

## Концептуальний підхід до дослідження складних систем типу «ядро-оболонка»

*Національний аерокосмічний університет ім. М.Є.Жуковського «ХАІ»*

Запропоновано загальний підхід до аналізу складних систем, в складі яких виділено два основних елементи - ядро й оболонку. Проаналізовано можливі варіанти функціонування подібних систем відповідно до вимог науково-технічної документації. Побудовано моделі, проведено аналіз адекватності цих моделей відповідно до загальних системних підходів. Одержано чисельні результати, розроблено рекомендації, що дозволяють у рамках запропонованого підходу простежити тенденцію до зміни, необхідну для прийняття рішень.

**Ключові слова:** ядро, оболонка, стан системи, послідовність переходів, граф, рівняння Колмогорова, функція готовності.

*Постановка проблеми в загальному виді.* Аналіз сучасних технологій показує, що, у більшості випадків, складні системи розробляють по типу «ядро-оболонка», де під ядром мають на увазі основний елемент системи, при відмові якого вся система виходить із ладу, під оболонкою - резервний елемент системи, при відмові якого система продовжує працювати, можливо, з гіршими характеристиками. Це характерно для програмних систем (наприклад, для критичного ПЗ), для системи автоматизації, для систем резервування й систем організації виробництва та ін. [1, 2].

Як найбільш показовий приклад систем такого типу розглянемо сучасну ідею «інтелектуального» будинку [1]. Оболонку такої системи складають інженерні підсистеми будинку, що поєднують до декількох десятків різномірних елементів життєзабезпечення (вентиляції, кондиціонування, опалення, освітлення та ін.). Ці елементи можуть різнитися не тільки призначенням, виконуваними функціями, але й принципами роботи (механічні, гідравлічні, електричні, електронні й т.д.). Кожна з таких систем, як правило, поставляється у вигляді комплексу обладнання, що дозволяє створювати закінчене рішення й має власні елементи моніторингу й керування.

Робота цих розрізнених інженерних систем у єдиному комплексі, з можливістю обміну даними між ними, контролем і керуванням з єдиної диспетчерської, забезпечується головною ланкою «інтелектуального» будинку - системою керування будинком (BMS - Building Management Systems). Це ядро системи, що являє собою програмно-апаратний комплекс, якій здійснює збір, зберігання, аналіз даних від інженерних підсистем будинку, здійснює автономне керування деякими їхніми модулями відповідно до закладених алгоритмів, а також керування їхньою роботою через мережні контролери.

Отже архітектура системи типу «ядро-оболонка» дозволяє забезпечити оптимальний режим автоматизованого керування роботою всіх інженерних систем «інтелектуального» будинку. Це дозволяє досягнути значного економічного ефекту, заснованого на економії ресурсів, зниженні експлуатаційних витрат, забезпеченні безвідмовної роботи й оптимального режиму експлуатації всіх інженерних систем будівлі, своєчасного зручного надання вичерпної інформації про події, що відбуваються, у будинку і на прилягаючій території.

Адже переваги для створення систем типу «ядро - оболонка» дійсно є, але виникає питання, чи є такі системи економічними з точки зору їх створення й обслуговування в процесі експлуатації? Метою статті є розробка концептуального підходу до дослідження цих систем з погляду надійності й розробка практичних рекомендації щодо їх експлуатації.

Розглядаючи складну систему з позицій надійності відповідно до переліку вимог до систем, що встановлені нормативно-технічною документацією (НТД), виділімо такі стани технічної системи [3]:

- справний стан - стан, при якому система відповідає всім вимогам НТД;
- несправний стан – стан, в якому система не відповідає хоча б одній вимозі НТД;
- працездатний стан - стан системи, при якому вона здатна виконувати основні функції, зберігаючи при цьому значення заданих параметрів у межах, встановлених нормами НТД;
- непрацездатний стан – стан, в якому значення хоча б одного параметра, що характеризує здатність системи виконувати задані функції, не відповідає НТД.

Порушення працездатності системи називається відмовою. Залежно від характеру обслуговування розрізняють системи відновлювані та невідновлювані. Система невідновлювана, якщо використання її припиняється відразу після першої відмови. Однак багато систем використовуються багаторазово після усунення відмов, що з'являються.

*Основний матеріал статті.* Припустимо, що для цієї системи характерно, що протягом заданого часу допускаються відмови та викликані ними короточасні перерви в роботі. Розглянемо систему з одним «ядром» і однією «оболонкою». У цьому випадку справедливо таке [2, 3]:

- об'єкти системи, що відмовили, починають негайно відновлювати;
- відсутні обмеження на число відновлень;
- надійність засобів контролю ідеальна.

Зміна станів у цій системі відбувається під впливом двох пуассонівських потоків:

- відмов на «ядрі» й «оболонці» з відповідними інтенсивностями  $\mu_{\text{я}}$  і  $\mu_{\text{о}}$ , рівними

$$\mu = \frac{1}{t}, \quad (1)$$

де  $t$  - середній час до відмови (між відмовами) на елементі системи;

- відновлення на «ядрі» і «оболонці» з відповідними інтенсивностями  $\lambda_{\text{я}}$  й  $\lambda_{\text{о}}$ , рівними

$$\lambda = \frac{1}{t_{\text{BC}}}, \quad (2)$$

де  $t_{\text{BC}}$  - середній заздалегідь відомий час відновлення елемента системи.

Відзначимо, що всі зміни в системі можна простежити із заданою повнотою контролю, значення якої визначається [4]

$$l = \frac{l_1}{L}, \quad 0 < l < 1, \quad (3)$$

де  $I_1$  - число блоків в елементі системи, охоплених контролем;

$L$  – загальне число блоків у системі.

Необхідно оцінити ймовірність застати систему в працездатному стані та простежити, як змінюється ця ймовірність в часі.

Методика включає такі етапи.

1. Аналіз системи й визначення множини станів. Залежно від умов функціонування системи відповідно до вищенаведених визначень виділимо такі стани, які характерні як для «ядра», так і для «оболонки» системи [2, 3]:  $S_1$  - справна система;  $S_2$  - працездатний стан;  $S_3$  – непрацездатний стан;  $S_4$  - система після відновлення;  $S_5$  – технічне обслуговування системи.

