

Определение критического усилия сжатия в задаче устойчивости цилиндрической композитной оболочки с толщиной иррегулярностью

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

Создана конечно-элементная (КЭ) математическая модель определения компонент напряженно-деформированного состояния (НДС) замкнутой, иррегулярной по толщине, тонкостенной, композитной, упругой, цилиндрической оболочки, подвергаемой осевому статическому сжатию. Установлены рациональные значения частот осевой и окружной дискретизаций пространства. Показано, что учет исследуемой неоднородности, математическое описание которой базируется на значениях предварительно определенных частот дискретизации пространства, существенно повышает точность значений критических усилий сжатия в сравнении с традиционным идеализированным подходом. Установлена степень несовершенства механизма несвязанного учета толщиной иррегулярности.

Ключевые слова: карта толщин, композит, коэффициент запаса, критическое усилие сжатия, локальная потеря устойчивости, МКЭ, рациональная частота дискретизации пространства, теория моментных оболочек, толщина иррегулярность, тонкостенная цилиндрическая оболочка.

1. Постановка проблемы

Особенности технологических цепочек изготовления и контроля тонкостенных композитных авиационных оболочек неразрывно связаны с их эксплуатационными характеристиками, «идеальные» значения которых закладываются в конструкцию еще на этапе проектирования. Более точный учет конкретного вида несоответствия идеализированной конструкции объекту, получаемому в действительности, позволяет при помощи обратной связи реализовывать непосредственное воздействие на создаваемую конструкцию путем уменьшения коэффициентов запаса, зачастую с избытком покрывающих степень недостаточной изученности того или иного процесса. Проблема рационального уменьшения значений коэффициентов запаса становится особенно актуальной, когда речь заходит об определении критических усилий, приводящих к общей или локальной потере устойчивости оболочки.

Еще в работе [1], где был произведен сравнительный анализ величин критических усилий, приводящих к потере устойчивости тонкостенных металлических цилиндрических оболочек, было отмечено серьезное расхождение между теоретическими значениями критических усилий, получаемыми на основе разрешающих уравнений теории деформирования оболочек и базирующимися на идеализированных представлениях о геометрии исследуемых объектов, и значениями, получаемыми посредством натурального эксперимента. Эти расхождения, в зависимости от величины разброса действительных значений толщин исследуемой оболочки, составляли до 75% от случая, предсказываемого классической теорией, уточнение которой вплоть до настоящего момента представляет из себя важную и актуальную научно-практическую задачу.

Если предположить, что в обозначенной проблеме известной является степень несоответствия идеализированного и реального объектов (заданы, например, функции распределения толщин, радиусов кривизны, дезориентаций

слоев, и прч.), с помощью численного метода, позволяющего учесть указанные выше иррегулярности наиболее полным образом, возможна реализация существенного снижения значений критических усилий.

Если в качестве метода решения разрешающих уравнений теории деформирования моментных оболочек использовать хорошо зарекомендовавший себя МКЭ, а в качестве метода оценки воздействия изменений общего вида иррегулярностей на значения критических усилий – метод ускоренного статистического моделирования (УСМ), то теоретически можно добиться существенного и быстрого уточнения величин критических усилий для широкого класса тонкостенных цилиндрических оболочек с широким спектром иррегулярностей.

Целью настоящей работы является создание адекватной математической модели иррегулярной, тонкостенной, композитной, замкнутой, цилиндрической, упругой оболочки, подвергаемой осевому статическому сжатию, которую в дальнейшем можно было бы использовать в качестве источника достоверной информации для последующего статистического моделирования. Реализация поставленной цели требует последовательного решения ряда задач, первая из которых представлена ниже.

2. Постановка задачи первого приближения

Определить критическое усилие статического сжатия тонкостенной, композитной, замкнутой, цилиндрической, упругой оболочки переменной толщины при условии жесткого защемления неподвижного опорного и подвижного нагружаемого торцов (рис. 1).

