УДК 629.764.01

Т.А. Неофитная, В.Г. Сухоребрый, А.В. Третьяк

Оптимизация параметров системы стабилизации ракеты-носителя максиминным методом

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

Проведена оптимизация параметров системы стабилизации максиминным методом по критериям «вероятность устойчивости» и «запасы устойчивости по модулю». При этом использованы две модификации максиминного метода: детерминированный и вероятностный. С помощью статистического моделирования найдена оценка вероятности потери устойчивости для оптимизированных параметров. Показано, что оптимизация параметров системы стабилизации ракеты-носителя по критерию «вероятность устойчивости» практически на порядок уменьшает вероятность потери устойчивости по сравнению с оптимизацией по критерию «запасы устойчивости по модулю».

Ключевые слова: ракета-носитель, система стабилизации, случайные возмущения, устойчивость, запасы устойчивости, вероятность устойчивости.

Постановка проблемы

Оптимизация параметров системы стабилизации (СС) ракеты-носителя (РН) по критерию вероятности устойчивости (ВУ) рассматривается в ряде работ (см., например [1,2]). Однако в известных авторам работах отсутствует анализ эффективности критерия вероятности устойчивости и различных методов оптимизации. Настоящая статья содержит первые результаты исследований, проводимых в этом направлении. Проведена оптимизация максиминным методом [3] параметров СС по двум критериям:

- запас устойчивости по модулю;
- вероятность устойчивости.

Дана оценка эффективности исследованных критериев

Объект и цель исследования

Движение статически неустойчивой упругой РН в канале рыскания, устойчивость которой обеспечивается автоматом стабилизации, можно описать следующей системой дифференциальных уравнений [1]:

$$\begin{aligned}
&\ddot{\psi} = a_{\psi\psi}\psi + a_{\psi\delta}\delta,\\
&\ddot{z} = a_{z\psi}\psi + a_{z\delta}\delta,\\
&\ddot{q} = a_{qq}q + a_{q\delta}\delta,\\
&\psi_d = \psi + a_{\delta q}q,\\
&T_2\ddot{\delta} + T_1\dot{\delta} + \delta = K_\psi\psi_d + K_{\dot{\psi}}\dot{\psi}_d - K_{\dot{Z}}\dot{z},
\end{aligned} \tag{1}$$

где ψ - отклонение угла рыскания ракеты как твердого тела от программного значения; z - отклонение центра масс от программного значения; δ - угол отклонения управляющих органов; q - координата, характеризующая поперечные упругие колебания корпуса ракеты в месте установки датчика угла рыскания, ψ_d -

угол рыскания, измеряемый датчиком угла; a_{ij} - коэффициенты; T_1, T_2 - постоянные времени АС; K_{ϕ} - коэффициент усиления по каналу рыскания, $K_{\dot{\phi}} = T_d K_{\phi}$; T_d - постоянная времени дифференцирования; $K_{\dot{Z}}$ - коэффициент усиления по скорости отклонения центра масс. Параметры T_1, T_2, K_{ϕ}, $K_{\dot{\phi}}$, T_d имеют существенные случайные разбросы (превышающие 20%).

Условия устойчивости системы (1) имеют следующий вид[1]:

$$\frac{(K_{\phi}|a_{Z\delta}| + |a_{Z\phi}|)K_{\dot{Z}} + a_{\phi\phi}K_{\phi}(T_d - T_1)}{|a_{\phi\delta}|K_{\phi}^2(T_d - T_1)} < 1; \qquad (2)$$

$$\frac{|a_{\phi\delta}|T_2 T_d^2 K_{\phi}}{(T_d - T_1 + a_{\phi\phi}T_d T_2)T_1} < 1; \qquad (3)$$

$$\frac{a_{q\delta}a_{\delta q}K_{\phi}T_d^2 T_2}{(|a_{qq}|T_2 T_d - T_d + T_1)T_1} < 1. \qquad (4)$$

Цель данного исследования:

- оптимизация максиминным методом параметров системы K_{ψ} и T_d по критерию «запасы устойчивости по модулю»;
- оптимизация максиминным методом параметров системы K_{ψ} и T_d по критерию «вероятность устойчивости»;
- определение эффективности каждого из исследованных критериев.