У нульовий момент часу всі елементи системи повністю справні. Це відповідає стану  $S_1$ . Із часом відбувається поступова відмова блоків у елементах системи, однак вона продовжує виконувати всі свої основні функції, що відповідає стану  $S_2$ . Поступова відмова блоків призводить до непрацездатності системи (стан  $S_3$ ). Якщо елемент системи не відновлюваний і при відмові замінюється на абсолютно новий практично миттєво, то вона переходить у стан  $S_1$ . Робота системи в цьому випадку описується такою послідовністю переходів:

$$S_1 \rightarrow S_2 \rightarrow S_3 \rightarrow S_1 \rightarrow S_2 \rightarrow S_3 \text{ і т.д.} \quad (4)$$

Якщо відновлення відбувається так, що на ремонт блоку, що відмовив, витрачається деякий час, а його ремонт передбачає заміну тільки непрацездатної частини, але не всього блоку, то система переходить у стан  $S_4$  - стан системи після відновлення. Послідовність переходів у цьому випадку має вигляд

$$S_1 \rightarrow S_2 \rightarrow S_3 \rightarrow S_4 \rightarrow S_2 \rightarrow S_3 \rightarrow S_4 \text{ і т.д.} \quad (5)$$

У випадку, коли в технічній системі передбачено технічне обслуговування для попередження й виявлення причин виникнення відмов і пошкоджень, всі блоки, що відмовили, направляються на відновлення, а система переходить у стан  $S_5$ . Тоді послідовність переходів системи має вигляд

$$S_1 \rightarrow S_2 \rightarrow S_3 \rightarrow S_5 \rightarrow S_4 \rightarrow S_2 \rightarrow S_3 \rightarrow S_5 \rightarrow S_4 \text{ і т.д.} \quad (6)$$

Позначимо елементи системи різними літерами, у нижньому індексі вкажемо стан, у якому цей елемент буде перебувати. Виходячи з можливих станів, уведемо такі позначення:

1) для елементів -  $Я_i$  і  $О_i$ , де  $i = \overline{1, m}$  (де  $m = 3, 4, 5$  залежно від умов функціонування системи) – умовний запис стану елемента технічної системи;

2) для станів -  $S_{ij}$ , де  $i$  – умовний запис стану «ядра» технічної системи,  $j$  - умовний запис стану «оболонки» технічної системи;

З огляду на те, що система складається з ядра й оболонки, кожний із цих елементів може перебувати в одному з трьох, чотирьох або п'яти станів, то загальне число станів дорівнює 9 для послідовності (4):

$$S = \{ S_{11}, S_{12}, S_{13}, S_{21}, S_{22}, S_{23}, S_{31}, S_{32}, S_{33} \},$$

16 для послідовності (5), а саме:

$$S = \{ S_{11}, S_{12}, S_{13}, S_{14}, S_{21}, S_{22}, S_{23}, S_{24}, S_{31}, S_{32}, S_{33}, S_{34}, S_{41}, S_{42}, S_{43}, S_{44} \}$$

та 25 станів для послідовності (6), а саме:

$$S = \{ S_{11}, S_{12}, S_{13}, S_{14}, S_{15}, S_{21}, S_{22}, S_{23}, S_{24}, S_{25}, S_{31}, S_{32}, S_{33}, S_{34}, S_{35}, S_{41}, S_{42}, S_{43}, S_{44}, S_{45}, S_{51}, S_{52}, S_{53}, S_{54}, S_{55} \}.$$

де, наприклад, стан  $S_{31}$  означає, що «ядро» непрацездатне, а «оболонка» справна.

Адже простір станів системи  $\{ S_{ij} \} (i, j = \overline{1, m})$  є кінцевим, переходи зі стану в стан здійснюються в будь-який момент часу, що розподілений за показовим законом. У цьому випадку моменти виходу з кожного стану ототожнюються з появою випадкової події з потоку подій, а ймовірності всіх станів системи для будь-якого моменту часу  $P_{ij}(t)$  утворюють повну групу подій, де зміст індексів той самий, як і для  $S_{ij}$ .

2. Побудова розміченого графа переходів. Визначимо всі можливі переходи між станами системи, інтенсивності переходів, і проведемо розмітку дуг графа.

З огляду на вирази для визначення інтенсивностей переходів розмічені графи переходів для послідовностей (4) – (6) представлено на рис. 1 – 3.

3. Одержання системи рівнянь Колмогорова. Неважко помітити, що адекватною моделлю, яка описує функціонування подібних систем є марківські ланцюги з безперервним часом.

Отже, відповідно до мнемонічного правила Колмогорова по графу переходів запишемо диференціальні рівняння для кожного зі станів [4].

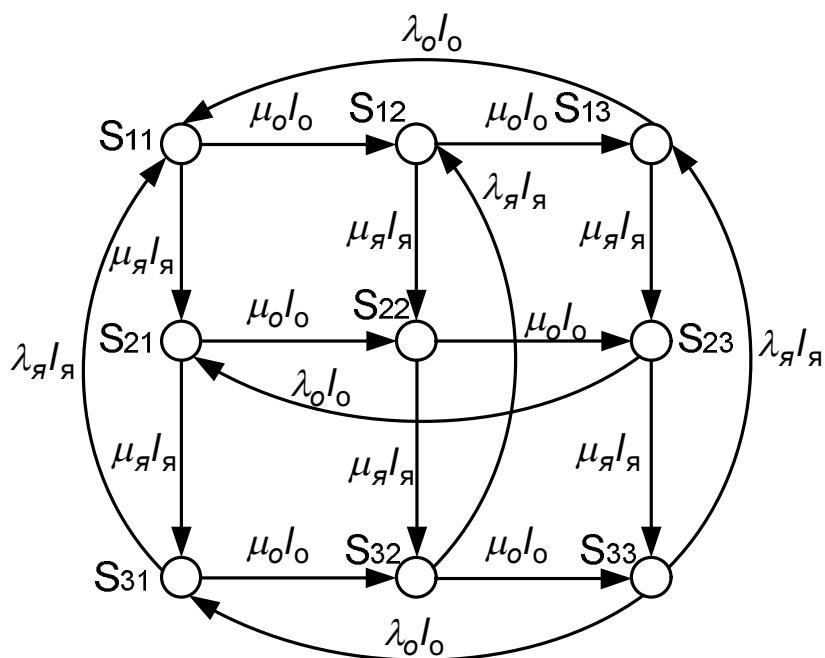


Рис. 1. Розмічений граф переходів системи для послідовності зміни станів (4)

