

Оценка вероятности технической устойчивости ракеты-носителя методом, основанным на теории случайных выбросов

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

Постановка проблемы, цель работы

Важным моментом в проектировании системы стабилизации ракет-носителей (РН) является оценка работоспособности системы, которая определяется в том числе технической устойчивостью (ТУ) системы. Это понятие включает в себя рассмотрение устойчивости РН на конечном интервале времени при заданных начальных условиях и возмущениях [1,2,3]. При модификации РН запасы ТУ падают, особенно снижается управляемость. В этом случае используют вероятностный подход и в качестве запасов ТУ принимают вероятность ее обеспечения [4].

В работе [2] изложены исследования вероятностного подхода определения ТУ методом ускоренного статистического моделирования (УСМ), который дает результат, очень близкий к эталонному [3], но является трудоемким. Для начальных этапов проектирования лучше применять более простые, приближенные, но менее трудоемкие методы. Один из таких методов изложен в работе [1] (метод сечений). Как показали результаты, этот метод можно использовать применительно к исследуемому объекту [3], однако необходимо доказать, что исследуемая случайная функция загрузки органов управления РН является псевдослучайной. Тогда исследования упрощаются тем, что эту случайную функцию заменяют ее сечением во времени - случайной величиной и для определения вероятности потери ТУ рассматривают наиболее опасное сечение.

Целью данной работы является продолжение исследований ТУ РН, изложенных в работах [1,2,3] методом, основанным на теории случайных выбросов.

Объект исследования

В качестве объекта исследования рассмотрим объект, принятый в работах [1,2,3] для сравнения результатов, полученных с помощью методик, описанных в данной работе.

Так как наибольшие возмущения, действующие на ракету в полете приходятся на время полета I ступени в канале рыскания и поскольку основная нагрузка органов управления связана с парированием возмущающих моментов, рассмотрим систему, определяющую динамику полета РН на этом этапе, состоящую из уравнений моментов и автомата стабилизации [3]:

$$\begin{aligned} a_{\psi\psi}(t) \cdot \psi + a_{\psi\delta}(t) \cdot \delta &= -M(t); \\ T_1 \cdot \delta' + \delta &= K_{\psi} \cdot \psi + K_{\psi'} \cdot \psi', \end{aligned} \tag{1}$$

где ψ — координата, характеризующая вращение ракеты вокруг центра масс (угол рыскания); δ — угол отклонения управляющих органов; $a_{ij}(t)$ —

функции, выражающие закон изменения параметров ракеты; T_1 — постоянная времени автомата стабилизации (АС); K_ψ — коэффициент усиления по каналу рыскания; $K_{\psi'} = T_d K_\psi$; T_d — постоянная времени дифференцирования; $\bar{M}(t)$ — приведенный возмущающий момент в функции времени. В этой системе $\bar{M}(t) = a_{\psi z}(t) \cdot W(t)$ ($W(t)$ — скорость ветра, воздействующего на ракету).

Номинальные значения параметров системы (1) и их разбросы приведены в табл. 1.

Таблица 1

Обозначение параметра	Наименование	Номинальное значение	Разброс, %
K_ψ	Коэффициент усиления по каналу рыскания	6	7
T_d	Постоянная времени дифференцирования	0,5	25
T_1	Постоянная времени АС	0,1108	20
$a_{\psi\psi}$	Функции, выражающие закон изменения параметров ракеты	Рис. 1	25
$a_{\psi\delta}$		Рис. 2	10
$a_{\psi z}(t)$		Рис. 3	25

Ветровые воздействия, учитывающие влияние случайных возмущений и начальных условий на устойчивость РН, представлены в виде канонического разложения [4]

$$W(t) = W_0(t) + \sum_i V_i \cdot \varphi_i(t), \quad (2)$$

где $W_0(t)$ — систематическая составляющая скорости ветра; $\varphi_i(t)$ — неслучайные функции, называемые координатными; V_i — независимые стандартные случайные числа, распределенные по нормальному закону. Генерируя V_i и подставляя их в (2), получим случайные реализации профиля ветра с учетом высотной корреляции его значений.

Графики изменения систематической составляющей ветра $W_0(t)$ и среднего значения функций $\varphi_i(t)$ показаны на рис. 4 и 5.