Методика исследования

Детерминированный максиминный метод. Условия (2) – (4) в общем виде можно записать как

$$\lambda_i(\kappa, \eta) < \Lambda_i, i = \overline{1,m}. \qquad (5)$$

где λ_i - заданные функции случайного аргумента η, которые в дальнейшем будем называть критериальными функциями (КФ); κ - вектор номинальных параметров проектируемого объекта; η - n-мерный вектор центрированных случайных разбросов параметров

При использовании максиминного метода в качестве функции цели принимаем минимальное относительное удаление левых частей (5) от границы

$$min\{\mu_i\},\ i = \overline{1,m}, \qquad (6)$$

где

$$\mu_i = \frac{\Lambda_i - \lambda_i(\kappa, \eta)}{\Lambda_i}, \quad i = \overline{1,m}. \qquad (7)$$

В процессе оптимизации минимальное относительное удаление увеличивается и его место может занять другое. В связи с этим алгоритм поиска оптимального решения носит итерационный характер:

1. Задается реализация вектора возмущений η (в данном случае обычно принимают η = 0).
2. Задается начальный вектор параметров κ, $\kappa = \kappa^{(0)}$.
3. Задается величина шага $\Delta\kappa$ одной итерации по вектору параметров κ: $\Delta\kappa = \alpha\kappa^{(r)}$, где $r = 0,1,2,...$ - номер итерации, α - коэффициент шага (α<1). В качестве начального значения рекомендуется принимать α = = 0,1...0,2.
4. По выражению (7) подстановкой $\kappa = \kappa^{(r)}$ определяются относительные удаления $\mu_i^{(r)}, \quad i = \overline{1,m}; \quad r = 0,1,2,...$.
5. Определяется минимальное относительное удаление на r-м шаге: $\min\{\mu_i\}$, $i = \overline{1,m}$. Пусть это будет μ_k.
6. С использованием любого из методов безусловной оптимизации (например градиентного) в рамках заданного шага $\Delta\kappa = \alpha\kappa^{(r)}$ решается задача

$$\max_{\kappa}\{\min \mu_k \,\big|\, \kappa \in \kappa^{(r)} \pm \Delta\kappa^{(r)}\}. \tag{8}$$

Решение этой задачи даст вектор параметров r+1-й итерации $\kappa = \kappa^{(r+1)}$.

7. Пункты 4...6 повторяются до тех пор, пока не выполнится условие

$$\kappa^{(r+1)} = \kappa^{(r-1)}. \tag{9}$$

При выполнении условия (9) возможны два пути:

1. Завершить поиск оптимального решения. Этот путь принимается в том случае, если коэффициент шага α достаточно мал и его дальнейшее уменьшение не имеет смысла.

2. Уменьшить коэффициент шага α и повторять пп. 4 - 6 до тех пор, пока не выполнится условие (9).

Вероятностный максиминный метод. Данный метод использует гипотезу о нормальном распределении КФ и построение линейной модели КФ. В качестве функции цели принимают минимальный безразмерный аргумент функции Гаусса из всех аргументов КФ:

$$\min_{\kappa}\{U_i\}, i = \overline{1,m}. \tag{10}$$

Рассмотрим алгоритм вероятностного максиминного метода. В процессе оптимизации минимальное значение аргумента функции Гаусса увеличивается и его место может занять другое. В связи с этим алгоритм поиска оптимального решения носит итерационный характер:

1. Задается начальный вектор параметров κ, $\kappa = \kappa^{(0)}$.
2. Строятся линейные модели КФ и находятся их математические ожидания (м.о.) и дисперсии или средние квадратические отклонения (с.к.о.)

Малость случайных разбросов параметров позволяет разложить каждую КФ в ряд Тейлора относительно номинальных значений параметров (математических ожиданий) и, отсекая нелинейные члены разложения, получить линейную модель (ЛМ) КФ:

$$\lambda_l(\eta) = \lambda_0 + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial \lambda}{\partial \eta_i}\eta_i \,, \tag{11}$$

где $\lambda_l(\eta)$ - линейная модель КФ $\lambda(\kappa,\eta)$; $\lambda_0 = \lambda(\kappa,0)$ - значение КФ при нулевых случайных разбросах (невозмущенное значение КФ); $\frac{\partial \lambda}{\partial \eta_i}$, $i = \overline{1,n}$ - частные производные невозмущенной КФ по случайным разбросам параметров; η_i, $i = \overline{1,n}$ - случайные разбросы параметров - компоненты вектора η. Относительно ЛМ можно утверждать следующее:

- на основании центральной предельной теоремы ЛМ имеет нормальный закон распределения;
- на основании теорем о числовых характеристиках функций случайных аргументов:

