t)\cdot\psi + a_{\psi\delta}(t)\cdot\delta = -M(t); \\ &T_1\cdot\delta' + \delta = K_{\psi}\cdot\psi + K_{\psi'}\cdot\psi', \end{aligned} \qquad (1)$$

где ψ — координата, характеризующая вращение ракеты вокруг центра масс (угол рыскания); δ — угол отклонения управляющих органов; $a_{ij}(t)$ — функции, выражающие закон изменения параметров ракеты; T_1 — постоянная времени автомата стабилизации (АС); K_{ψ} — коэффициент усиления по каналу рыскания, $K_{\psi'} = T_d K_{\psi}$; T_d — постоянная времени дифференцирования; $\overline{M}(t)$ приведенный возмущающий момент в функции времени. В этой системе $\overline{M}(t) = a_{\psi z}(t)\cdot W(t)$ ($W(t)$ — ветровое воздействие на ракету).

Номинальные значения параметров системы (1) и их разбросы приведены в табл. 1.

Таблица 1

Обозначение параметра	Наименование	Номинальное значение	Разброс, %
K_{ψ}	Коэффициент усиления по каналу рыскания	6	7
T_d	Постоянная времени дифференцирования	0,5	25
T_1	Постоянная времени АС	0,1108	20
$a_{\psi\psi}$	Функции, выражающие закон изменения параметров ракеты	Рис. 1	25
$a_{\psi\delta}$		Рис. 2	10

Ветровые воздействия, учитывающие влияние случайных возмущений и начальных условий на устойчивость РН, представлены в виде канонического разложения [4]

$$W(t) = W_0(t) + \sum_i V_i\cdot\varphi_i(t), \qquad (2)$$

где $W_0(t)$ — систематическая составляющая скорости ветра; $\varphi_i(t)$ — неслучайные функции, называемые координатными; V_i — стандартные случайные числа, распределенные по нормальному закону. Задавая V_i и подставляя их в (2), получим реализации профиля ветра с учетом высотной корреляции его значений.

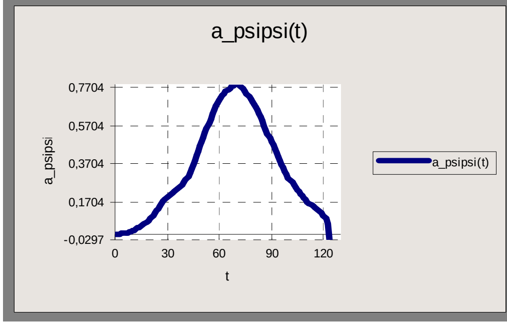

Рис. 1. Номинальное значение коэффициента $a_{\psi\psi}(t)$

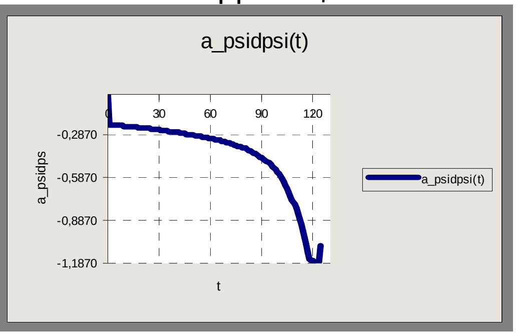

Рис. 2. Номинальное значение коэффициента $a_{\psi\delta}(t)$

Графики изменения систематической составляющей ветра $W_0(t)$ и среднего значения функций $\varphi_i(t)$ показаны на рис. 3 и 4.