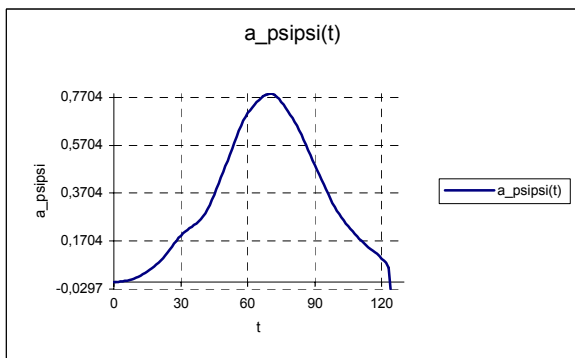


Рис. 1. Номинальное значение коэффициента $a_{\psi\psi}(t)$

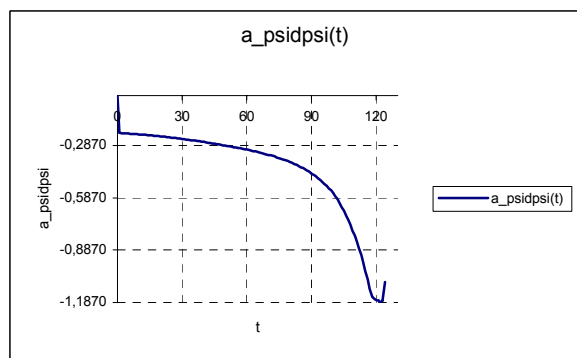


Рис. 2. Номинальное значение коэффициента $a_{\psi\delta}(t)$

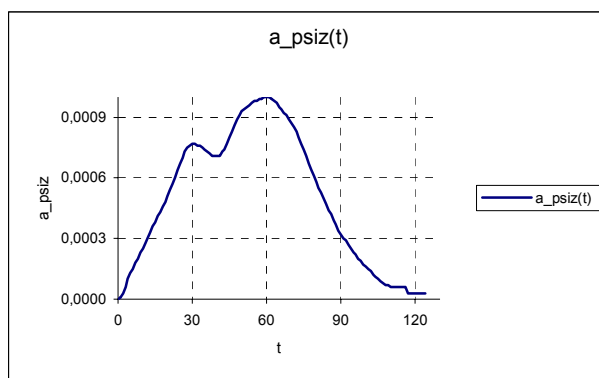


Рис. 3. Номинальное значение коэффициента $a_{\psi z}(t)$

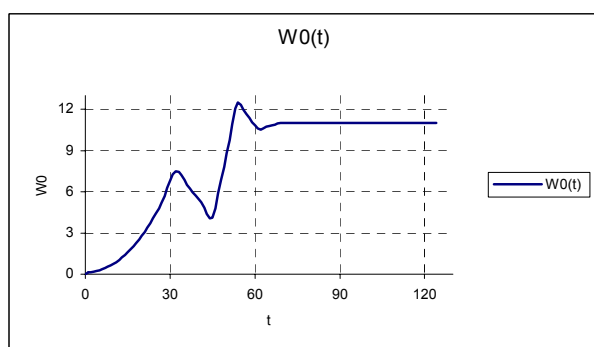


Рис. 4. Систематическая составляющая скорости ветра $W_0(t)$

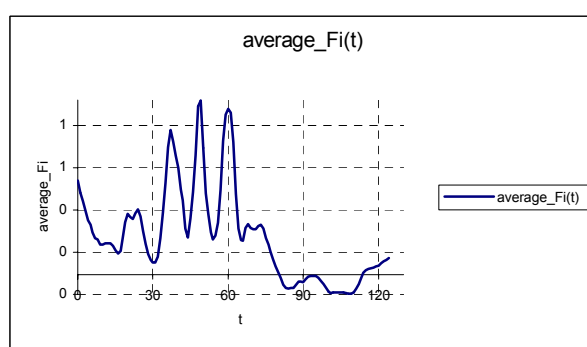


Рис. 5. Среднее значение координатных функций $\varphi_i(t)$

Методика исследования, основные результаты

Определение вероятности технической устойчивости РН рассмотрим применительно к задаче определения вероятности того, что случайный процесс отклонения органов управления не превысит заданного предельно допустимого значения (границы) на интервале $t \in [0, T]$:

$$|\delta(\kappa, \eta, t)| < \Lambda, \quad (3)$$

где δ — значение функции угла отклонения управляющих органов РН, которое изменяется в зависимости от времени $t, t \in [0, T]$ и возмущений (параметрических η и внешних κ); Λ — предельно допустимое значение угла отклонения δ .

