УДК 519.241.27 М.В. Лежнина, В.Г. Сухоребрый

Вероятность устойчивости как количественная мера запасов устойчивости систем стабилизации ракет-носителей

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

Показано, что система стабилизации ракет-носителей представляет собой стохастическую систему регулирования, в которой в качестве объекта регулирования выступает динамика РН, а в качестве регулятора – автомат стабилизации. Наиболее сложной задачей проектирования систем стабилизации является обеспечение устойчивости. Проведен анализ существующих методов оценки устойчивости стохастических динамических систем и показано, что наиболее эффективной количественной оценкой является вероятность устойчивости. Раскрыты достоинства такой оценки при проектировании систем стабилизации ракет-носителей.
Ключевые слова: ракета-носитель, система стабилизации, случайные возмущения, стохастическая система, устойчивость, запасы устойчивости, вероятность устойчивости.

Система стабилизации ракет-носителей – стохастическая система

Система стабилизации (СС) ракет-носителей (РН) представляет собой замкнутую систему регулирования, в которой в качестве объекта регулирования выступает динамика РН, а в качестве регулятора – автомат стабилизации (АС) [1].

Динамика РН достаточно корректно описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными во времени коэффициентами. Обычно эти уравнения представляются в осцилляционной форме [2]. Так, например, динамика РН «Циклон-3» только в канале рыскания представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными во времени коэффициентами, состоящую из одиннадцати линейных уравнений второго порядка [2]:

- уравнение второго порядка, описывающее движение центра масс РН;
- уравнение второго порядка, описывающее угловое движение РН;
- три уравнения второго порядка, описывающие три тона упругих колебаний корпуса РН;
- шесть уравнений второго порядка, описывающих колебания топлива в баках РН.

Такая сложная динамическая система сама по себе неустойчива. В лучшем случае – это статическая неустойчивость, в более сложных случаях к ней добавляется какая-либо разновидность динамической неустойчивости [1]. Поэтому при проектировании СС РН центральной задачей является задача обеспечения устойчивости [1]. Эта сложная для таких динамических систем задача усугубляется весьма существенными случайными разбросами параметров как объекта регулирования (динамика РН), так и регулятора (АС) [1, 2].

Приведем конкретный пример. Если учесть только один тон упругих колебаний корпуса, пренебречь колебаниями топлива в баках РН и в значительной мере упростить динамическую модель АС, то динамика СС может быть описана следующей системой дифференциальных уравнений:

$$
\begin{aligned}
&\ddot{z} = a'_{zz} \cdot \dot{z} + a'_{z\phi} \cdot \dot{\phi} + a_{z\phi} \cdot \phi + a_{z\delta} \cdot \delta + a'_{zW_z} W_z + \overline{F_{zn}};\\
&\ddot{\phi} = a'_{\phi z} \cdot \dot{z} + a'_{\phi\phi} \dot{\phi} + a_{\phi\phi} \cdot \phi + a_{\phi\delta} \cdot \delta + a'_{\phi W_z} W_z + \overline{M}_{\phi n};\\
&\ddot{q} + \varepsilon_q \cdot \dot{q} + \omega_q^2 \cdot q = a_{q\delta} \cdot \delta;\\
&\phi_g = \phi + a_{\phi q} \cdot q;\\
&\ddot{\delta} \cdot T_2 + \dot{\delta} \cdot T_1 + \delta = K_{\phi} \cdot \phi_g + K_{\dot{\phi}} \cdot T_d \cdot \dot{\phi}_g - K_{\dot{z}} \cdot \dot{z}.
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

где ϕ - отклонение угла рыскания ракеты, как твердого тела, от программного значения; z - отклонение центра масс от программного значения; δ - угол отклонения управляющих органов; q - координата, характеризующая поперечные упругие колебания корпуса ракеты в месте установки датчика угла рыскания; ϕ_g - угол рыскания, измеряемый датчиком угла; a_{ij} - коэффициенты; T_1, T_2 - постоянные времени АС; K_{ϕ} - коэффициент усиления по каналу рыскания, $K_{\dot{\phi}} = T_d K_{\phi}$; T_d - постоянная времени дифференцирования; $K_{\dot{z}}$ - коэффициент усиления по скорости отклонения центра масс.