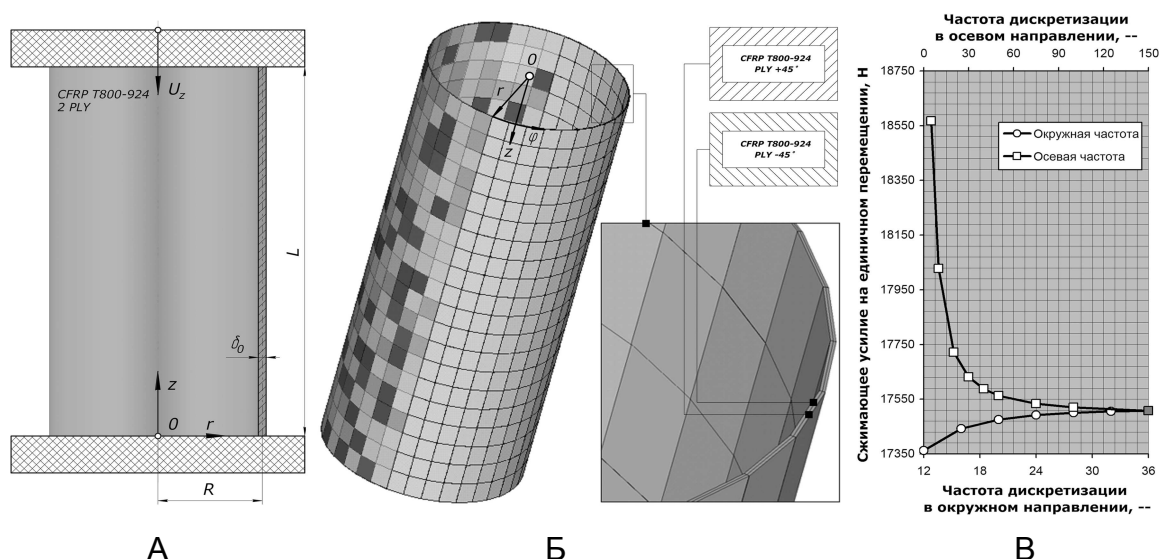


Рис. 1. КЭ модель:
 А – схема нагружения; Б – карта толщин и ориентаций слоев; В – частоты дискретизации пространства

Планом численного эксперимента необходимо предусмотреть решение задачи для четырех различных случаев: при номинальном, максимальном, минимальном и переменном значениях толщин. Следует также произвести количественную и качественную оценку результатов численного моделирования.

2.1. Геометрические параметры

Исследуемый объект с геометрической точки зрения представляет собой замкнутый тонкостенный цилиндр с радиусом срединной поверхности R , длиной L и номинальной толщиной $\bar{\delta}_0$. Толщина в задаче является величиной переменной и помимо своей номинальной величины $\bar{\delta}_0$ представляется полем значений, подчиненных равномерному распределению с минимально и максимально допустимыми значениями $\bar{\delta}_{\min}$ и $\bar{\delta}_{\max}$, регламентируемыми примененной технологией изготовления и контроля реального объекта [2]. Значения геометрических параметров представлены ниже в виде табл. 1.

Таблица 1

Геометрические параметры оболочки [2]

| R , м | L , м | $\bar{\delta}_0$, м | $\bar{\delta}_{\min}$, м | $\bar{\delta}_{\max}$, м |
|---------------------|----------------------|-----------------------|---------------------------|---------------------------|
| 56×10^{-3} | 250×10^{-3} | $0,50 \times 10^{-3}$ | $0,40 \times 10^{-3}$ | $0,55 \times 10^{-3}$ |

2.2. Свойства материала

Материал оболочки – двуслойный ($\pm 45^\circ$) углепластик марки CFRP T800-924 (Carbon Fiber-Reinforced Plastic) (табл. 2). Спецификой решаемой задачи исключено попадание элементов исследуемой конструкции в зоны пластической деформации, в связи с чем в разрабатываемой КЭ модели ортотропные свойства материала представлены лишь упругими компонентами.