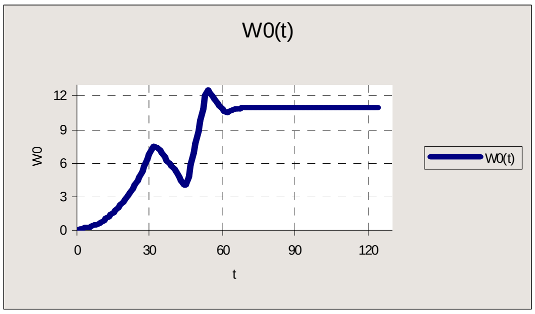

Рис. 3. Систематическая составляющая скорости ветра $W_0(t)$

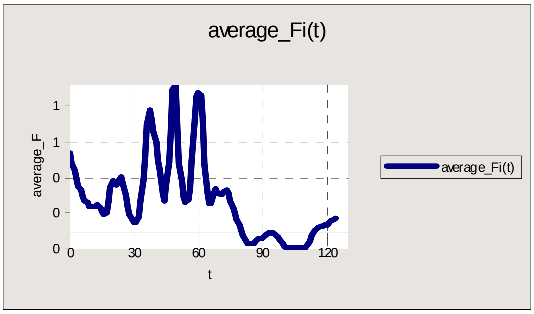

Рис. 4. Среднее значение координатных функций $\varphi_i(t)$

Методика исследования и основные результаты

В качестве условия технической устойчивости рассмотрим условие

$$|\delta(t,\kappa,\eta)| < \Lambda, \qquad (3)$$

где δ — угол отклонения управляющих органов РН (критериальная функция (КФ)), изменяющийся в зависимости от времени t и возмущений (параметрических η и внешних κ); Λ — предельно допустимое значение угла отклонения δ. Если рассматривать устойчивость в конкретный момент времени, то условие (3) преобразуется в

$$|\delta(\kappa,\eta)| < \Lambda. \qquad (4)$$

Изменение координат объекта (в нашем случае угла отклонения управляющих органов) во времени (на ограниченных интервалах времени) представим в виде псевдослучайного процесса [5]:

$$\varphi(t) = \varphi_0(t) + v_1\varphi_1(t)\,, \qquad (5)$$

где $\varphi(t)$ - изменение координаты во времени; $\varphi_0(t)$ - математическое ожидание координаты; v_1 - нормированное, центрированное нормальное случайное число; $\varphi_1(t)$ - заданная координатная функция.

Математическая модель типа (5) называется псевдослучайным процессом [3]. Если КФ, зависящую от времени, можно представить в виде (5), то свойства псевдослучайных процессов позволяют достаточно просто определять вероятность работоспособности.

Пусть КФ является псевдослучайным процессом. Тогда левая часть условия (3) может быть записана как $\delta(t) = \varphi_0(t) + \varphi\ (t) \cdot v$, а условие (3) - в виде

$$\varphi_0(t) + \varphi(t) \cdot v < \Lambda\,, \quad t \in [0, T]\,. \qquad (6)$$

Для координатной функции $\varphi(t)$ на интервале $t \in [0, T]$ найдем ее максимум φ_m (рис. 5), который достигается в точке $t = t_m$.

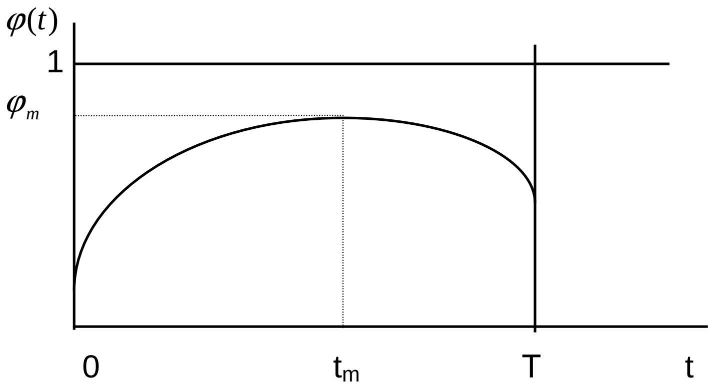

Рис. 5. Координатная функция $\varphi(t)$

В соответствии с работой [3] псевдослучайный процесс имеет следующие свойства:

1. На интервале $t \in [0, T]$ выброс случайного процесса всегда содержит точку $v\varphi(t_m)$, в которой координатная функция $\varphi(t)$ имеет максимум.
   Следствие свойства 1: минимальная вероятность невыброса ординаты псевдослучайного процесса соответствует сечению $t = t_m$.
2. На интервале $t \in [0, T]$ нормированная корреляционная функция псевдослучайного процесса повсюду равна единице.
3. На отрезке $t \in [0, T]$ вероятность выброса псевдослучайного процесса за заданный уровень определяется вероятностью выхода за этот уровень ординаты процесса в точке $t = t_m$, где координатная функция имеет максимум.

На основании этих свойств можно проводить идентификацию случайного процесса как псевдослучайного.