Обычно случайные разбросы параметров задаются в виде допусков, выраженных либо в физических величинах, либо в относительных долях или процентах от номинального значения параметра, которое принимается как математическое ожидание: $A = A_0 \pm \Delta A$, где A - случайное значение параметра; A_0 - номинальное значение параметра; ΔA - допуск, представляющий собой «предельно возможный» случайный разброс параметра. Допуск связан с параметрами распределения случайного разброса. Так, для нормального распределения $\Delta A = 3\sigma_A$, где σ_A - с.к.о. случайного разброса. Для равномерного распределения $a = A_0 - \Delta A, b = A_0 + \Delta A$, где a и b - левая и правая границы распределения.

Случайные разбросы коэффициентов первых трех уравнений системы (1), описывающих динамику РН для одной из модификаций РН «Циклон», показаны в табл. 1 [2]. В этой же таблице приведены случайные разбросы коэффициентов АС, взятые из монографии [1] для РН класса «Циклон». Они даны в виде процентов от номинальных значений.

Данные, представленные в табл.1, свидетельствуют о необходимости учета случайных разбросов параметров, которые в дальнейшем будем называть также случайными параметрическими возмущениями.

При детерминированном подходе к проектированию СС для обеспечения устойчивости принимают наихудшие из возможных значения параметров в смысле устойчивости.

Таблица 1

Коэффициент	Разброс, %	
	Первая ступень	Вторая ступень
$a_{zz}^{/}$	$\pm$25	$\pm$70
$a_{z\phi}$	$\pm$5	$\pm$5
$a_{z\phi}^{/}$	$\pm$5	$\pm$5
$a_{z\delta}$	$\pm$5	$\pm$5
$a_{\phi z}$	$\pm$30	$\pm$70
$a_{\phi\phi}$	$\pm$30	$\pm$70
$a_{\phi\phi}^{/}$	$\pm$10	$\pm$10
$a_{\phi\delta}$	$\pm$10	$\pm$10
ε_q	$\pm$15	-
ω_q^2	$\pm$35	-
$a_{q\delta}$	$\pm$10	-
T_2	$\pm$20	$\pm$20
T_1	$\pm$20	$\pm$20
K_{ϕ}	$\pm$30	$\pm$30
T_d	$\pm$10	$\pm$10
$K_{\dot{z}}$	$\pm$40	$\pm$40

Этот прием называют методом наихудших возмущений [1, 3], когда все разбросы принимаются максимальными в рамках допуска по модулю и со знаками, наихудшими в смысле устойчивости. По существу, это - наихудшая реализация возмущений, которая может встретиться при эксплуатации объекта. Вероятность такой реализации мала и зависит от числа случайных возмущений. Поскольку число действующих на объект случайных возмущений велико, то вероятность реализации наихудших возмущений Q_n очень мала. Действительно, считая возмущения независимыми и подчиненными нормальному закону распределения, для произвольного числа возмущений имеем

$$Q_n = (Q_i)^n = (1{,}35 \cdot 10^{-3})^n, \qquad (2)$$

где $Q_i = 1{,}35 \cdot 10^{-3}$ - вероятность достижения случайного разброса ΔA_i параметра A_i предельной величины $3\sigma_i$; n - число случайных возмущений.

Для приведенного примера $n = 16$ и, соответственно, $Q_n = 1{,}35 \cdot 10^{-48}$. Даже если предположить, что при выходе за пределы допусков любого параметра

СС потеряет устойчивость, то вероятность этого события будет равна Q_n, т.е. практически «нулю». Таким образом, детерминированный подход к проектированию СС с использованием метода наихудших возмущений приводит к тому, что вероятность события, заключающегося в потере устойчивости в результате разбросов параметров, практически равна нулю. Разумеется, что в таком случае учет стохастичности СС является излишним.

Однако не все РН «выдерживают» такое сочетание возмущений. Приведем примеры. РН «Циклон» разработана на базе боевых ракет 8К67 и 8К69 [4, 5]. Эта РН при моделировании теряет устойчивость, если реализовать наихудшее сочетание возмущений [3]. Другой пример. При модернизации РН «Зенит» для международного проекта «Морской старт» весьма эффективным оказался переход от детерминированного подхода к вероятностному при проектировании [6].

В период независимости развитие ракетно-космической техники в Украине идет по пути модернизации выпускавшихся ранее РН и боевых ракет в РН. Такие модификации проводятся для РН «Циклон», а также боевой ракеты 15А18М путем ее модификации в РН «Днепр». В процессе модернизации за счет увеличения масс космических аппаратов и увеличения длины РН характеристики устойчивости РН ухудшаются. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим изменение коэффициента $a_{\phi\phi}$, характеризующего статическую неустойчивость РН «Циклон» в процессе модернизации. В табл. 2 приведены максимальные номинальные значения этого коэффициента для различных модификаций.