Для цього графу рівняння Колмогорова мають такий вигляд:

$$\begin{cases} \dot{P}_{11}(t) = -(\mu_{я/я} + \mu_{о/о})P_{11}(t) + \lambda_{я/я}P_{31}(t) + \lambda_{о/о}P_{13}(t); \\ \dot{P}_{12}(t) = -(\mu_{я/я} + \mu_{о/о})P_{12}(t) + \mu_{о/о}P_{11}(t) + \lambda_{я/я}P_{32}(t); \\ \dot{P}_{13}(t) = -(\lambda_{о/о} + \mu_{я/я})P_{13}(t) + \lambda_{я/я}P_{33}(t) + \mu_{о/о}P_{12}(t); \\ \dot{P}_{21}(t) = -(\mu_{я/я} + \mu_{о/о})P_{21}(t) + \mu_{я/я}P_{11}(t) + \lambda_{о/о}P_{23}(t); \\ \dot{P}_{22}(t) = -(\mu_{я/я} + \mu_{о/о})P_{22}(t) + \mu_{я/я}P_{12}(t) + \mu_{о/о}P_{21}(t); \\ \dot{P}_{23}(t) = -(\mu_{я/я} + \lambda_{о/о})P_{23}(t) + \mu_{я/я}P_{13}(t) + \mu_{о/о}P_{22}(t); \\ \dot{P}_{31}(t) = -(\lambda_{я/я} + \mu_{о/о})P_{31}(t) + \mu_{я/я}P_{21}(t) + \lambda_{о/о}P_{33}(t); \\ \dot{P}_{32}(t) = -(\lambda_{я/я} + \mu_{о/о})P_{32}(t) + \mu_{о/о}P_{31}(t) + \mu_{я/я}P_{22}(t); \\ \dot{P}_{33}(t) = -(\lambda_{о/о} + \lambda_{я/я})P_{33}(t) + \mu_{я/я}P_{23}(t) + \mu_{о/о}P_{32}(t). \end{cases} \quad (7)$$

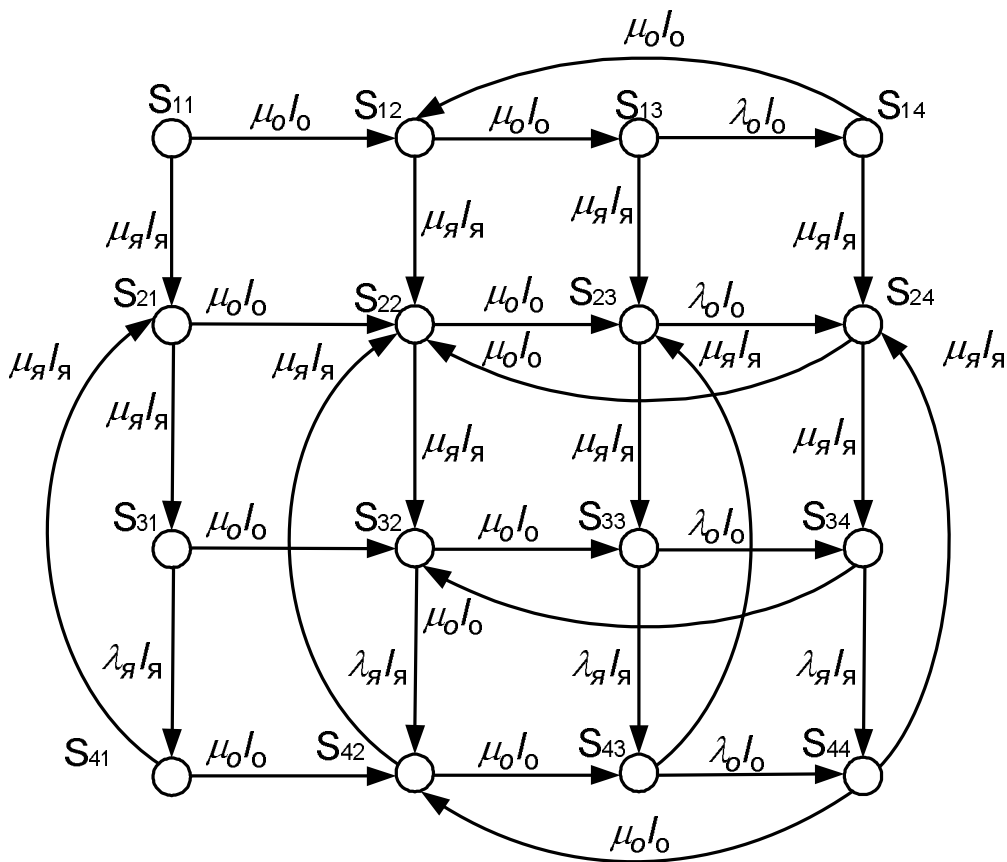


Рис. 2. Розмічений граф переходів системи для послідовності зміни станів (5)

Для послідовностей зміни станів системи відповідно до виразів (5) і (6) одержимо систему рівнянь (8) і (9) відповідно.

4. Рішення системи рівнянь Колмогорова. Як приклад, розглянемо систему, функціонування якої описується графом, що представлено на рис. 1, а математична модель відповідає системі рівнянь (7). При цьому уточнимо початкові умови та використаємо нормувальну умову виду:

