

Передача направленной по моменту локальной нагрузки на крыльевую панель. Модель второго уровня

Национальный аэрокосмический университет им.Н.Е. Жуковского «ХАИ»

Предложено рассмотрение задачи о передаче локальных нагрузок через бортовую балку на ортотропную пластину, работающую на нормальные и касательные напряжения в предположении отсутствия поперечных деформаций. Решение получено в быстросходящихся рядах.

Ключевые слова: панель крыла, локальная нагрузка, бортовая балка, оптимальное подкрепление.

Введение

Рассматриваемая проблема имеет важное значение при проектировании силовой конструкции несущих поверхностей планера самолета.

При отклоненном состоянии элементов механизации несущих поверхностей появляются локальные нагрузки, приводящие к напряжениям и деформациям с высокими градиентами и локализованными в ограниченных областях.

Аналитическое решение такой проблемы отсутствует, что исключает возможность проведения всестороннего анализа влияния основных параметров деформируемой системы на распределение полей напряжений и деформаций. В этом заключается актуальность поставленной задачи.

Простейшая одномерная математическая модель задачи предложена в работе [1], а ее всесторонний параметрический анализ выполнен в работе [2]. Там же благодаря простоте модели удалось сформулировать и решить задачу оптимального подкрепления (прямая и обратная задачи).

Основной недостаток модели – представление системы как монококовой, что во многих случаях приводит к недопустимым погрешностям.

Ниже рассмотрена модель рисунок 1 следующего уровня, в которой обшивка уже работает на продольные нормальные напряжения σ_x при единственном допущении $\varepsilon_y = 0$ (откуда следует равенство нулю коэффициента Пуассона) и малость нормальных напряжений σ_y , которые могут быть все-таки, определены из неиспользованного уравнения равновесия.

Таким образом, решение полученное при данных упрощениях, будет приближенным. Какая при этом вносится в расчет погрешность, оценить априорно не удастся; для апостериорной оценки погрешности необходимо решить задачу, исходя либо из общих уравнений теории упругости (что довольно сложно), либо из приближенной модели, построенной на основании какого-либо встречного вариационного принципа. В последнем случае можно получить лишь грубые оценки.

1. Вывод основного уравнения и краевых условий

Принимая $\varepsilon_y = 0$, $\nu_1 = 0$, мы допускаем, что модуль упругости E_y стремится к бесконечности ($E_y = \infty$). Если обшивка подкреплена частым набором и в

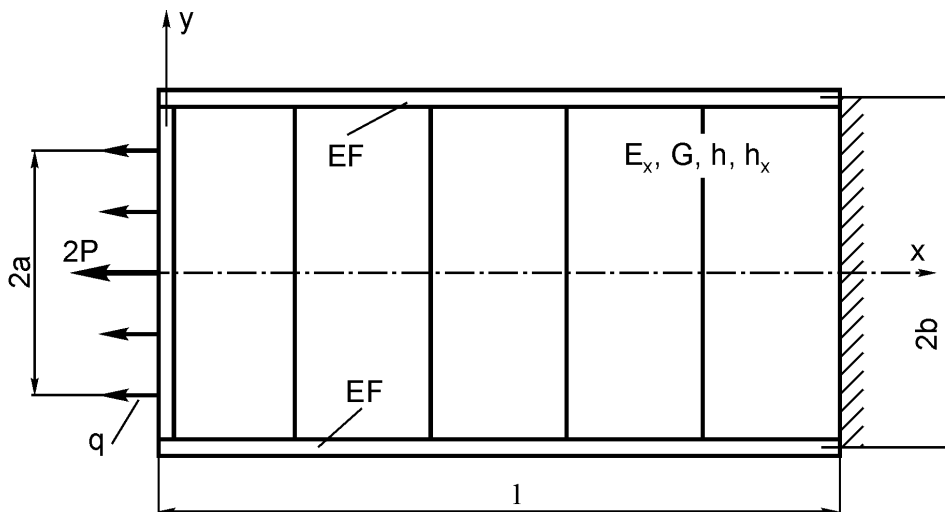


Рис. 1 Схема панели

направлении оси x , то положим что $h_x = h + \frac{F_x}{t_x}$, где h – толщина обшивки; F_x – площадь сечения стрингера, идущего вдоль оси x (на самом деле – это рядовые нервюры с приведенной площадью сечений полок F_x); t_x – расстояние между стрингерами, идущими вдоль оси x (расстояние между рядовыми нервюрами).