Таблица 2

Упругие свойства углепластика CFRP T800-924 [2]

| E_{11} , Па | E_{22} , Па | G_{12} , Па | G_{13} , Па | G_{23} , Па | μ_{12} , – |
|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|----------------|
| $1,610 \times 10^{11}$ | $0,115 \times 10^{11}$ | $0,717 \times 10^{10}$ | $0,717 \times 10^{10}$ | $0,700 \times 10^{10}$ | 0,349 |

2.3. Начальные и граничные условия

Верхний и нижний торцы исследуемой оболочки находятся в условиях жесткого защемления. При этом точки верхнего нагружаемого торца равномерно перемещаются на одинаковое расстояние в направлении, противоположном положительному направлению оси Z . Начальное положение прочих точек исследуемой оболочки описывается схемой, представленной на рис. 1,А. Деформирование отдельно взятого КЭ производится вплоть до момента чрезмерного искажения (если таковой наступает при задаваемой величине нагружения), не позволяющего производить дальнейшие расчеты НДС [3].

3. Дискретизация пространства

Тело оболочки дискретизовано моментными поверхностными четырехузловыми КЭ (SHELL 181) с шестью степенями свободы в каждом узле –

перемещениями и вращениями вдоль и вокруг собственных осей. Толщина КЭ задается табулированно для всего набора элементов. Слоистое пространство описывается углом ориентации монослоя ($\pm 45^\circ$) и числом точек интегрирования по толщине (3). Толщина монослоя задается от серединной поверхности. Элемент позволяет моделировать как линейные, так и нелинейные теплофизические свойства материала. Более детально возможности и особенности выбранного КЭ описаны в работе [3].

Сетка КЭ моделируемой оболочки – регулярна в двух измерениях (осевом и окружном). Третье измерение (радиальное – толщина равновеликих монослоев) задается отдельно, для чего специальным образом в общую структуру модели имплементируется карта толщин, заполненная величинами, подчиненными равномерному распределению с заданными предварительно значениями верхнего и нижнего отклонений (рис. 1,Б.).

Одним из вопросов, решенных при создании математической модели, явился вопрос об установлении степени влияния частоты дискретизации континуума на конечный результат и определении ее рациональной величины. Для этого в двух направлениях (осевом – z и окружном – φ) была последовательно реализована вариация частот и установлено значение сжимающего усилия F , соответствующего единичному перемещению нагружаемого торца КЭ модели постоянной номинальной толщины δ_0 .

Помимо этого производился контроль на предмет отсутствия нефизичных осцилляций внешней поверхности оболочки, результаты которого здесь не приведены.

На основании рис. 1,В., связывающего результаты варьирования частотами в осевом и окружном направлениях, сделан вывод о их рациональных значениях. Таким образом, рациональной с точки зрения точности получаемого решения, исключаяющей для данного случая нефизичные осцилляции внешней поверхности оболочки, является частота $36 - \varphi \times 150 - z$.

4. Метод решения

Общий алгоритм решения поставленной задачи выглядит следующим образом: к КЭ модели с установленными рациональными частотами дискретизации пространства и переменными параметрами, соответствующими плану численного эксперимента, прикладывается нагрузка в виде осевого перемещения U_z с шагом, исключаяющим проявление нефизичного поведения исследуемого объекта (0,05 мм). На каждом шаге перемещения фиксируются элементы НДС конструкции, в т.ч. осевые нормальные напряжения σ_z , возникающие на нагружаемом торце оболочки.

Расчет значений усилий F_z , соответствующих конкретному значению величины U_z , производится следующим образом:

$$F_z = - \int_{R-\frac{\delta}{2}}^{R+\frac{\delta}{2}} \int_0^{2\pi} \sigma_z dr d\varphi. \quad (1)$$

Задача решается в цикле, где граница приращений осевого перемещения задается заведомо большей экспериментально установленной (3.0 мм, [2]).

При достижении искажений КЭ, превышающих вычислительные возможности метода (отсутствие сходимости решения), возвращается значение

усилия, соответствующее максимальному значению U_z , для которого сходимость получена, и задача для данного численного эксперимента считается решенной.

Расчет НДС производится на базе геометрически нелинейных уравнений теории моментных оболочек методом Ньютона - Рафсона [3].

5. Результаты исследований

Планом численного эксперимента было предусмотрено построение четырех описанных выше зависимостей $F_{zi}=f(U_z)$. Результаты исследований представлены в совмещенном виде на рис. 2.