- математическое ожидание ЛМ

$$M[\lambda_l] = m_\lambda = \lambda_0; \tag{12}$$

- дисперсия ЛМ

$$D[\lambda_l] = D_\lambda = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial \lambda}{\partial \eta_i}\right)^2 D_i; \tag{13}$$

- с.к.о. ЛМ

$$\sigma_\lambda = \sqrt{D_\lambda}\,. \tag{14}$$

В выражении (13) D_i ($i = \overline{1,n}$) - дисперсии случайных разбросов. Выражения (12) и (14) определяют параметры распределения ЛМ. ЛМ полностью определена как случайная величина λ_l, подчиняющаяся нормальному закону распределения с параметрами $m = m_\lambda$ и $\sigma = \sigma_\lambda$. На втором этапе найдем вероятность работоспособности для ЛМ КФ.

3. Задается величина шага $\Delta\kappa$ одной итерации по вектору параметров κ: $\Delta\kappa = \alpha\kappa^{(r)}$, где $r = 0,1,2,...$ - номер итерации, α - коэффициент шага (α<1). В качестве начального значения рекомендуется принимать α = $0{,}1...0{,}2$.

Подстановкой $\kappa = \kappa^{(r)}$ определяются для КФ безразмерные аргументы функции Гаусса:

$$u_\Lambda = \frac{\Lambda - m_\lambda}{\sigma_\lambda}\,.$$

4. Находится минимальное значение безразмерного аргумента функции Гаусса на r-м шаге: $\min\{U_i^{(r)}\}$, $i=\overline{1,m}$. Пусть это будет $U_k^{(r)}$.
5. С использованием любого из методов безусловной оптимизации (например градиентного) в рамках заданного шага $\Delta\kappa=\alpha\kappa^{(r)}$ для данной итерации решается задача

$$\max_{\kappa}\{\min U_k^{(r)}\Big|\kappa\in\kappa^{(r)}\pm\Delta\kappa^{(r)}\}. \tag{15}$$

Решение этой задачи даст вектор параметров r+1-й итерации $\kappa=\kappa^{(r+1)}$.

6. Пункты 2 - 7 повторяются для $\kappa=\kappa^{(r+1)}$ до тех пор, пока не выполнится условие

$$\kappa^{(r+1)}=\kappa^{(r-1)}. \tag{16}$$

7. При выполнении условия (16) возможны два пути:
   7.1. Завершить поиск оптимального решения. Этот путь принимается в том случае, если коэффициент шага α достаточно мал и его дальнейшее уменьшение не имеет смысла.
   7.2. Уменьшить коэффициент шага α и повторять пп. 2 - 7 для $\kappa=\kappa^{(r+1)}$ до тех пор, пока не выполнится условие (16).

Результаты исследования

Номинальные значения и случайные разбросы параметров, соответствующие времени полета t=70 с первой ступени РН «Циклон-3», представленные научно-производственным предприятием «Хартрон-Аркос», приведены в табл. 1.

Таблица 1

Параметр	*Разброс* Δ_{ij} *, %*	*Значение*
$a_{z\psi}$	5	-36,09
$a_{z\delta}$	5	-1,441
$a_{\psi\psi}$	30	1,8113
$a_{\psi\delta}$	10	-0,295
a_{qq}	40	-233,7707
$a_{q\delta}$	10	-2,42
$a_{\delta q}$	20	-0,42
T_1	40	0,1
T_2	40	0,01
T_d	20	0,5
$K_{\dot z}$	40	0,009
K_{ψ}	30	10

Закон распределения случайных разбросов всех коэффициентов – нормальный.

Математическим ожиданием каждого коэффициента m_{ij} является значение этого коэффициента при нулевых разбросах. Среднеквадратическое отклонение σ_{ij} для каждого коэффициента a_{ij} находят по формуле $\sigma_{ij} = \dfrac{\Delta_{ij} \cdot a_{ij}}{300}$.

На рис. 1 приведен процесс оптимизации детерминированным максиминным методом с помощью критерия запасов по модулю. На этом рисунке левые части условий устойчивости (2) – (4) обозначены F1, F2, F3 соответственно.

На рис. 2 показан процесс оптимизации вероятностным максиминным методом по критерию вероятности устойчивости. На этом рисунке безразмерные аргументы функций Гаусса условий устойчивости (2) – (4) обозначены U1, U2, U3 соответственно.