$$\sum_{i,j=1}^m P_{ij}(t) = 1, \text{ де } m = 3, 4 \text{ або } 5.$$

$$\begin{cases}
 \dot{P}_{11}(t) = -(\mu_{я}I_{я} + \mu_oI_o)P_{11}(t); \\
 \dot{P}_{12}(t) = -(\mu_{я}I_{я} + \mu_oI_o)P_{12}(t) + \mu_oI_o(P_{11}(t) + P_{14}(t)); \\
 \dot{P}_{13}(t) = -(\lambda_oI_o + \mu_{я}I_{я})P_{13}(t) + \mu_oI_oP_{12}(t); \\
 \dot{P}_{14}(t) = -(\mu_oI_o + \mu_{я}I_{я})P_{14}(t) + \lambda_oI_oP_{13}(t); \\
 \dot{P}_{21}(t) = -(\mu_{я}I_{я} + \mu_oI_o)P_{21}(t) + \mu_{я}I_{я}(P_{11}(t) + P_{41}(t)); \\
 \dot{P}_{22}(t) = -(\mu_{я}I_{я} + \mu_oI_o)P_{22}(t) + \mu_{я}I_{я}(P_{12}(t) + P_{42}(t)) + \mu_oI_o(P_{21}(t) + P_{24}(t)); \\
 \dot{P}_{23}(t) = -(\mu_{я}I_{я} + \lambda_oI_o)P_{23}(t) + \mu_{я}I_{я}(P_{13}(t) + P_{43}(t)) + \mu_oI_oP_{22}(t); \\
 \dot{P}_{24}(t) = -(\mu_oI_o + \mu_{я}I_{я})P_{24}(t) + \mu_{я}I_{я}(P_{14}(t) + P_{44}(t)) + \lambda_oI_oP_{23}(t); \\
 \dot{P}_{31}(t) = -(\lambda_{я}I_{я} + \mu_oI_o)P_{31}(t) + \mu_{я}I_{я}P_{21}(t); \\
 \dot{P}_{32}(t) = -(\lambda_{я}I_{я} + \mu_oI_o)P_{32}(t) + \mu_oI_o(P_{31}(t) + P_{34}(t)) + \mu_{я}I_{я}P_{22}(t); \\
 \dot{P}_{33}(t) = -(\lambda_oI_o + \lambda_{я}I_{я})P_{33}(t) + \mu_{я}I_{я}P_{23}(t) + \mu_oI_oP_{32}(t); \\
 \dot{P}_{34}(t) = -(\mu_oI_o + \lambda_{я}I_{я})P_{34}(t) + \mu_{я}I_{я}P_{24}(t) + \lambda_oI_oP_{33}(t); \\
 \dot{P}_{41}(t) = -(\mu_{я}I_{я} + \mu_oI_o)P_{41}(t) + \lambda_{я}I_{я}P_{31}(t); \\
 \dot{P}_{42}(t) = -(\mu_{я}I_{я} + \mu_oI_o)P_{42}(t) + \lambda_{я}I_{я}P_{32}(t) + \mu_oI_o(P_{44}(t) + P_{41}(t)); \\
 \dot{P}_{43}(t) = -(\mu_{я}I_{я} + \lambda_oI_o)P_{43}(t) + \lambda_{я}I_{я}P_{33}(t) + \mu_oI_oP_{42}(t); \\
 \dot{P}_{44}(t) = -(\mu_oI_o + \mu_{я}I_{я})P_{44}(t) + \lambda_{я}I_{я}P_{34}(t) + \lambda_oI_oP_{43}(t).
 \end{cases}
 \tag{8}$$

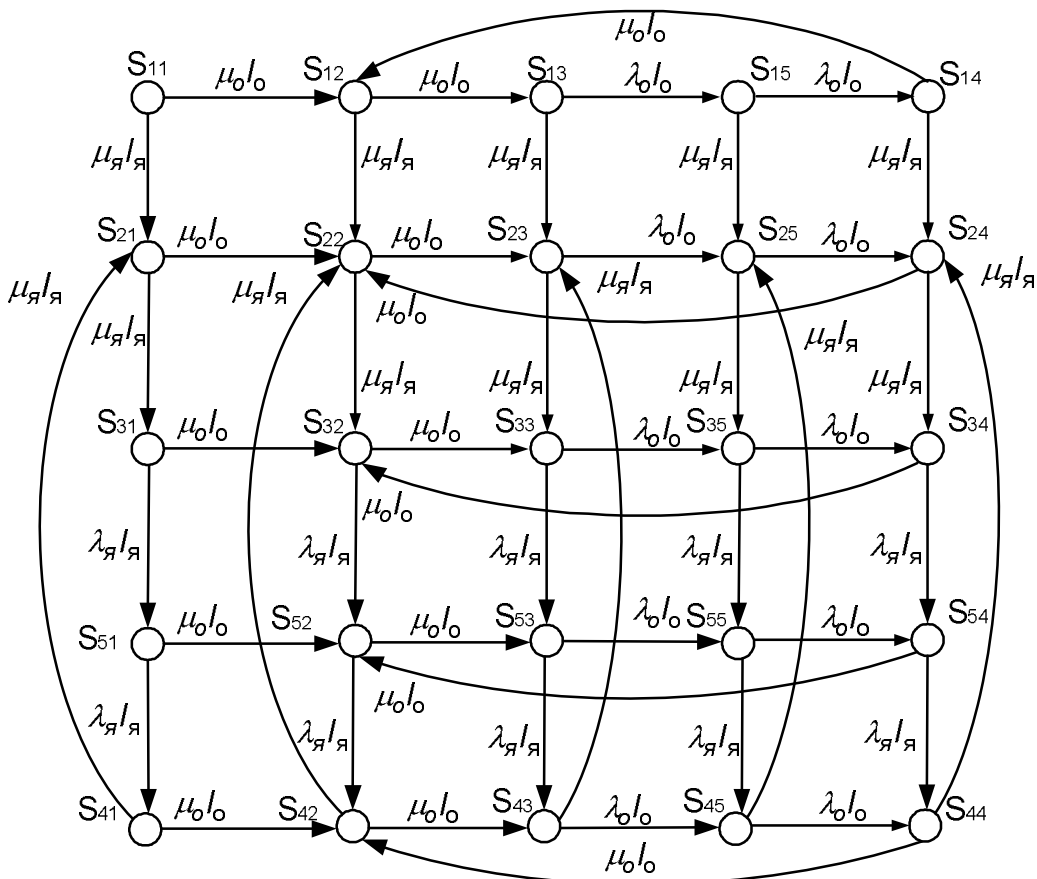


Рис. 3. Розмічений граф переходів системи для послідовності зміни станів (6)