Алгоритм идентификации случайного процесса как составного псевдослучайного

В процессе исследования задаем вектор случайных разбросов для параметров системы (1) и решаем эту систему, учитывая ветровые возмущения. Таким образом, получаем статистический материал по исследуемой КФ, которая представляет собой случайный процесс изменения загрузки управляющих элементов ракеты. Определим, является ли исследуемая КФ псевдослучайным процессом. Для этого на рассматриваемом интервале времени найдем функцию вероятности технической устойчивости $P(t)$ (рис.6). Функцию $P(t)$ находим приближенно на небольшом объеме моделирования N=100 как интегральную функцию нормированного нормального распределения с параметрами m_j и σ_j ($m(t_j)$ и $\sigma(t_j)$— математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение ФСА для моментов времени t_j) и заданной границей устойчивости Λ=0,3.

Математическое ожидание определяется следующим образом:

$$m_j = \frac{\sum_{i=1}^{N} F_i(t_j)}{N} .$$

Среднеквадратичное отклонение

$$\sigma_j = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (F_i(t_j) - m_j)^2}{N}} ,$$

где $F(t_j)$ — значения КФ в момент времени t_j.

Для точек с минимальной вероятностью устойчивости $P(t_j) = P(t_m)$ строим нормированные корреляционные функции R(t_j, τ). τ— момент времени, относительно которого вычисляется значение корреляционной функции:.

R(t$_j$, τ)=$\dfrac{K(t_j,\tau)}{\sigma(t_j)\sigma(\tau)}$, где $K(t_j,\tau)$— корреляционный момент;

$K(t_j,\tau) = M[(F(t_j) - m(t_j)) \cdot (F(\tau) - m(\tau))]$, $F(t_j)$ и $F(\tau)$— значения КФ в моменты времени t_j и τ; $m(t_j)$ и $m(\tau)$— математические ожидания КФ для моментов времени t_j и τ соответственно; $\sigma(t_j)$ и $\sigma(\tau)$— среднеквадратические ожидания КФ для моментов времени t_j и τ.

Согласно свойствам псевдослучайных процессов [3] корреляционные функции должны равняться единице на «своих» интервалах и нулю на «чужих» интервалах. Так как на практике такие случаи встречаются редко, то вводятся понятия точности приближения корреляционных функций к единице e_r и степени близости корреляционной функции к нулю e_0. Эти условия являются необходимыми, но недостаточными для идентификации КФ как составного псевдослучайного процесса. Требуется также, чтобы выполнялось условие P_{min}(t)>>P(t_m), где P_{min}(t) — минимальное значение функции на участке $\Delta\tau$ (t$\in\Delta\tau$), где условие R(t_m, τ)<=e_0 не выполняется.

Для полученного статистического материала построены графики вероятности сохранения устойчивости и корреляционной функции. Они отображены на рис. 6.

Блок-схема алгоритма идентификации случайного процесса как составного псевдослучайного приведена на рис. 7.