Учитывая сделанные предположения, соотношения закона Гука представим в виде

$$S = Gh\gamma, \quad T = T_x h_x \varepsilon_x \text{ Ю}, \quad (1)$$

где ε_x – деформация панели в направлении оси x , γ – сдвиговая деформация, G – модуль сдвига обшивки, T – удельное продольное усилие в обшивке, S – поток касательных сил в обшивке,

$$E_x = E + (E_H - E) \frac{F_H}{t_H h_x}. \quad (2)$$

Здесь величины, отмеченные индексом "H", относятся к рядовым нервюрам, и при их отсутствии $E_x = E$, где E – модуль упругости материала обшивки.

На основе вариационного принципа Лагранжа [4] приходим к уравнениям равновесия и статическим граничным условиям. Уравнения имеют вид:

$$N' = kbS_{y=1}, \quad \frac{\partial T}{kb\partial x} + \frac{\partial S}{b\partial y} = 0, \quad \frac{dN_0}{bdy} = S_{x=0}, \quad (3)$$

$$\frac{dM_0}{bdy} = -Q_0, \quad \frac{dQ_0}{bdy} = -T_{x=0} + q(y),$$

где величины, отмеченные индексом "0", относятся к краевой нагруженной балке с площадью поперечного сечения F_0 , моментом инерции J_0 , модулем упругости E_0 ; N – продольное усилие в стержнях, параллельных оси x ; штрих означает дифференцирование по безразмерной координате x :

$$x = \frac{x_0}{kb}, \quad y = \frac{y_0}{b}, \quad \bar{l} = \frac{l}{kb},$$

где x_0, y_0 – размерные координаты, $k^2 = \frac{E_x h_x}{Gh}$ – безразмерный параметр, \bar{l} –

безразмерная длина.

Из равновесия в целом нагруженной балки следуют соотношения

$$\int_{-1}^1 S(x=0, y) dy = 0, 2P = b \int_{-1}^1 T(x=0, y) dy + 2N_1(x=0). \quad (4)$$

Прогиб нагруженной балки $u_0 = u(x=0, y)$ связан с моментом $M_0(y)$ равенством

$$\frac{E_0 J_0}{b^2} \frac{d^2 u_0}{dy^2} = M_0. \quad (5)$$

В последнем уравнении (3) $q(y)$ означает некоторую распределенную нагрузку, приложенную к нагруженной балке; положительное направление этой нагрузки показано на рисунке 1.

Соотношения закона Гука с учетом зависимостей Коши можно теперь записать в виде

$$T = \frac{E_x h_x}{kb} \frac{\partial u}{\partial x}, \quad S = \frac{Gh}{b} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{k} \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad (6)$$

$$N = \frac{EF}{kb} \frac{\partial u}{\partial x_{y=\pm 1}}. \quad (7)$$

Подставив выражение для S из формулы (6) в первое равенство в (4), получим

$$\int_{-1}^1 \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{k} \frac{\partial v}{\partial x} \right) dy = 0 \Rightarrow (x, y=1) - u(u, y=-1) + \frac{2}{k} \frac{\partial v}{\partial x} = 0. \quad (8)$$

Здесь было учтено, что из равенства $\varepsilon_y = 0$ следует, что функция v не зависит от y . Из симметрии системы следует, что $u(x, y=1) = u(x, y=-1)$, тогда из формулы (8) получаем

$$\frac{\partial v}{\partial x} = 0 \Rightarrow v = const, \quad (9)$$

а поскольку при $x = \bar{\ell}$ $v = 0$, то получаем: $v \equiv 0$.