$$\begin{cases}
 \dot{P}_{11}(t) = -(\mu_{\text{я}}I_{\text{я}} + \mu_{\text{о}}I_{\text{о}})P_{11}(t); \\
 \dot{P}_{12}(t) = -(\mu_{\text{я}}I_{\text{я}} + \mu_{\text{о}}I_{\text{о}})P_{12}(t) + \mu_{\text{о}}I_{\text{о}}(P_{11}(t) + P_{14}(t)); \\
 \dot{P}_{13}(t) = -(\lambda_{\text{о}}I_{\text{о}} + \mu_{\text{я}}I_{\text{я}})P_{13}(t) + \mu_{\text{о}}I_{\text{о}}P_{12}(t); \\
 \dot{P}_{14}(t) = -(\mu_{\text{о}}I_{\text{о}} + \mu_{\text{я}}I_{\text{я}})P_{14}(t) + \lambda_{\text{о}}I_{\text{о}}P_{15}(t); \\
 \dot{P}_{15}(t) = -(\lambda_{\text{о}}I_{\text{о}} + \mu_{\text{я}}I_{\text{я}})P_{15}(t) + \lambda_{\text{о}}I_{\text{о}}P_{13}(t); \\
 \dot{P}_{21}(t) = -(\mu_{\text{я}}I_{\text{я}} + \mu_{\text{о}}I_{\text{о}})P_{21}(t) + \mu_{\text{я}}I_{\text{я}}(P_{11}(t) + P_{41}(t)); \\
 \dot{P}_{22}(t) = -(\mu_{\text{я}}I_{\text{я}} + \mu_{\text{о}}I_{\text{о}})P_{22}(t) + \mu_{\text{я}}I_{\text{я}}(P_{12}(t) + P_{42}(t)) + \mu_{\text{о}}I_{\text{о}}(P_{21}(t) + P_{24}(t)); \\
 \dot{P}_{23}(t) = -(\mu_{\text{я}}I_{\text{я}} + \lambda_{\text{о}}I_{\text{о}})P_{23}(t) + \mu_{\text{я}}I_{\text{я}}(P_{13}(t) + P_{43}(t)) + \mu_{\text{о}}I_{\text{о}}P_{22}(t); \\
 \dot{P}_{24}(t) = -(\mu_{\text{о}}I_{\text{о}} + \mu_{\text{я}}I_{\text{я}})P_{24}(t) + \mu_{\text{я}}I_{\text{я}}(P_{14}(t) + P_{44}(t)) + \lambda_{\text{о}}I_{\text{о}}P_{25}(t); \\
 \dot{P}_{25}(t) = -(\lambda_{\text{о}}I_{\text{о}} + \mu_{\text{я}}I_{\text{я}})P_{25}(t) + \mu_{\text{я}}I_{\text{я}}(P_{15}(t) + P_{45}(t)) + \lambda_{\text{о}}I_{\text{о}}P_{23}(t); \\
 \dot{P}_{31}(t) = -(\lambda_{\text{я}}I_{\text{я}} + \mu_{\text{о}}I_{\text{о}})P_{31}(t) + \mu_{\text{я}}I_{\text{я}}P_{21}(t); \\
 \dot{P}_{32}(t) = -(\lambda_{\text{я}}I_{\text{я}} + \mu_{\text{о}}I_{\text{о}})P_{32}(t) + \mu_{\text{о}}I_{\text{о}}(P_{31}(t) + P_{34}(t)) + \mu_{\text{я}}I_{\text{я}}P_{22}(t); \\
 \dot{P}_{33}(t) = -(\lambda_{\text{о}}I_{\text{о}} + \lambda_{\text{я}}I_{\text{я}})P_{33}(t) + \mu_{\text{я}}I_{\text{я}}P_{23}(t) + \mu_{\text{о}}I_{\text{о}}P_{32}(t); \\
 \dot{P}_{34}(t) = -(\mu_{\text{о}}I_{\text{о}} + \lambda_{\text{я}}I_{\text{я}})P_{34}(t) + \mu_{\text{я}}I_{\text{я}}P_{24}(t) + \lambda_{\text{о}}I_{\text{о}}P_{35}(t); \\
 \dot{P}_{35}(t) = -(\lambda_{\text{о}}I_{\text{о}} + \lambda_{\text{я}}I_{\text{я}})P_{35}(t) + \mu_{\text{я}}I_{\text{я}}P_{25}(t) + \lambda_{\text{о}}I_{\text{о}}P_{33}(t); \\
 \dot{P}_{41}(t) = -(\mu_{\text{я}}I_{\text{я}} + \mu_{\text{о}}I_{\text{о}})P_{41}(t) + \lambda_{\text{я}}I_{\text{я}}P_{51}(t); \\
 \dot{P}_{42}(t) = -(\mu_{\text{я}}I_{\text{я}} + \mu_{\text{о}}I_{\text{о}})P_{42}(t) + \lambda_{\text{я}}I_{\text{я}}P_{52}(t) + \mu_{\text{о}}I_{\text{о}}(P_{44}(t) + P_{41}(t)); \\
 \dot{P}_{43}(t) = -(\mu_{\text{я}}I_{\text{я}} + \lambda_{\text{о}}I_{\text{о}})P_{43}(t) + \lambda_{\text{я}}I_{\text{я}}P_{53}(t) + \mu_{\text{о}}I_{\text{о}}P_{42}(t); \\
 \dot{P}_{44}(t) = -(\mu_{\text{о}}I_{\text{о}} + \mu_{\text{я}}I_{\text{я}})P_{44}(t) + \lambda_{\text{я}}I_{\text{я}}P_{54}(t) + \lambda_{\text{о}}I_{\text{о}}P_{45}(t); \\
 \dot{P}_{45}(t) = -(\lambda_{\text{о}}I_{\text{о}} + \mu_{\text{я}}I_{\text{я}})P_{45}(t) + \lambda_{\text{я}}I_{\text{я}}P_{55}(t) + \lambda_{\text{о}}I_{\text{о}}P_{43}(t); \\
 \dot{P}_{51}(t) = -(\lambda_{\text{я}}I_{\text{я}} + \mu_{\text{о}}I_{\text{о}})P_{51}(t) + \lambda_{\text{я}}I_{\text{я}}P_{31}(t); \\
 \dot{P}_{52}(t) = -(\lambda_{\text{я}}I_{\text{я}} + \mu_{\text{о}}I_{\text{о}})P_{52}(t) + \lambda_{\text{я}}I_{\text{я}}P_{32}(t) + \mu_{\text{о}}I_{\text{о}}(P_{54}(t) + \mu_{\text{о}}I_{\text{о}}P_{51}(t)); \\
 \dot{P}_{53}(t) = -(\lambda_{\text{я}}I_{\text{я}} + \lambda_{\text{о}}I_{\text{о}})P_{53}(t) + \lambda_{\text{я}}I_{\text{я}}P_{33}(t) + \mu_{\text{о}}I_{\text{о}}P_{52}(t); \\
 \dot{P}_{54}(t) = -(\mu_{\text{о}}I_{\text{о}} + \lambda_{\text{я}}I_{\text{я}})P_{54}(t) + \lambda_{\text{я}}I_{\text{я}}P_{34}(t) + \lambda_{\text{о}}I_{\text{о}}P_{55}(t); \\
 \dot{P}_{55}(t) = -(\lambda_{\text{о}}I_{\text{о}} + \lambda_{\text{я}}I_{\text{я}})P_{55}(t) + \lambda_{\text{я}}I_{\text{я}}P_{35}(t) + \lambda_{\text{о}}I_{\text{о}}P_{53}(t).
 \end{cases} \tag{9}$$