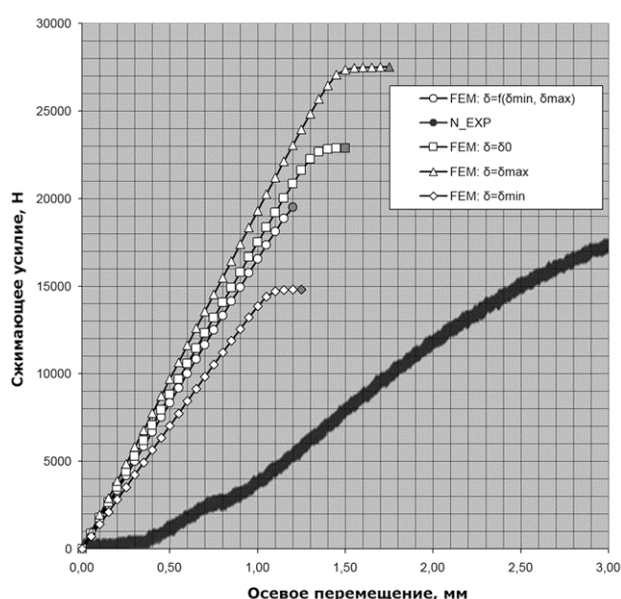


Рис. 2. Результаты исследований:

круглый светлый маркер – КЭ модель с переменной толщиной $\delta=f(\delta_{\min}, \delta_{\max})$; круглый темный маркер – экспериментальная оболочка с действительной толщиной δ_{N_EXP} [2]; квадратный светлый маркер – КЭ модель с постоянной номинальной толщиной $\delta=\delta_0$; треугольный светлый маркер – КЭ модель с постоянной максимальной толщиной $\delta=\delta_{\max}$; ромбовидный светлый маркер – КЭ модель с постоянной минимальной толщиной $\delta=\delta_{\min}$

Отметим, что учет равномерного распределения разброса толщин для рассматриваемого случая ($\delta=f(\delta_{\min}, \delta_{\max})$) позволил снизить критическое усилие сжатия в сравнении с идеализированным случаем, описываемым номинальной постоянной толщиной ($\delta=\delta_0$), на 14,80 % (с 22877 Н до 19491 Н) и уменьшить общее расхождение результатов по контролируемой величине с 31,40 до 12,01 % (в сравнении с 17,4 кН натурального эксперимента [2]).

Также отметим наличие несовпадения теоретических и экспериментальных кривых по углу наклона к оси абсцисс.

На экспериментальной кривой и кривой, отражающей поведение КЭ оболочки с переменной толщиной, отсутствует ярко выраженная площадка, присущая кривым КЭ оболочек с постоянной толщиной.

Все четыре теоретические кривые имеют выпуклость, направленную в сторону оси сжимающих усилий, радиус кривизны которой, однако, значительно больше радиуса кривизны выпуклости экспериментальной кривой.

КЭ модель с нижней границей постоянной толщины дает заниженные значения критического усилия в сравнении с его действительными величинами. КЭ модель с верхней границей постоянной толщины дает чрезвычайно завышенные значения критического усилия даже в сравнении с теоретической кривой КЭ модели переменной толщины.

На всех теоретических кривых отсутствует начальная горизонтальная площадка, присутствующая на экспериментальной кривой.

На этапе создания и тестирования КЭ модели отмечена чрезвычайная чувствительность контролируемых параметров к осевой частоте дискретизации пространства.

6. Выводы

Наличие начальной горизонтальной площадки на экспериментальной кривой (и отсутствие ее на теоретических) объясняется, по всей видимости, выбором зазоров (неровностей) усадкой компенсатора на торцевых поверхностях, обусловленных несовершенством схемы реализации и контроля эксперимента [2], что, в связи с этим, должно быть учтено при дальнейшем анализе с большой осторожностью.

Анализ теоретических кривых с позиции качественной оценки оставляет наибольшие перспективы для дальнейшего развития (более полного учета действительных иррегулярностей) КЭ модели, учитывающей переменность толщины в осевом и окружном направлениях (вследствие удовлетворительной качественной корреляции результатов численного и натурального экспериментов и физической возможности проведения структурных изменений модели).

Анализ теоретической кривой КЭ модели с переменной толщиной с позиции количественной оценки позволяет сделать заключение о неудовлетворительности требованиям точности, допустимой для инженерных расчетов ($12,01 \gg 5\%$), что не позволяет использовать настоящую модель без соответствующих уточнений в дальнейших расчетах.