При этом на другие фазовые координаты могут быть наложены ограничения, которые отразятся только на методике определения характеристик случайного процесса $\delta(\kappa, \eta, t)$. Существуют различные методы оценки вероятности выполнения условия (3), например метод ускоренного статистического моделирования, метод сечений, метод, основанный на теории случайных выбросов, и др. Особенности применения первых двух методов изложены в работах [2, 3]. Определение вероятности технической устойчивости методом, основанным на теории случайных выбросов, рассмотрим ниже.

Определение вероятности технической устойчивости на основе теории случайных выбросов

Для применения теории выбросов случайных процессов полагаем, что случайный процесс $\delta(\kappa, \eta, t)$ является нормальным (для линейных систем это вытекает из нормальности доминирующих возмущений [5]). Поскольку искомая вероятность выполнения условия (3) должна быть достаточно высокой, можно считать выбросы процесса $\delta(\kappa, \eta, t)$ за уровень Λ «редкими» событиями. Тогда согласно [6] их можно считать практически независимыми, а число выбросов за время T - подчиняющимся закону Пуассона [7].

Известно, что нестационарность систем стабилизации вызвана в основном переменностью ее параметров во времени. На практике широко применяют метод «замороженных» коэффициентов, когда нестационарную систему заменяют кусочно-стационарной.

Условно разобьем время протекания случайного процесса $\delta(\kappa, \eta, t) - T$ на N отрезков $\Delta t_i (i = 1, 2, \dots, N)$ таким образом, что изменением характеристик процесса на данных отрезках можно пренебречь. Тогда вероятность отсутствия выбросов случайного процесса $\delta(\kappa, \eta, t)$ за данный уровень Λ определится выражением $P_{Bi} = e^{-\Delta t_i v_i}$, где v_i - среднее число выбросов за единицу времени на отрезке Δt_i . В силу независимости вероятность отсутствия выброса за время T составит

$$P_B = \prod_{i=1}^N P_{Bi} = \exp\left(-\sum_{i=1}^N \Delta t_i v_i\right).$$

Если учесть, что в рассматриваемом случае P_B примерно $0,9^{(3)} \dots 0,9^{(4)}$, выражение (4) можно упростить

$$P_B = 1 - \sum_{i=1}^N \Delta t_i v_i. \quad (4)$$

Получаем вероятность выброса Q_B процесса $\delta(\kappa, \eta, t)$ за время T

$$Q_B = \sum_{i=1}^N \Delta t_i v_i.$$

В пределе $\Delta t_i \rightarrow 0$ из (4) получим $Q_B = \int_0^T v(t) dt$.

Учитывая [6], что для нормального процесса $v = \frac{\sigma_v}{2\pi\sigma_\delta} \exp\left[-\frac{\Lambda - m_\delta}{2\sigma_\delta^2}\right]$, определяем вероятность выброса случайного процесса за уровень Λ :

$$Q_B = \frac{1}{2\pi} \int_0^T \frac{\sigma_v(t)}{\sigma_\delta(t)} \exp\left[-\frac{(\Lambda - m_\delta(t))^2}{2\sigma_\delta^2(t)}\right] dt, \quad (5)$$

где $\sigma_\delta(t)$ и $\sigma_v(t)$ — среднеквадратические отклонения случайного процесса отклонения управляющих органов $\delta(t)$ и скорости изменения процесса отклонения управляющих органов $\delta'(t)$, $m_\delta(t)$ — математическое ожидание $\delta(t)$.

Для оценки вероятности невыполнения условия (3) необходимо также знать вероятность выброса этого процесса за уровень $-\Lambda$. Эта вероятность может быть определена по выражению (5) путем подстановки $-\Lambda$ вместо Λ . Окончательно вероятность нарушения условия (3)

$$Q_B = \frac{1}{2\pi} \int_0^T \frac{\sigma_v(t)}{\sigma_\delta(t)} \left\{ \exp\left[-\frac{(\Lambda - m_\delta(t))^2}{2\sigma_\delta^2(t)}\right] + \exp\left[-\frac{(-\Lambda - m_\delta(t))^2}{2\sigma_\delta^2(t)}\right] \right\} dt, \quad (6)$$

Суть предлагаемого метода заключается в том, чтобы входящие в выражение (6) функции $\sigma_\delta(t)$, $\sigma_v(t)$ и $m_\delta(t)$ определить с помощью статистического моделирования малого объема. Это позволит найти искомую вероятность нарушения ТУ без больших затрат машинного и физического времени.