Припустимо, що система типу «ядро-оболонка» в початковий момент часу цілком справна. Тоді вирішимо систему диференціальних рівнянь (7) за таких початкових умов та вихідних даних:

$$P_{11}(0) = 1, P_{12}(0) = P_{13}(0) = P_{21}(0) = P_{22}(0) = P_{23}(0) = \dots = P_{33}(0) = 0;$$

$$t_{\text{я}} = 16, t_{\text{о}} = 25; t_{\text{BC}}^{\text{я}} = 20, t_{\text{BC}}^{\text{о}} = 58; I_{\text{я}} = 0.5, I_{\text{о}} = 0.25.$$

Аналізуючи граф функціонування системи (рис. 1), відзначимо, що число її станів рахуємо й з кожного з них можна перейти в будь-який інший, тобто, всі стани в системі сполученні, отже, марківський ланцюг – ергодичний. Для процесу функціонування системи існують фінальні ймовірності, знайти які можливо, якщо похідну по часу прирівняти до нуля, що перетворює диференціальні рівняння Колмогорова в систему лінійних алгебраїчних рівнянь [3].

Графіки зміни ймовірностей  $P_{ij}(t)$  у часі представлено на рис. 4.

Неважко помітити, що для функціонування даної системи характерно два режими: перехідний і стаціонарний (що також підтверджено рис. 4). У перехідному режимі має місце істотна залежність ймовірностей станів від часу. Однак з часом ця залежність слабшає й у межі значення ймовірностей станів прагнуть до деяких постійних величин. Ці величини можна знайти, з огляду на те, що в стаціонарному режимі похідні за часом від ймовірностей  $P_{ij}(t)$  дорівнюють нулю, а система диференціальних рівнянь перетвориться в систему лінійних алгебраїчних рівнянь.

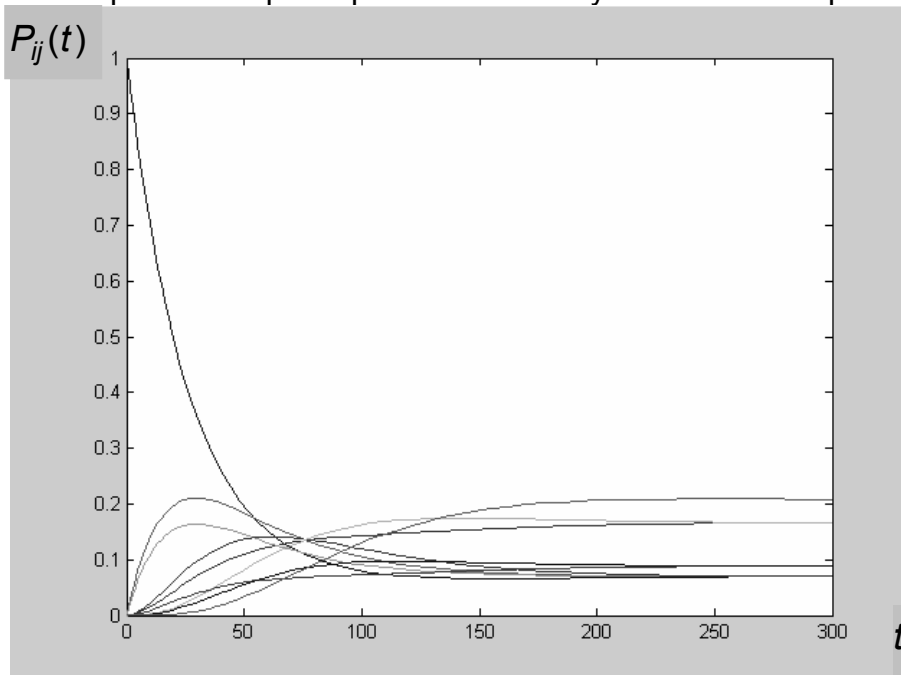


Рис. 4. Залежність ймовірностей  $P_{ij}(t)$  від часу для системи, що розглядається

5. Аналіз знайдених ймовірностей станів системи відповідно до оцінки застати систему в працездатному стані.

Визначимо, що серед основних характеристик, що описують процес функціонування системи з позицій надійності, основними є функція готовності та зворотна їй ймовірність того, що система в заданий момент часу буде непрацездатна [3, 5].

Властивість *готовності* – це здатність системи перебувати в процесі експлуатації значну частку часу в працездатному й готовому до застосування станах. Для визначення функції готовності всю множину можливих станів технічної системи розбивають на дві частини: підмножина станів  $n_1$ , у яких система працездатна, і підмножина станів  $n_2$ , у яких система непрацездатна. Тоді функція готовності прийме вид [5, 2]

$$\Gamma(t) = \sum_{k=1}^{n_1} P_k(t), \quad (10)$$

де  $P_k(t)$  - ймовірність знаходження системи в  $k$ -му працездатному стані.

Отже для послідовності (4) функція готовності визначається сумою ймовірностей, що характеризують такі стани системи  $S_{11}$ ,  $S_{12}$ ,  $S_{13}$ ,  $S_{21}$ ,  $S_{22}$ ,  $S_{23}$ ,



тобто

$$\Gamma(t) = P_{11}(t) + P_{12}(t) + P_{13}(t) + P_{21}(t) + P_{22}(t) + P_{23}(t).$$

Ймовірність застати систему в непрацездатному стані - зворотна величина функції готовності, тобто

$$\Pi(t) = 1 - \Gamma(t) \quad (11)$$

- ймовірність того, що система в момент часу  $t$  буде непрацездатна (буде перебувати в стані змушеного простою), и для прикладу, що розглядається, дорівнює

$$\Pi(t) = P_{31}(t) + P_{32}(t) + P_{33}(t).$$

Як  $\Gamma(t)$ , так і  $\Pi(t)$  визначаються в припущенні, що при  $t = 0$  система справна, тобто  $\Gamma(0) = 1$ ,  $\Pi(0) = 0$ .

Графічну залежність розглянутих характеристик системи від часу представлено на рис. 5.