Таблица 2

Ракета-носитель	Циклон-2А	Циклон-2	Циклон-3	Циклон-2К
Коэффициент $a_{\phi\phi}$	0,78	0.81	1.22	1.81

Из данных табл. 1.2 видно, что степень статической неустойчивости РН «Циклон-2К» по сравнению с первыми модификациями «Циклон-2А» и «Циклон-2» ухудшилась более чем в два раза. Это означает, что обеспечение устойчивости новых модификаций становится все более проблематичным, а учет стохастичности СС - неизбежным.

Теория устойчивости стохастических систем

Фундаментальные исследования устойчивости А.М. Ляпунова детерминированных систем [7] – метод функций Ляпунова лег в основу развития теории устойчивости стохастических систем большинства авторов. Одним из первых в 30-х годах прошлого столетия в этом направлении начал работать В.В. Степанов. Начиная с 50-х годов к этой проблематике подключаются такие ученые, как Н.Н. Боголюбов, Н.Н. Моисеев, И.И. Ворович, И.Я. Кац, Н.Н. Красовский, В.Е. Гермаидзе, И.И. Гихман, В.Г. Коломиец., Д.Г. Кореневский, А.В. Скороход, Г. Дж.. Кушнер, Р.З. Хасьминский, М. Аоки, К. Острем, Л.Г. Евланов, В.М. Константинов, У. Флеминг, Р. Ришел, А.Д. Вентцель, М.И. Фрейдлин и др. (фамилии перечислены в соответствии с хронологией публикаций). Многие из авторов стремились в своих исследованиях получить конкретные признаки устойчивости стохастических систем.

Основная идея проведенных исследований заключается в том, что определение устойчивости стохастических динамических систем следует из определения сходимости случайных величин к той или иной вероятностной мере. Поскольку видов сходимости случайных величин достаточно много, то и определений устойчивости стохастических динамических систем больше, чем для детерминированных систем. Вот некоторые из них:

- устойчивость моментов p-го порядка (p - устойчивость);
- устойчивость в среднем (частный случай p - устойчивости при p=1);
- устойчивость в среднем квадратичном (частный случай p - устойчивости при p=2);
- устойчивость по вероятности;
- устойчивость с вероятностью 1 (почти наверное).

Собственно устойчивость здесь понимается лишь в том смысле, что в фиксированный момент времени решение системы находится в *окрестности* некоторого установившегося состояния с *достаточно большой вероятностью*. Заметим, что понятия «окрестность» и «достаточно большая вероятность» не имеют количественных определений. Поэтому, если такая стохастическая динамическая система, как СС РН, устойчива в одном из названных смыслов, нельзя определить в какой мере она отвечает требованиям технического задания, которое содержит численное значение вероятности выполнения задачи пуска.

Существует несколько иная, более приемлемая для прикладного использования трактовка устойчивости стохастической динамической системы. Здесь система считается устойчивой, если обеспечивается устойчивость *почти всех реализаций* случайного процесса. Этому требованию соответствуют определения устойчивости по Ляпунову с вероятностью 1 и в среднем квадратичном [8]: «Стохастическая динамическая система называется устойчивой в данном установившемся состоянии в среднем квадратичном или с вероятностью 1, если изменение (возмущение) ее фазового состояния в окрестности этого установившегося состояния сколь угодно мало в среднем квадратичном или с вероятностью 1 при любом *достаточно малом* изменении (возмущении) входных параметров: начальных условий, коэффициентов, внешних возмущений и т.д.» (курсив наш).

Предположим, удалось спроектировать СС РН, которая отвечает требованиям устойчивости в среднем квадратичном или с вероятностью 1. Как ответить на вопросы:

- *почти всех реализаций* случайного процесса – это сколько?
- являются ли случайные разбросы параметров, приведенные в табл. 1, *достаточно малыми*?

К сожалению, теория устойчивости стохастических динамических систем ответов на эти вопросы не содержит. Можно лишь утверждать, что стохастическая динамическая система, которая не отвечает требованиям устойчивости в любом из перечисленных выше смыслов, является неустойчивой. Если такое заключение сделано по отношению к СС РН, то ее надо перепроектировать. В рамках рассматриваемой теории сделать это невозможно.