Для полученных оптимальных параметров, с целью исключения погрешности за счет различных «комплектов» случайных параметров, проведено «параллельное» статистическое моделирование для всех условий устойчивости. Суть «параллельного» статистического моделирования заключается в том, что сгенерированные случайные параметры одновременно поступают во все условия устойчивости.

Результаты статистического моделирования приведены на рис. 1 и 2 в окнах под надписью «вероятность отказа» (здесь вероятность отказа означает вероятность потери устойчивости) для условий устойчивости (2) – (4) сверху вниз соответственно. Суммарная вероятность потери устойчивости для параметров

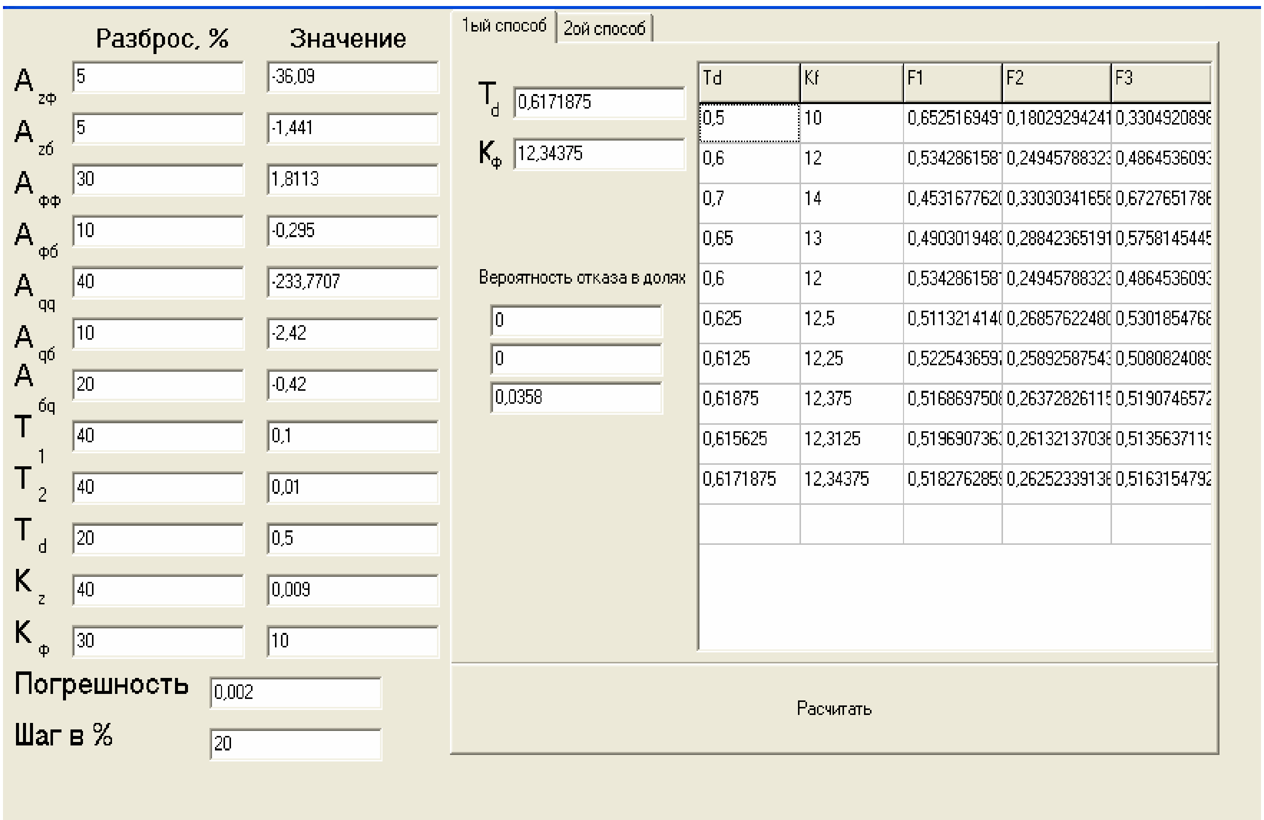

Рис. 1. Оптимизация с помощью критерия запасов по модулю

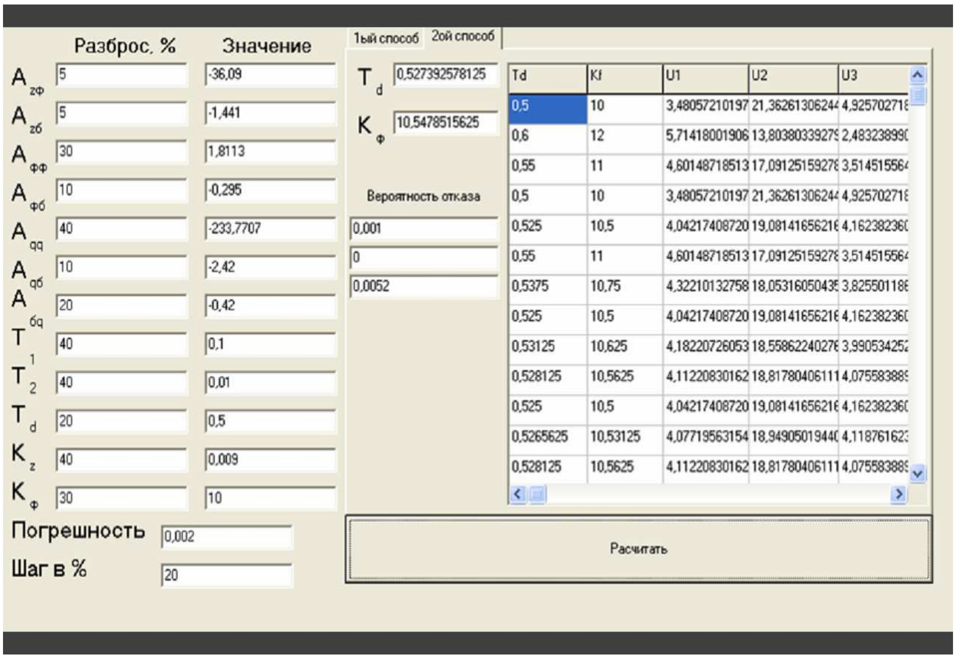

Рис. 2. Оптимизация по критерию вероятности устойчивости

оптимальных в смысле запасов устойчивости по модулю, равна Q_1 = 0,0358, а для параметров, оптимальных в смысле вероятности устойчивости, Q_2 = 0,0062.

Выводы

1. Максиминный метод оптимизации параметров системы стабилизации ракеты-носителя достаточно эффективен.
2. Оптимизация параметров системы стабилизации ракеты-носителя по критерию «вероятность устойчивости» практически на порядок уменьшает вероятность потери устойчивости по сравнению с оптимизацией по критерию «запасы устойчивости по модулю».

Список литературы

1. Айзенберг Я.Е. Проектирование систем стабилизации носителей космических аппаратов/ Я.Е. Айзенберг, В.Г. Сухоребрый. - М.: Машиностроение, 1986. – 220 с.
2. Голубничая Е.С. Выбор оптимальной рабочей точки системы стабилизации ракеты-носителя по критерию вероятности устойчивости/ Е.С. Голубничая// Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии.: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та «ХАИ». – Вып. 35. – Х., 2007. - С. 37-44.