Величина падения значения величины критического сжимающего усилия при учете переменности толщины (14,80 %) подтверждает сильную чувствительность процесса к изначальным несовершенствам такого характера и хорошо коррелирует с данными работы [1] и более поздними работами других исследователей.

Использование КЭ модели с меньшей (чем указано выше) степенью дискретизации пространства в окружном и особенно осевом направлениях – нежелательно для случаев со схожим соотношением геометрических параметров.

7. Перспективы дальнейших исследований

Дальнейшее уточнение разработанной математической модели предполагает поэтапную реализацию и оценку чувствительности контролируемых параметров к следующим геометрическим и физическим особенностям, присущим реальным композитным оболочкам, изготавливаемым и контролируемым традиционными промышленными методами: учет осевого и окружного непостоянства радиуса R , неравномерности нагружения верхнего и условий опирания нижнего торцов, невертикальности нагрузки, действующей на верхний торец, разброс физических свойств монослоев.

Уточненная математическая модель в перспективе позволит реализовать комплексный детерминированный учет разброса указанных параметров и явится источником получения достоверной информации для набора статистики, необходимой для проведения в т.ч. УСМ, специфика и преимущества которого в сравнении с традиционными методами подробно изложены в работе [4].

Список литературы

1. Koiter W.T. The stability of elastic equilibrium, PhD Thesis / W.T Koiter. // Technische Hooge School: Delft, 1945. – 306 p.

1. Koiter W.T. The stability of elastic equilibrium, PhD Thesis / W.T Koiter. // Technische Hooge School: Delft, 1945. – 306 p.

2. Weaver P.M. Anisotropic effects in the compression buckling of laminated composite cylindrical shells / P.M Weaver., J.R. Driesen, P. Roberts // Composites Science and Technology - №62, - 2002 P. 91–105.

3. ANSYS V.11.0 user's manual: ANSYS, Inc.

4. Лежнина М.В. Проектная оценка вероятности достижения объектами аэрокосмической техники предельных состояний / М.В. Лежнина, В.Г Сухоробрий. – Х. НАКУ «ХАИ», 2005. – 184 с.

Рецензент: д.т.н., проф., зав. каф. № 105 Е.А. Дружинин, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков
Поступила в редакцию 24.02.11

Визначення критичного зусилля стиснення в задачі стійкості циліндричної композитної оболонки з товщинною ірегулярністю

Створено скінченно-елементну (СЕ) математичну модель визначення компонент напружено-деформованого стану замкненої, ірегулярної завтовшки, тонкостінної, композитної, пружної, циліндричної оболонки, що зазнає осьового статичного стиску. Встановлено раціональні значення частот осьової та окружної дискретизації простору. Показано, що врахування досліджуваної неоднорідності, математичний опис якої базується на значеннях попередньо визначених частот дискретизації простору, суттєво підвищує точність значень критичних зусиль стискання порівняно з традиційним ідеалізованим підходом. Установлено ступінь недосконалості механізму незв'язаного врахування товщинної ірегулярності.

Ключові слова: карта товщин, композит, коефіцієнт запасу, критичне зусилля стискання, локальна втрата стійкості, МСЕ, раціональна частота дискретизації простору, теорія моментних оболонок, товщинна ірегулярність, тонкостінна циліндрична оболонка.

Definition of critical compression in buckling of composite cylindrical shell with thickness irregularity

The finite element (FE) mathematical model to define the components of a stress-strain condition of the closed, irregular along the thickness, thin-walled, composite, elastic, cylindrical shell under the axial static compression was created. The rational values of the axial and circular frequencies of the space's discretization were defined. It was shown, that the accounting of the irregularity of thickness, which mathematical description is connected with the values of preliminary defined frequencies of discretization, significantly increases the accuracy of desired values of critical compression loads in comparison with the traditional idealized approach. The degree of imperfection of the unbounded mechanism of the thickness irregularity's accounting was found.

Keywords: Map of thicknesses, composite, safety factor, critical compression's force, local buckling, FEM, rational frequency of space's discretization, theory of moment shells, irregularity of thickness, thin-walled cylindrical shell.