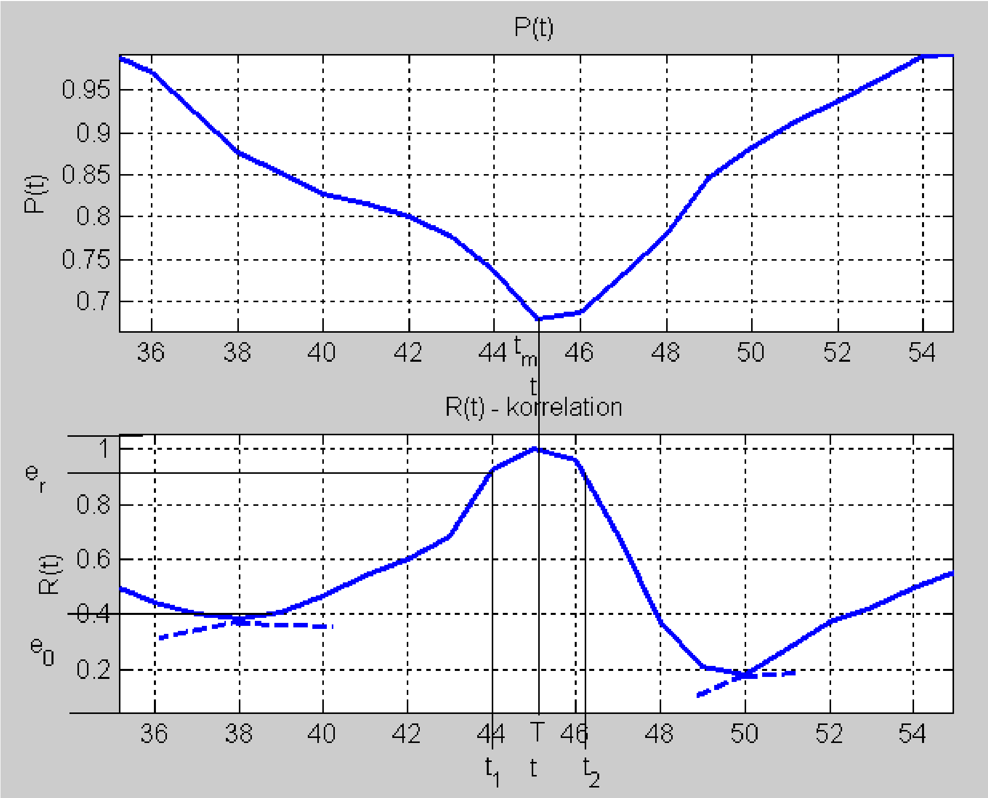

Рис. 6. Функция вероятности сохранения устойчивости

и корреляционная функция

Анализируя данные, полученные в ходе исследований, приходим к выводу, что процесс изменения угла отклонения органов управления РН классифицируется как псевдослучайный процесс. Следовательно, для определения запаса вероятности технической устойчивости РН можно использовать метод сечений.

Для наиболее опасного момента времени t=61c в [2] проведено УСМ объемом N=1000000 для тех же граничных моделей, что и работе [6], результаты представлены в табл. 2. В этой таблице (для сравнения) также приведены результаты, полученные при УСМ для всего интервала времени t Є [30…85] в работе [6].

Таблица 2

Способ моделирования	Q(t), t Є [30..85]	Q(t_j), j=61
КЛМ	2,0E-06	3,0E-06
КНЛМ	2,0E-06	4,0E-06
СЛМ	2,0E-06	1,0E-06
КМ	3,5E-05	4,1E-05
МКМ	5,2E-05	5,0E-05