Введем теперь выражения для T и S (с учетом $v \equiv 0$) из формул (6) в уравнение равновесия (3). В результате запишем

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0. \quad (10)$$

Это и есть искомое основное уравнение, которое представляет собой уравнение Лапласа. Таким образом, функция $u(x, y)$ является гармонической. Отметим, что если исходить из общих уравнений теории упругости, то функция $u(x, y)$ оказывается бигармонической. То, что порядок исходного уравнения снизился с четырех до двух, является следствием принятых упрощений. Это существенный недостаток принятого подхода, так как оказывается невозможным удовлетворить всем краевым условиям, вытекающим из плоской задачи теории упругости.

В то же время указанное обстоятельство является преимуществом данного подхода, так как построение решений краевых задач для уравнения Лапласа существенно проще, чем для бигармонического уравнения. Следует отметить, что

получить точное решение рассматриваемой задачи с позиций теории упругости пока не удастся. В обоснование принятого подхода можно привести и тот факт, что всякая гармоническая функция является в то же время и бигармонической. Следовательно, основные (главные) особенности точного решения при заданном подходе будут учтены. Но, несмотря на доводы, в пользу настоящего подхода, его приближенность не избавляет нас от необходимости провести апостериорный анализ полученного решения.

Сформулируем краевые условия задачи. Первое условие очевидно, так как из условия закрепления при $x = \bar{\ell}$ имеем

$$u(x = \bar{\ell}, y) = 0. \quad (11)$$

На краях $y = \pm 1$ должны быть выполнены условия упругого сопряжения стержней и пластины, т.е. перемещения u стержней и пластины должны быть равны и, кроме того, должны выполняться условия равновесия ребер, взаимодействующих посредством потоков касательных сил S :

$$N' = kbS \Rightarrow \frac{EF}{kb} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \Big|_{y=\pm 1} = \pm kb \frac{Gh}{b} \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=\pm 1} \Rightarrow \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \mp \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=\pm 1} = 0, \quad \mu = \frac{EF}{E_x h_x b}. \quad (12)$$

При $x = 0$ должны быть выполнены условия упругого сопряжения нагруженной балки и пластины. Исключая из двух последних уравнений в (3) перерезывающую силу Q_0 и учитывая (5), получаем четвертое краевое условие

$$\left(\frac{E_0 J_0}{b^4} \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} - T \right) \Big|_{x=0} = -q(y), \quad (13)$$

где $q(y)$ – распределенная нагрузка, приложенная к балке и направленная в сторону, противоположную направлению оси x .

Отметим, что из условия симметрии по y следует четность по y искомой функции $u(x, y)$. Тогда, отыскивая решение в классе четных функций, достаточно удовлетворить лишь одному из условий (12), например, при $y = 1$.

Подводя итог, отметим, что поставленная задача свелась к смешанной задаче для уравнения Лапласа. Краевые условия (12) и (13) содержат производные второго и четвертого порядков, и, следовательно, полученная краевая задача является некорректной, так как содержит неустойчивые краевые условия. Это означает, что решение краевой задачи может быть определено, если искомая функция достаточно число раз (в рассматриваемом случае – как минимум четыре раза) является дифференцируемой вплоть до границы. Из эллиптичности уравнения Лапласа следует бесконечная дифференцируемость функции $u(x, y)$ в любой открытой области, целиком содержащейся в заданном прямоугольнике. Дифференцируемость вплоть до границы зависит от свойств самой границы, и чем большую гладкость имеет граница, тем выше гладкость искомой функции на границе. В рассматриваемом случае граница лишь непрерывна по Липшицу, и для обеспечения существования нужных производных вплоть до углов прямоугольника необходимо выполнить в углах определенные условия согласования. Условия согласования записывать не будем, так как ниже будет дано точное решение задачи, а следовательно, в нем будут содержаться все особенности искомого решения, которые можно при необходимости выделить.

2. Решение краевой задачи

Краевые условия задачи таковы, что допускают полное разделение переменных, в результате чего удается получить точное решение. Положим, что

$$u(x, y) = U(x)V(y), \quad (14)$$

и разделим переменные в уравнении (10), в результате получим уравнения

$$U'' - \lambda^2 U = 0, \quad V'' + \lambda^2 V = 0, \quad (15)$$

причем функция $V(y)$ по условию четная. Тогда для функций $u(x, y)$ найдем

$$u(x, y) = (C_1 \operatorname{ch} \lambda x + C_2 \operatorname{sh} \lambda x) \cos \lambda y, \quad (16)$$

где λ – неопределенный пока параметр ($\lambda \geq 0$).