Для определения приемлемого объема моделирования при оценке вероятности технической устойчивости РН проведено по 10 экспериментов статистического моделирования системы (1) при различных объемах моделирования N (для каждого значения N моделировался отдельный набор случайных величин). Из полученных решений системы (1) определены

математическое ожидание $m_{\delta_j} = \frac{\sum_{i=1}^N \delta_i(t_j)}{N}$ и среднеквадратическое отклонение

$$\sigma_{\delta_j} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\delta_i(t_j) - m_{\delta_j})^2}{N}}, \text{ где } \delta(t_j) \text{ — значения } \delta \text{ в момент времени } t_j; N \text{ —}$$

объем моделирования. Аналогичным образом определено $\sigma_v(t)$. На основе полученного статистического материала вычислено среднее значение вероятности потери технической устойчивости Q (6) (см. табл. 2).

Таблица 2

N	10	20	50	100	200	300	600	1000
Q	5.04E-08	7.86E-09	4.36E-07	1.10E-08	2.52E-07	1.39E-07	6.30E-08	2.62E-07
	5.52E-09	1.22E-06	2.48E-07	6.58E-09	3.44E-07	1.74E-07	6.42E-07	6.79E-07
	1.10E-05	3.23E-05	2.58E-08	4.70E-07	6.78E-07	1.81E-07	1.98E-07	3.37E-07
	3.60E-06	1.01E-05	7.75E-06	3.24E-09	1.74E-07	1.36E-06	2.33E-07	3.77E-07
	5.97E-08	1.80E-12	5.25E-12	8.51E-07	1.41E-07	4.00E-06	4.71E-07	1.09E-06
	4.70E-05	8.82E-05	2.68E-07	2.00E-05	2.72E-07	3.70E-07	1.56E-07	1.39E-07
	9.39E-12	1.46E-06	1.01E-07	6.73E-07	2.25E-08	7.11E-08	6.93E-07	2.69E-07
	4.00E-03	1.29E-08	1.19E-06	6.68E-07	3.60E-07	1.10E-06	3.77E-07	4.73E-07
	3.53E-05	1.15E-06	1.09E-05	2.93E-09	6.63E-07	7.55E-07	3.48E-07	1.46E-07
	1.26E-08	1.15E-06	8.18E-08	2.82E-07	1.44E-07	6.06E-07	1.51E-07	1.60E-06
m_Q	4.097E-04	1.356E-05	2.099E-06	2.297E-06	3.051E-07	8.756E-07	3.332E-07	5.372E-07
D_Q	1.432E-06	7.092E-10	1.363E-11	3.491E-11	4.255E-14	1.255E-12	4.118E-14	1.984E-13
$D[Q]$	4.097 E-05	1.36 E-06	2.1E-07	2.3 E-07	3.05E-08	8.76 E-08	3.33 E-08	5.37 E-08

В этой же таблице приведены теоретические значения дисперсий $D[Q]=Q(1-Q)/N$.

График изменения среднего значения Q в зависимости от объема статистического моделирования показан на рис. 6.

Анализ результатов показывает следующее:

- стабильный результат наступает, начиная с объема $N=200$;
- стабильный результат на два порядка отличается от эталонного (для эталонного результата при доверительной вероятности $P_\delta = 0.95$ доверительный интервал $Q_d \in [3,5E-05... 6,1E-05]$);
- значения Q , близкие к эталонным, получены для объемов статистического моделирования $20 \leq N \leq 50$.

Поскольку объемы статистического моделирования малы, а теоретические дисперсии достаточно велики, легко убедиться, что для доверительной вероятности $P_\delta = 0.95$ доверительные интервалы полученных результатов могут пересекаться с эталонным доверительным интервалом, а тенденция стабилизации результата для объемов $N \geq 200$ может оказаться ложной.