3. Лежнина М.В. Проектная оценка вероятности достижения объектами аэрокосмической техники предельных состояний/ М.В. Лежнина,
4. В.Г. Сухоребрый. – Х.: НАКУ «ХАИ», 2005. – 184 с.

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.И. Рыженко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков

Поступила в редакцию 04.11.10.

Оптимізація параметрів системи стабілізації ракетоносія максимінним методом

Проведено оптимізацію параметрів системи стабілізації максимінним методом за критеріями «вірогідність стійкості» і «запаси стійкості за модулем». При цьому використано дві модифікації максимінного методу: детермінований та імовірнісний. За допомогою статистичного моделювання знайдено оцінку вірогідності втрати стійкості для оптимізованих параметрів. Показано, що оптимізація параметрів системи стабілізації ракетоносія за критерієм «вірогідність стійкості» практично на порядок зменшує вірогідність втрати стійкості порівняно з оптимізацією за критерієм «запаси стійкості за модулем».

Ключові слова: ракетоносій, система стабілізації, випадкові збурення, стійкість, запаси стійкості, вірогідність стійкості.

Optimization stabilization system parameters of carrier rockets by maximin method

Optimization stabilization system parameters by a maximin method by criteria «probability of stability» and «stability stocks on the module» is spent. Two updatings a maximin method are used: determined and probabilistic. By means of statistical modeling the estimation probability of stability loss is found for the optimized parameters. It is shown that optimization stabilization system parameters of the carrier rocket by criterion «probability of stability» reduces probability of stability loss in comparison with optimization by criterion «stability stocks on the module» practically by an order.

Keywords: the carrier rocket, stabilization system, casual indignations, stability, stability stocks, probability of stability.