Из краевого условия (11) следует

$$C_2 = -C_1 \operatorname{cth} \lambda \bar{\ell}. \quad (17)$$

Из краевого условия (12), записанного при $y = 1$, получаем трансцендентное уравнение для определения параметра λ :

$$\operatorname{tg} \lambda + \mu \lambda = 0. \quad (18)$$

Если построить графики функций $f_1(\lambda) = \operatorname{tg} \lambda$, $f_2(\lambda) = -\mu \lambda$, то легко заметить, что точки пересечения этих графиков находятся правее точек $\alpha_k = \pi k - \frac{\pi}{2}$, $k = 1, 2, \dots$. Поэтому положим, что

$$\lambda_k = \alpha_k + \beta_k, \quad \alpha_k = \lambda_k - \frac{\pi}{2} \quad k = 1, 2, \dots \quad (19)$$

Тогда для определения чисел $\beta_k \left(0 < \beta_k < \frac{\pi}{2} \right)$ получаем более простое уравнение (β_k мало):

$$\operatorname{tg} \beta_k = \frac{1}{\mu(\alpha_k + \beta_k)}. \quad (20)$$

Отметим, что числа β_k должны быть вычислены с большой точностью. Для решения уравнений (20) можно применить метод Ньютона или Ньютона-Канторовича.

При $\lambda = 0$ из уравнений (15) следует, что существует еще решение $u_0(x, y)$, являющееся линейной функцией от x и y . Функция $u_0(x, y)$, удовлетворяющая условиям (11) и (12), имеет вид

$$u_0(x, y) = (x - \bar{\ell}) C_0. \quad (21)$$

Складывая теперь решения (16) при значениях λ_k , являющихся корнями уравнения (18), с решением u_0 , получаем искомую функцию в виде

$$u = C_0(x - \bar{\ell}) + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \operatorname{sh} \lambda_k (\bar{\ell} - x) \cos \lambda_k y. \quad (22)$$

Для определения постоянных C_0 и C_k необходимо выполнить оставшееся краевое условие (13) и обеспечить равновесие в целом нагруженной балки, выраженное в виде второго условия в (4). Имеем

$$T(x=0, y) = \frac{E_x h_x}{kb} \frac{\partial u}{\partial x_{x=0}} = \frac{E_x h_x}{kb} \left(C_0 - \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k C_k \operatorname{ch} \lambda_k \bar{\ell} \cos \lambda_k y \right),$$

$$b \int_{-1}^1 T(x=0, y) dy = \frac{2E_x h_x}{k} \left(C_0 - \sum_{k=1}^{\infty} C_k ch \lambda_k \bar{\ell} \sin \lambda_k \right).$$

Тогда из условия (4) получаем

$$P_k = E_x h_x (1 + \mu) C_0 - E_x h_x \sum_{k=1}^{\infty} C_k ch \lambda_k \bar{\ell} \cos \lambda_k (tg \lambda_k + \mu \lambda_k).$$

Так как в силу уравнения (18) сумма равна нулю, то

$$C_0 = \frac{P_k}{(1 + \mu) E_x h_x}. \quad (23)$$

При выполнении краевого условия (13) будем различать два случая приложения нагрузки: а) нагрузкой является сосредоточенная центрально приложенная сила величиной $2P$, б) распределенная симметричная по y нагрузка $q(y)$ имеет равнодействующую $2P$ и направлена противоположно положительному направлению оси x . Предположим, что такая нагрузка передается через некоторое нагрузочное абсолютно жесткое устройство на участке длиной $2a$ (см. рисунок 1), тогда можно считать $q(y) = const$ на участке

$$-\frac{a}{b} \leq y \leq \frac{a}{b}, \quad q(y) \equiv 0 \text{ вне этого участка и } qa = P.$$

Случай приложения сосредоточенной нагрузки $2P$.

$$\text{Тогда} \quad q(y) = \frac{2P}{b} \delta(y), \quad (24)$$

где $\delta(y)$ – сосредоточенная в нуле дельта-функция Дирака.