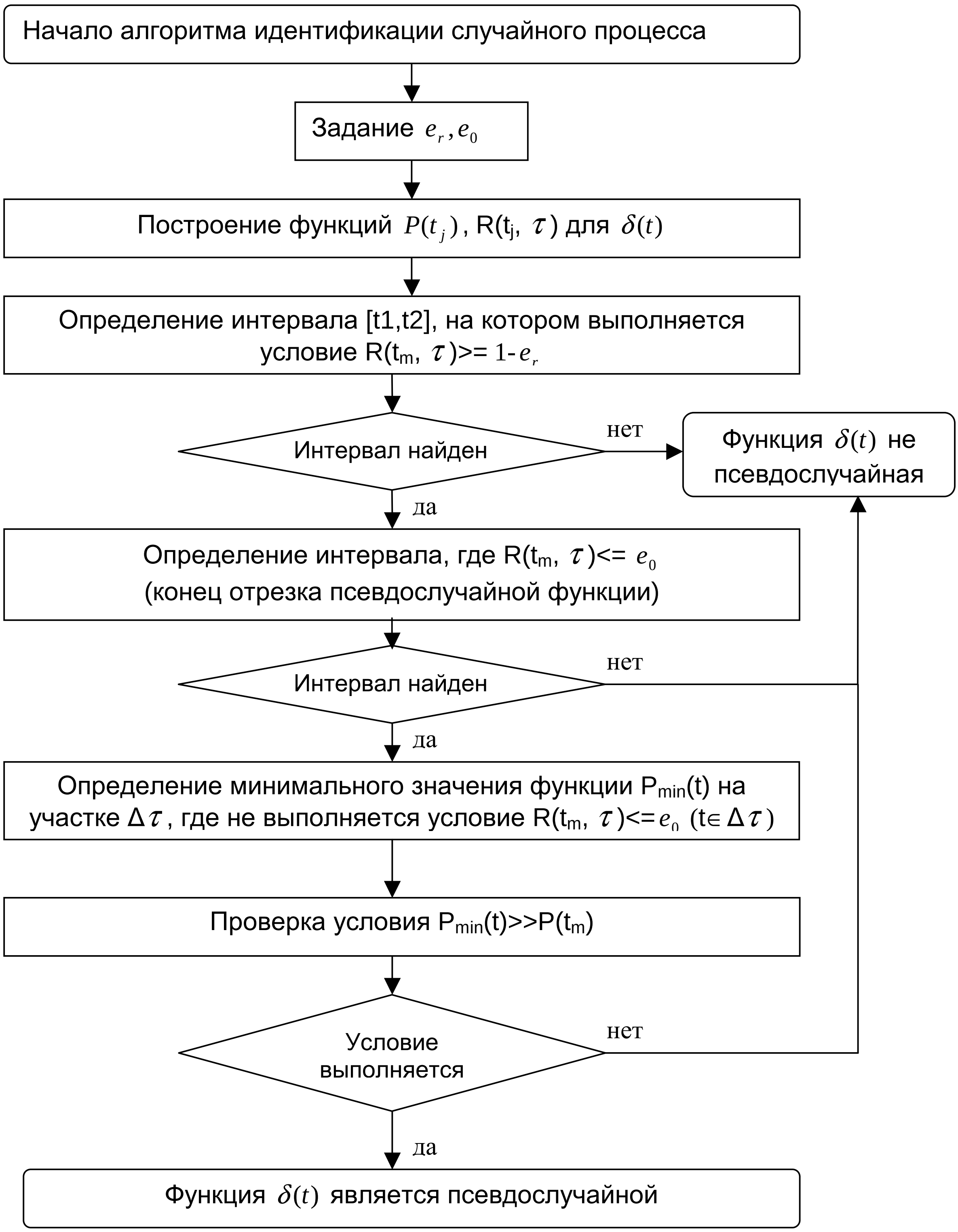

Рис. 7. Блок-схема алгоритма идентификации случайного процесса как составного псевдослучайного

Выводы

1. Исследования показали, что процесс изменения угла отклонения органов управления РН можно классифицировать как составной псевдослучайный процесс.

2. Для оценки вероятности потери технической устойчивости РН в канале рыскания (тангажа) I ступени полета можно применять метод сечений и в фиксированный момент времени строить аппроксимирующие модели.

Список литературы

1. Качаров К.А., Пилютик А.Г. Введение в техническую теорию устойчивости движения. – М.: Физматгиз, 1962. – 243 с.
2. Никифорова М.И. Эталонная модель для оценки вероятности потери технической устойчивости ракеты-носителя // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. - Х.: НАКУ «ХАИ». – 2007. – Вып.35 . - С. 30 - 36.
3. Лежнина М.В., Сухоребрый В.Г. Проектная оценка вероятности достижения объектами аэрокосмической техники предельных состояний. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ». - 2005. – 184 с.
4. Игдалов И.М., Кучма Л.Д., Поляков Н.В., Шептун Ю.Д. Ракета как объект управления: Учебник /Под ред. акад. С.Н. Конюхова. – Д.: АРТ-ПРЕСС, 2004. – 544 с.
5. Айзенберг Я.Е., Сухоребрый В.Г. Проектирование систем стабилизации носителей космических аппаратов. - М.: Машиностроение, 1986. 220 с.
6. Сухоребрый В.Г., Никифорова М.И. Оценка вероятности потери технической устойчивости ракеты-носителя методом ускоренного статистического моделирования // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. - Х.: НАКУ «ХАИ». – 2007. – Вып. 34. - С. 93 - 101.
7. Лежнина М.В., Сухоребрый В.Г. Алгоритмы построения граничных линейных моделей критериальных функций для оценки вероятности работоспособности объектов аэрокосмической техники// Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. - Х.: НАКУ «ХАИ». – 2002. – Вып. 12. - С. 63 - 74.
8. Сухоребрый В.Г. Оценка вероятности работоспособности технических объектов с помощью ускоренного статистического моделирования// Авиационно-космическая техника и технология. - Х.: ХАИ. – 2000. – Вып. 19. - С. 215 - 218.
9. Сухоребрый В.Г., Айзенберг Е.Я. Ускоренное статистическое моделирование для оценки вероятности устойчивости динамических систем со случайными параметрами // Математическое моделирование динамических процессов в системах с жидкостью. – К.: ИМ АН УССР. – 1988. – С. 128 – 136.