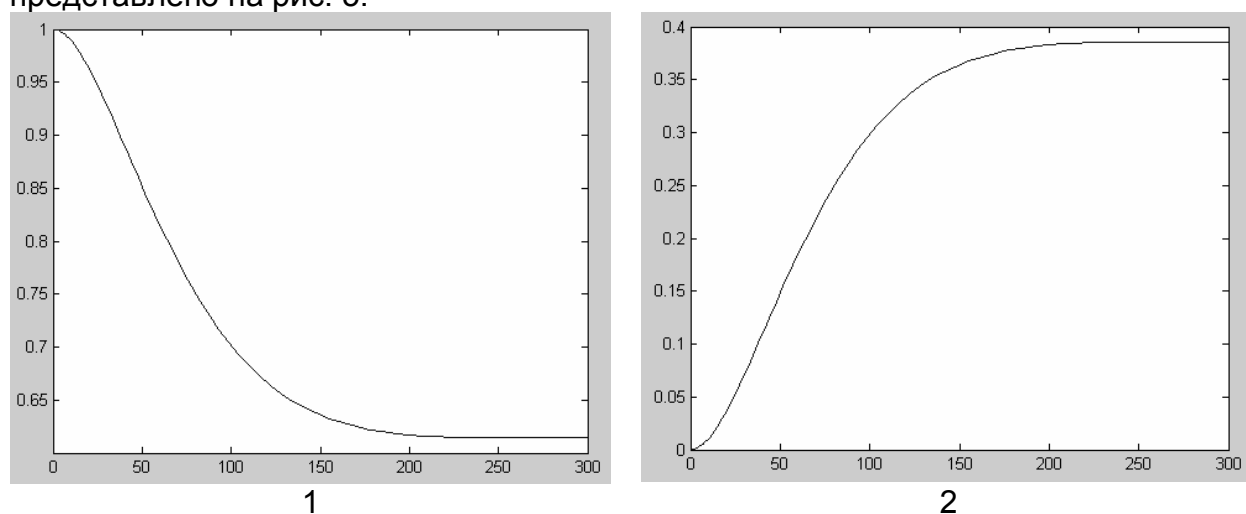


Рис. 5. Залежність основних характеристик системи від часу:

1 – залежність функції готовності від часу; 2 - залежність від часу ймовірності, того, що система буде непрацездатна

Відзначимо, що ймовірність  $\Gamma(t)$  при  $t \rightarrow \infty$  прагне до сталого значення  $k_\Gamma$ :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Gamma(t) = \frac{1}{t + t_{BC}} \int_0^{\infty} P(t) dt = \frac{t}{t + t_{BC}} = k_\Gamma, \quad (12)$$

де  $P(t)$  - ймовірність безвідмовної роботи технічної системи.

$k_\Gamma$  - коефіцієнт готовності, що у ДСТУ 27.002-83 визначається як ймовірність того, що система виявиться в працездатному стані в довільний момент часу, крім планованих періодів, протягом яких застосування системи за призначенням не передбачається.  $k_\Gamma$  розуміють як частку часу, протягом якого система працездатна, від загального часу експлуатації системи [5].

Аналіз рис. 5 довів, що при  $t \rightarrow \infty$ , значення функції готовності прагне до величини  $\Gamma(t \rightarrow \infty) = 0.6148$  (що також підтверджує аналітичне рішення системи лінійних алгебраїчних рівнянь, в які перетворюється система рівнянь (7)). Отже система в процесі експлуатації здатна перебувати в працездатному й готовому до застосування станах в 61,48% випадках.

Відповідно до виразу (12) коефіцієнт готовності ядра дорівнює  $k_I^j = 0.4444$ , оболонки -  $k_I^o = 0.3012$ . Ці дані ще раз підтверджують, що запропонований підхід до аналізу складних систем типу «ядро-оболонка» не суперечить основним системним законам, а саме закону цілісності [3]: загальна властивість системи залежить від властивостей її елементів, але не є простою сумою її складових, тобто

$$F(S) = \Gamma(t \rightarrow \infty) \neq \sum_{e_i \in E}^n F(e_i) = k_I^j + k_I^o.$$

6. Розробка рекомендацій щодо поліпшення характеристик системи. В умовах прикладу, що розглядається, оцінімо, як впливає зміна параметрів окремих елементів системи на її загальні характеристики, а саме, на функцію готовності, та сформуємо рекомендації щодо поліпшення цієї характеристики. Отже, виходячи з визначення функції готовності, слід так підібрати параметри елементів системи, щоб вона прагнула до максимуму, тобто

$$\Gamma(t) = f(t_j, t_o, t_{BC}^j, t_{BC}^o, l_j, l_o) \rightarrow \max.$$

Графічну залежність функції готовності від параметрів окремих елементів системи представлено на рис. 6 - 8.

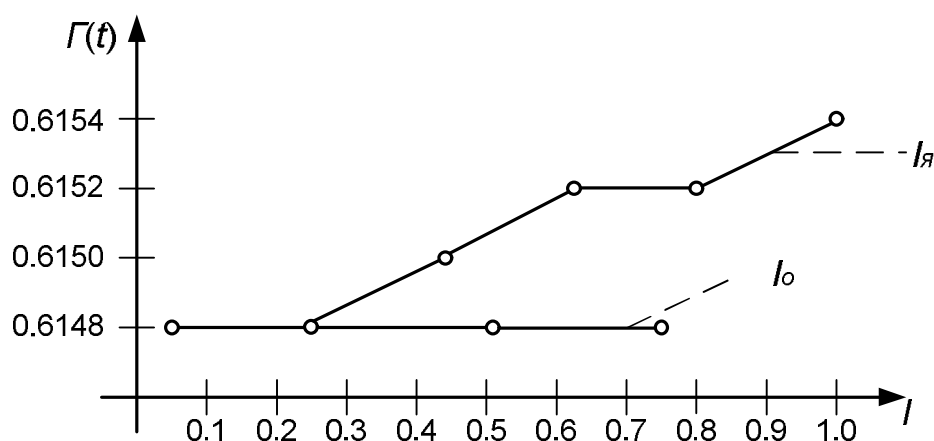


Рис. 6. Залежність функції готовності системи від повноти контролю елементів ядра та оболонки

Аналіз цих залежностей довів таке:

- зміна параметрів оболонки не суттєво впливає на системну характеристику, тому не має сенсу збільшувати повноту контролю або шукати більш надійні складові для оболонки (з рис. 8 видно, що збільшення надійності елементів утворює, спричинило те, що ймовірність застати систему в працездатному стані, збільшилася лише на 0,0004);
- збільшення часу відновлення елементів системи призводить до зменшення функції готовності, тому, особливо, для відновлення елементів ядра слід залучати фахівців високого рівня;
- зменшення часу між відмовами призводить до зменшення функції готовності, отже, особливо, для ядра слід підбирати більш надійні елементи.