Из краевого условия (13) получаем

$$\sum_{k=1}^{\infty} C_k \kappa_k \lambda_k y = C_0 (1 - 2(1 + \mu) \delta(y)), \quad (25)$$

$$\kappa_k = \rho \lambda_k^4 sh \lambda_k \bar{\ell} + \lambda_k ch \lambda_k \bar{\ell}, \quad \rho = \frac{E_0 J_0}{b^3 \sqrt{E_x h_x G h}}.$$

Для того, чтобы получить возможность определения отсюда постоянных C_k , мы должны разложить в ряд последние $\cos \lambda_k y$, $k = 1, 2, \dots$ правую часть равенства (25). Однако нетрудно проверить, что система функций $\cos \lambda_k y$ не ортогональна на интервале $(-1; 1)$, хотя и полна. Действительно, вычисления дают ($n \neq k$):

$$\int_{-1}^1 \cos \lambda_k y \cos \lambda_n y dy = -2\mu \cos \lambda_k \cos \lambda_n \neq 0.$$

Отсюда следует, что при разложении любой функции $f(y) \in L_2(-1; 1)$ в ряд по системе $\cos \lambda_k y$ необходимо решать бесконечные системы линейных алгебраических уравнений (следствие неортогональности системы $\cos \lambda_k y$). Хотя этой процедуры можно избежать. Поскольку любые ряды можно интегрировать, то можно вместо разложения заданных функций в ряды по системе $\cos \lambda_k y$ найти разложения интегралов от этих функций в ряды по системе $\sin \lambda_k y$ и избежать тем самым решения бесконечных систем, если, конечно, последняя система является

ортогональной, что действительно имеет место, т.е. ($k \neq n$):

$$\int_{-1}^1 \sin \lambda_n y \sin \lambda_n y dy = 0,$$

а при $k = n$ получаем квадрат нормы функций из системы $\sin \lambda_k y$:

$$\|\sin \lambda_k y\|^2 = \int_{-1}^1 \sin^2 \lambda_k y dy = \frac{1 + \mu + \mu^2 \lambda_k^2}{1 + \mu^2 \lambda_k^2}, \quad (26)$$

откуда видно, что при больших номерах k данная система близка к ортонормированной.

Разложив в ряд по системе $\sin \lambda_k y$ функцию $f(y) = y$, запишем

$$y = -2(1 + \mu) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin \lambda_k}{\lambda_k (1 + \mu + \mu^2 \lambda_k^2) \cos \lambda_k},$$

откуда путем дифференцирования находим

$$1 = -2(1 + \mu) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos \lambda_k y}{(1 + \mu + \mu^2 \lambda_k^2) \cos \lambda_k}. \quad (27)$$

Чтобы получить разложение в ряд по системе $\cos \lambda_k y$ функции $f(y) = \delta(y)$, разложим в ряд по системе $\sin \lambda_k y$ функцию $f(y) = \text{sign} y$, где

$$\text{sign} y = \begin{cases} -1, & -1 < x < 0 \\ 1, & 0 < x < 1 \end{cases},$$

а затем, пользуясь известным равенством [3]

$$\frac{1}{2}(\text{sign} y)' = \delta(y),$$

запишем разложение $\delta(y)$ в ряд по системе $\cos \lambda_k y$. Выполнив данную процедуру, найдем

$$\delta(y) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(1 - \cos \lambda_k)(1 + \mu^2 \lambda_k^2) \cos \lambda_k y}{\kappa_k \cos \lambda_k (1 + \mu + \mu^2 \lambda_k^2)}. \quad (28)$$

Внося разложения (27) и (28) вместо единицы и дельта-функции, определим C_k

$$C_k = -2(1 + \mu) C_0 \frac{1 + \cos \lambda_k (1 - \cos \lambda_k)(1 + \mu^2 \lambda_k^2)}{\kappa_k \cos \lambda_k (1 + \mu + \mu^2 \lambda_k^2)}. \quad (29)$$

Пусть далее нагрузкой является симметрично распределенная погонная сила с интенсивностью $q = \frac{P}{a}$, приложенная на участке $-\frac{a}{b} < y < \frac{a}{b}$.