Учет случайных возмущений в системах автоматического регулирования

В 50-х годах прошлого столетия оживляются исследования систем автоматического регулирования (САР). Доминирующим типом проектируемых и эксплуатируемых САР, публикация о которых не была секретной, были автопилоты и различные следящие системы. Одним из основных требований, определяющих качество работы этих САР, было требование точности регулирования. Точность регулирования определяется способностью САР парировать действие внешних возмущений, которые в своем большинстве носят случайный характер. Поэтому требование к точности регулирования привело к бурному росту исследований работы САР в условиях действия случайных внешних возмущений. Проблемой занимались крупные ученые, имеющие значительные результаты в области САР: В.В. Солодовников, В.С. Пугачев, М. Пелегрэн, Н. Винер, И.Е. Казаков, Б.Г. Доступов, Ю.М. Астапов, В.С. Медведев и многие другие.

Проблематика развивалась по следующим направлениям:

- исследование статистических характеристик внешних возмущений ;
- разработка статистических моделей внешних возмущений;
- оценка статистических характеристик фазовых координат при известных статистических характеристиках возмущений;
- анализ основных статистических характеристик отдельных реализаций и совокупности реализаций случайных процессов;
- статистический синтез САР в рамках корреляционной теории, выбор их параметров или выбор структуры и параметров, обеспечивающих минимум среднего квадрата ошибки.

Следует особо остановиться на методе канонических представлений случайных функций. Этот метод является основным общим теоретическим методом прикладной теории случайных функций, дающим возможность решать все задачи статистического анализа и синтеза систем автоматического управления. Поэтому он позволяет объединить все статистические методы исследования систем автоматического управления общей точкой зрения, общим подходом к решению различных задач и, таким образом, может служить основой для построения стройной статистической теории систем автоматического управления. Метод канонического разложения нашел широкое применение при разработке статистических моделей характеристик земной атмосферы (ветер, давление, плотность и др.). На основе этих моделей проводится статистическое проектирование как систем управления РН, так и собственно РН [2].

Перечисленные выше разработки направлены на улучшение качества регулирования автоматических систем управления. Качество регулирования играет решающую роль для большого числа САР, и достижения исследований в этом направлении весьма впечатляющи. Полученные здесь результаты эффективно используются и при проектировании СС РН.

Однако при проектировании СС РН основную роль играет их устойчивость, так как потеря устойчивости означает потерю ракеты, то есть аварию.

Вероятность устойчивости систем стабилизации

Понятие «*вероятность устойчивости»,* скорее всего, впервые введено В.Г. Сухоребрым в 1966 г. [9]. Из более поздних публикаций можно предположить, что это было связано с началом проектирования РН «Циклон» [3]. Изначально вероятность устойчивости введена как вероятность выполнения условий устойчивости в смысле Ляпунова при действии на САР случайных параметрических возмущений. Развитие исследований на основе этого понятия, использование его в качестве количественной меры запасов устойчивости, а также критерия оптимальности САР (включая СС РН) проводится В.Г. Сухоребрым и его последователями А.М. Михайличенко, Н.А. Пустовойтовым, А.В. Чумаченко, М.И. Никифоровой, М.В. Лежниной и др.

Исторически сложилось так, что в теории автоматического регулирования (управления) разработано достаточно большое число критериев устойчивости, на основе которых формулируются различные условия устойчивости. В работе [1] показано, что какими бы критериями устойчивости при проектировании СС РН мы ни пользовались, с учетом применения метода «замороженных коэффициентов» условия устойчивости всегда можно привести к форме

$$\lambda_i(\kappa,\eta) < \Lambda_i,\ i = \overline{1,m}, \tag{3}$$

где λ_i- заданные функции случайного аргумента η, которые в дальнейшем будем называть критериальными функциями (КФ); κ- вектор номинальных параметров СС; η - n - мерный вектор центрированных случайных разбросов параметров; Λ_i - ограничения, определяющие границу устойчивости (например, если КФ – вещественные части корней характеристического уравнения системы, то Λ_i= 0, $i = \overline{1,m}$). По существу, вектор κ представляет собой вектор математических ожиданий параметров проектируемого объекта, каждый из которых может иметь случайные разбросы. В (3) эти разбросы введены в виде вектора η. Вектор η задается как вектор случайных величин с нулевым математическим ожиданием. Когда в дальнейшем будем говорить, что условие устойчивости задано, то это означает, что имеется возможность вычислить левые части неравенств (3) и правые части известны.