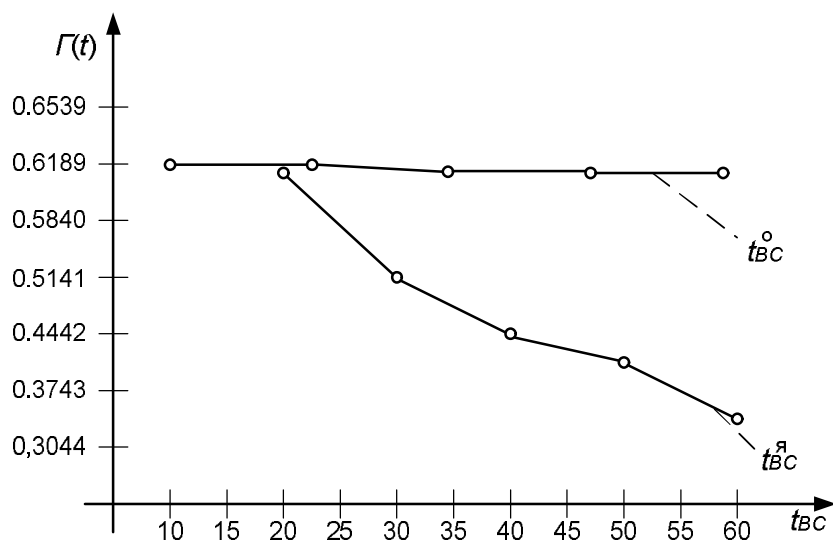


Рис. 7. Залежність функції готовності системи від часу відновлення

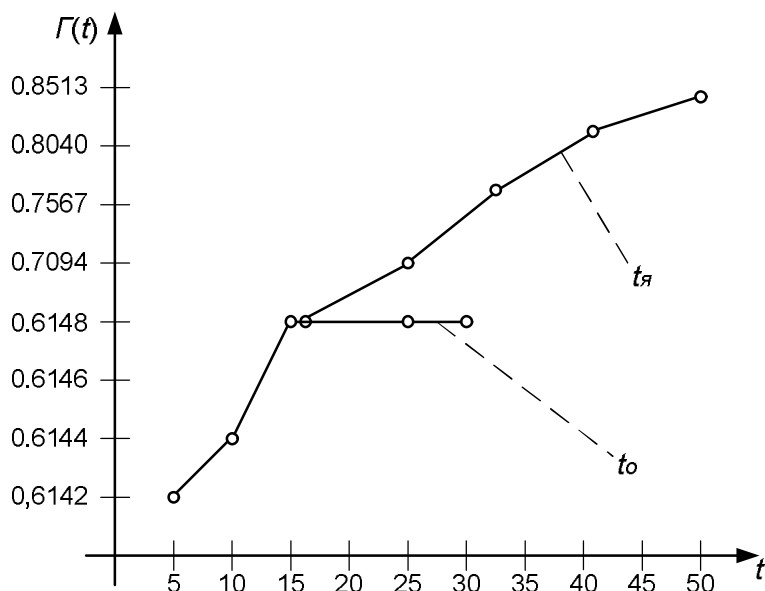


Рис. 8. Залежність функції готовності системи від часу між відмовами

Таким чином, вибір параметрів  $t_я = 50$ ,  $t_o = 25$ ;  $t_{BC}^я = 20$ ,  $t_{BC}^o = 58$ ;  $I_я = 1.0$ ,  $I_o = 0.25$ , такими, що рекомендуються, дозволив збільшити функцію готовності до 0,8472.

**Висновок.** Відповідно до сучасних вимог і тенденцій розвитку запропоновано концептуальний підхід до аналізу складних систем, в складі яких виділено два основних елементи - ядро й оболонку. Проаналізовані варіанти функціонування подібних систем відповідно до вимог НТД і побудовані відповідні моделі. Проведено аналіз адекватності цих моделей відповідно до загальних системних підходів. Одержані чисельні результати, розроблені рекомендації. Звичайно, отримані чисельні результати не є універсальними, але дозволяють у рамках запропонованого підходу дослідження динамічних систем простежити тенденцію до зміни, необхідну для прийняття рішень.

### Список літератури

1. Воронюк М. «Главная артерия» интеллектуального здания. – Світ автоматизації. - 2008. - №3 (17). – С. 46-50.
2. Даншина С.Ю. Анализ систем типа «ядро-оболочка» // Труды Междунар. науч.-техн. конф. «Информационные компьютерные технологии в машиностроении». – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «Харьк. авиац. ин-т», 2008. – Т. 2. – С. 179.
3. Вероятностные методы в вычислительной технике / Крайников А.В., Курдинов Б.А., Лебедев А.Н. и др.; Под ред. А.Н. Лебедева и Е.А Чернявского – М.: Высш. шк., 1986. – 312 с.
4. Мелешенко С.Ю., Долгополая О.Ю., Луханин М.И. Системный анализ в производстве электронных аппаратов. – Учеб. пособие по лаб. практикуму. - Х.: Нац. аэрокосм ун-т «ХАИ», 2005. – 51 с.
5. Дружинин Г.В. Надежность автоматизированных производственных систем. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 480 с.

**Рецензент:** к.т.н., проф. М.Ф. Бабаков, Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського «ХАИ», м. Харків

Поступила в редакцию 05.05.09

### Концептуальный подход к исследованию сложных систем типа «ядро-оболочка»

Предложен общий подход анализа сложных систем, в составе которых выделяют два основных элемента – ядро и оболочку. Проанализированы возможные варианты функционирования подобных систем в соответствии с требованиями научно-технической документации. Построены модели, проведен анализ адекватности этих моделей на предмет непротиворечивости их общим системным подходам. Получены численные результаты, разработаны рекомендации относительно улучшения характеристик сложных систем.

**Ключевые слова:** ядро, оболочка, состояние системы, последовательность переходов, граф, уравнения Колмогорова, функция готовности.

### Conceptual approach to research of complex systems of “kernel-cover type”

The general approach of the analysis of difficult systems in which structure allocate two basic elements - a kernel and a cover is offered. Possible variants of functioning of similar systems according to requirements of the scientific and technical documentation are analysed. Models are constructed; the analysis of adequacy of these models about consistency to their general system approaches is carried out. Numerical results are received; recommendations concerning improvement of characteristics of difficult systems are developed.

**Keywords:** a kernel, a cover, a system's condition, sequence of junctions, columns, Kolmogorov's equations, readiness function.