В этом случае в правую часть уравнения (25) вместо функции $2\delta(y)$ необходимо ввести функцию

$$\varphi(y) = \begin{cases} 0, & |y| > \alpha \\ \frac{1}{\alpha}, & |y| \leq \alpha \end{cases}, \quad \alpha = \frac{a}{b}. \quad (30)$$

Разложим теперь в ряд по системе $\sin \lambda_k y$ функцию

$$\theta(y) = \begin{cases} 1, & |y| > \alpha \\ \frac{1}{\alpha} y, & |y| \leq \alpha \end{cases},$$

а затем из равенства $\theta'(y) = \varphi(y)$ найдем разложение в ряд по системе $\cos \lambda_k y$ функции $\varphi(y)$.

Выполнив эту процедуру, определим

$$\varphi(y) = -2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos \lambda_k \alpha (\lambda_k \alpha - \operatorname{tg} \lambda_k \alpha) (1 + \mu^2 \lambda_k^2)}{\lambda_k \alpha (1 + \mu + \mu^2 \lambda_k^2)}. \quad (31)$$

Тогда из уравнения (25) с учетом разложения (31) и приведенного выше получим:

$$C_k = -2(1 + \mu) C_0 \frac{1 + \cos \lambda_k \cos \lambda_k \alpha \left(\frac{\operatorname{tg} \lambda_k \alpha}{\lambda_k \alpha} - 1 \right) (1 + \mu^2 \lambda_k^2)}{\kappa_k \cos \lambda_k (1 + \mu + \mu^2 \lambda_k^2)}. \quad (32)$$

Функция $u(x, y)$, заданная равенством (22) с учетом формул (23) и (29) – (приложение сосредоточенной нагрузки), или формул (23) и (32) – (приложение распределенной нагрузки), определена полностью. Компоненты напряженного состояния получают с помощью функции $u(x, y)$ по формулам, приведенным ниже.

Пластина

$$T(x, y) = \frac{E_x h_x}{kb} \frac{\partial u}{\partial x}, \quad S(x, y) = \frac{Gh}{b} \frac{\partial u}{\partial y}. \quad (33)$$

Стержень

$$N(x) = \frac{EF}{kb} \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{y=1}, \quad u(x) = u(x, y = 1). \quad (34)$$

Нагруженная балка

$$M_0(y) = \frac{E_0 J_0}{b^2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Big|_{x=0}, \quad Q_0(y) = - \frac{E_0 J_0}{b^3} \frac{\partial^3 u}{\partial y^3} \Big|_{x=0}, \quad (35)$$

$$u_0(y) = u(x = 0, y), \quad N_0(y) = b \int_0^1 S(x = 0, y) dy - b \int_0^y S(x = 0, y) dy.$$

Отметим, что хотя второе уравнение равновесия элемента обшивки при принятых упрощениях не следует из вариационного принципа Лагранжа, но учитывая приближенный характер полученного решения, можно потребовать, чтобы второе уравнение равновесия было все же выполнено. В принятых обозначениях это уравнение имеет вид

$$\frac{1}{b} \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{1}{kbh} \frac{\partial S}{\partial x} = 0. \quad (36)$$

Полагая, что $\sigma_y = \frac{R}{h_1}$, где R – погонное нормальное усилие, и подставляя

сюда выражение S через перемещение $u(x, y)$ по формуле (33), получаем

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{R}{h_1} + \frac{Gh}{kbh_1} \frac{\partial u}{\partial x} \right) = 0,$$

откуда после интегрирования по y с учетом условий симметрии и того, что стержни на изгиб в плоскости панели не работают, запишем формулу для погонного усилия R :

$$R(x, y) = \frac{Gh}{kb} \left(\frac{\partial u(x, y)}{\partial x} \Big|_{y=1} - \frac{\partial u(x, y)}{\partial x} \Big|_{y=-1} \right) \frac{h_1}{h}. \quad (37)$$