Для определения тенденции изменения значения Q на разных объемах проведен еще один эксперимент: «связанное» статистическое моделирование в объеме $N=600$ с последовательным сохранением результатов для различных объемов. По полученному статистическому материалу определены значения вероятности потери технической устойчивости. Результаты моделирования представлены в табл. 3.

Таблица 3

N	10	20	50	100	200	300	600
Q	1.1E-03	3.41E-04	6.58E-06	6.18E-07	4.81E-07	4.25E-07	5.22E-07

Результат этого эксперимента согласуется с полученным средним значением Q для независимых экспериментов по различным объемам моделирования. Следовательно, отмеченная тенденция имеет место.

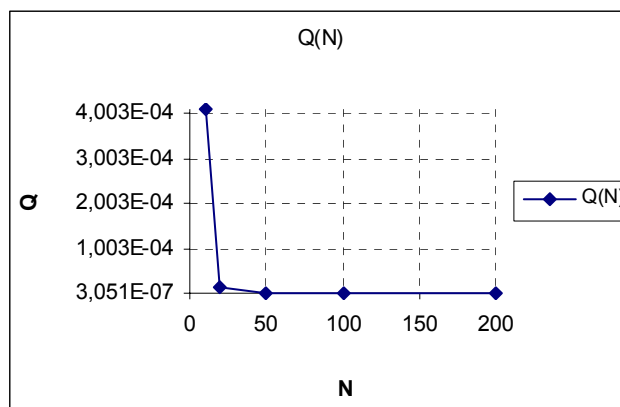


Рис. 6. Изменение значения вероятности потери технической устойчивости в зависимости от объема статистического моделирования

По результатам исследований (см. рис. 6) видно, что вероятность технической устойчивости, которая попадает в доверительный интервал эталонного значения [3] ($Q_d \in [3,5E-05...6,1E-05]$), получена на небольших объемах моделирования. С увеличением объема моделирования уменьшается разброс значения Q и процесс стабилизируется начиная с объема $N \approx 200$ к значению, которое отличается от эталонного на два порядка.

Выводы

1. Результаты проведенных экспериментов позволяют проследить тенденцию изменения значения вероятности потери технической устойчивости РН в зависимости от объема моделирования.
2. Минимальный объем моделирования для определения вероятности потери технической устойчивости РН $N \approx 200$.
3. Метод определения вероятности технической устойчивости, основанный на теории случайных выбросов, весьма груб. Его можно применять только на начальных этапах проектирования.

Список литературы

1. Сухоребрый В.Г. Оценка вероятности технической устойчивости ракет-носителей методом сечений / В.Г. Сухоребрый, М.И. Никифорова // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. - Х.: НАКУ «ХАИ». – 2007. – Вып. 38. - С. 81 - 88.
2. Сухоребрый В.Г. Оценка вероятности потери технической устойчивости ракеты-носителя методом ускоренного статистического моделирования / В.Г. Сухоребрый, М.И. Никифорова // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. - Х.: НАКУ «ХАИ». – 2007. – Вып.37 . - С. 83 - 92.
3. Никифорова М.И. Эталонная модель для оценки вероятности потери технической устойчивости ракеты-носителя // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. - Х.: НАКУ «ХАИ». – 2006. – Вып.35 . - С. 30 - 36.
4. Ракета как объект управления / И.М. Игдалов, Л.Д. Кучма, Н.В. Поляков, Ю.Д. Шептун: учеб. /под ред. акад. С.Н. Конюхова. – Д.: АРТ-ПРЕСС, 2004. –544 с.
5. Пугачев В.С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. / В.С. Пугачев - М.: Физматгиз, 1962. – 783 с.
6. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций / А.А. Свешников - М.: Наука, 1968. - 463 с.
7. Айзенберг Я.Е. Проектирование систем стабилизации носителей космических аппаратов. / Я.Е. Айзенберг, В.Г. Сухоребрый - М.: Машиностроение, 1986. - 220 с.
8. Качаров К.А. Введение в техническую теорию устойчивости движения / К.А. Качаров, А.Г. Пилюттик. – М.: Физматгиз, 1962. – 243 с.
9. Лежнина М.В. Проектная оценка вероятности достижения объектами аэрокосмической техники предельных состояний / М.В. Лежнина, В.Г. Сухоребрый – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «ХАИ», 2005. – 184 с.