Поскольку КФ являются функциями случайного аргумента (вектора η), они представляют собой случайные величины, являющиеся компонентами вектора КФ λ. Вероятность устойчивости P_y определится как вероятность выполнения условий (3):

$$P_y = P[\lambda_i(\kappa,\eta) < \Lambda_i,\quad i = \overline{1,n}]. \tag{4}$$

Выводы

Преимущества вероятности устойчивости в качестве критерия оценки работоспособности СС очевидны:

- для оценки вероятности устойчивости используются широко распространенные в ТАР детерминированные критерии устойчивости; различие заключается в том, что при детерминированном использовании КФ рассматриваются как функции детерминированных параметров СС, а при вероятностном – как функции случайных параметров;
- вероятность P_y служит количественной оценкой запасов устойчивости стохастической СС, которые предназначены компенсировать влияние случайных разбросов параметров;
- значение вероятности P_y может быть сопоставлено с требованиями к надежности СС;
- вероятность P_y может служить критерием для оптимизации параметров АС с целью улучшения способности СС парировать действие случайных возмущений параметров.

Список литературы

1. Айзенберг Я.Е. Проектирование систем стабилизации носителей космических аппаратов/ Я.Е. Айзенберг, В.Г. Сухоребрый. - М.: Машиностроение, 1986. – 220 с.
2. Ракета как объект управления: учебник / Игдалов И.М., Кучма Л.Д., Поляков Н.В., Шептун Ю.Д.;под ред. акад. С.Н. Конюхова. – Д.: АРТ-ПРЕСС, 2004. – 544 с.
3. Лежнина М.В. Проектная оценка вероятности достижения объектами аэрокосмической техники предельных состояний/ М.В. Лежнина, В.Г. Сухоребрый – Х.: НАКУ «ХАИ», 2005. – 184 с.
4. Хроника дат и событий / Сост. В.И. Котович – Х.: НПП Хартрон – Аркос, 2002. – 112 с.
5. Широкорад А.Б. Энциклопедия отечественного ракетного оружия 1817 – 2002/ А.Д. Широкорад – М.: АСТ, Мн.: Харвест, 2003. – 544 с.
6. Арлекінова О.Е. Методи розрахунків навантаження, що діє на ракету, яка стоїть на морській стартовій платформі: автореф. дис. канд. техн. наук:05.07.02/ Арлекінова Ольга Едуардівна; Нац. Аерокосмічний ун-т «ХАІ». – Х., 2004. – 19 с.
7. Ляпунов А.М. Общая задача об устойчивости движения/А.М. Ляпунов – Х.: Изд-во харьк. мат. о-ва, 1892. – 250 с.
8. Кореневский Д.Г. Устойчивость динамических систем при случайных возмущениях параметров. Алгебраические критерии/ Д.Г. Кореневский – К.: Наук. думка, 1989. – 208 с.

9. Сухоребрый В.Г. Об одном критерии оценки запасов устойчивости САР/ В.Г. Сухоребрый// – Программа и тезисы докладов третьей научной конференции молодых математиков Украины. - К.: Ин-т математики АН УССР. - 1966. – С. 78.

Рецензент: д-р техн. наук, проф., В.И. Кортунов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков

Поступила в редакцию 21.01.10.

Імовірність стійкості як кількісна міра запасів стійкості систем стабілізації ракет-носіїв

Показано, що система стабілізації ракет-носіїв являє собою стохастичну систему регулювання, де об'єктом регулювання є динаміка РН, а регулятором – автомат стабілізації. Найбільш складним завданням проектування систем стабілізації є забезпечення стійкості. Проаналізовано існуючі методи оцінки стійкості стохастичних динамічних систем і показано, что найбільш ефективною кількісною оцінкою є ймовірність стійкості. Розкрито позитивні якості такої оцінки при проектуванні систем стабілізації ракет-носіїв.

Ключові слова: ракета-носій; система стабілізації; випадкові збурення; стохастична система; стійкість; запаси стійкості; ймовірність стійкості.

Probability to stability as quantitative measure reserve to stability of the carrier rocket stabilizing systems

It Is Shown that system to stabilizations of the rockets-carriers introduces itself stochastic system of the regulation, to which as object of the regulation emerges the track record RN, but as regulator - an automaton to stabilizations. Most difficult problem of the system designing to stabilizations is a provision to stability. The Organized analysis existing methods of the estimation to stability of the stochastic dynamic systems and is shown by that the most efficient quantitative estimation(is probability to stability. reveal;open Dignity of such estimation when system designing to stabilizations of the rockets-carriers.

Keywords: rocket-carrier, system to stabilizations, casual indignations, stochastic system, stability, spares to stability probability to stability.