По формуле (37) при необходимости могут быть оценены величины нормальных напряжений $\sigma_y = \frac{R}{h_1}$, где величина h_1 – приведенная толщина обшивки (с учетом стрингеров) в направлении оси y – определяется формулой

$$h_1 = h + \frac{F_{cmp}}{t}.$$

Погонные усилия T и S , определяемые бесконечными рядами (обозначим их через T_1 и S_1), при любом фиксированном значении являются самоуравновешенными, т.е. справедливы равенства:

$$\int_{-1}^1 T_1(x = const, y) dy = 0, \quad (38)$$

$$\int_{-1}^1 y T_1(x = const, y) dy = 0, \quad \int_{-1}^1 S_1(x = const, y) dy = 0.$$

Последние два равенства из (38) следуют из нечетности подинтегральных функций, а первое – из второго условия в [4].

Ряды для компонент напряженно-деформированного состояния обладают очень хорошей сходимостью, и при проведении практических расчетов достаточно ограничиться удержанием двух-трех (нередко достаточно и одного) членов. Коэффициенты этих рядов в угловых точках ($x=0, y=\pm 1$), где сходимости наихудшая, имеют при больших k , как можно показать, следующие порядки:

$$u \approx \frac{1}{(2k-1)^6}, \quad T \approx \frac{1}{(2k-1)^5}, \quad S \approx \frac{1}{(2k-1)^4} \quad k \rightarrow \infty, \quad (39)$$

т.е. наихудшей (но не плохой) сходимостью обладают ряды для потоков касательных сил.

При решении трансцендентного уравнения для β_k (20) необходимо иметь в виду следующее. Если k таково, что выполнено условие

$$2k-1 \geq \frac{25}{\mu}, \quad (40)$$

являющееся условием замены в уравнении (20) величины $tg\beta_k$ величиной самого угла β_k , то β_k можно определять по приближенной формуле

$$\beta_k = \frac{1}{\mu\alpha_k}, \quad (41)$$

или по более точной формуле

$$\beta_k = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\alpha_k^2 + \frac{4}{\mu}} - \alpha_k \right). \quad (42)$$

При получении формулы (41) в уравнении (20) было принято $\beta_k = tg\beta_k$, а в знаменателе правой части отброшено β_k как малая по сравнению с α_k , а при

получении (42) величина β_k в правой части сохранена. При больших k , удовлетворяющих условию (40), в выражениях (29) и (32) можно допустить замену:

$$\cos \lambda_k = (-1)^k \sin \beta_k \approx (-1)^k \beta_k. \quad (43)$$

Решение краевой задачи этим можно завершить.

Список литературы

1. Халилов С.А. Передача направленной по полету локальной нагрузки на крыльевую панель. Модель первого уровня / С.А. Халилов, С.И. Весельский // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Вып.42 – X., 2009. – С.87–96.
2. Весельский С.И. Передача направленной по полету локальной нагрузки на крыльевую панель. Упрощенная модель первого уровня. Оптимальное подкрепление. / С.И. Весельский // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Вып.43 – X., 2009. – С.93–108.
3. Григолюк Э.И. Контактные задачи теории пластин и оболочек. / Э.И. Григолюк, В.М. Толкачев // М. Машиностроение, 1980. – 411с.
4. Суетин П.К. Классические ортогональные многочлены. / П.К. Суетин // М.: Наука –1979. – 416с.

Рецензент: д.ф.– м.н., проф., зав.каф. А.Г. Николаев, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ» г.Харьков.

Поступила в редакцию 22.12.09

Передача направленного по напрямку польоту локального навантаження на панель крила. Модель другого рівня

Запропоновано розгляд задачі щодо передачі локального навантаження через бортову балку на ортотропну пластину, яка працює на нормальні та дотичні навантаження при допущенні відсутності поперечних деформацій. Рішення одержано у швидкозбіжних рядах.

Ключові слова: панель крила, локальне навантаження, бортова балка, оптимальне підкріплення.

The transferring of flight directed local load to the wing panel. The model of second level

The problem of local loads transferring to the orthotropic plate through the beam is reviewed.

The orthotropic plate works with normal and tangential stresses, it is assumed that transverse strains are absent.

The solution is obtained in the rapidly converging series.

Keywords: wing panel, local load, borne beam, optimal stabilization.