

Синтез интервальной линейной рекуррентной модели сверхдлинного временного ряда

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

Предложена процедура, позволяющая синтезировать рекуррентную модель сверхдлинного временного ряда, в которой неопределенность, связанная с различным уровнем зашумленности фрагментов ряда, учтена в виде интервальных коэффициентов. Для разложения ряда на составляющие использован метод «Гусеница»-SSA. Основным этапом процедуры основан на аналитическом подходе к восстановлению интервальных характеристических полиномов по аппроксимированным областям расположения комплексно-сопряженных корней. Приведен пример построения интервальной модели временного ряда, соответствующего вибросигналу авиационного двигателя.

Ключевые слова: временной ряд, линейная рекуррентная формула, характеристический полином, интервальная аппроксимация.

Постановка проблемы. В ряде практических задач возникает необходимость анализа сверхдлинных временных рядов, характеризующих динамические процессы разной природы. Под сверхдлинным будем понимать временной ряд, содержащий более 10^5 значений. Предполагается, что ряд характеризуется различного рода зашумленностью. Анализ таких временных рядов является сложной задачей в силу нескольких причин: во-первых, классические подходы практически неприемлемы ввиду большой длины ряда и разного уровня зашумленности; во-вторых, не существует универсальных методов декомпозиции ряда на фрагменты, к которым могут быть применены проверенные методы анализа.

Тем не менее многие инженерные проблемы требуют от исследователя разработки обоснованных методик анализа сверхдлинных рядов в целях выявления внутренних закономерностей процессов, выделения полезных составляющих и шума, а также синтеза аналитических моделей, необходимых для прогнозирования.

Анализ последних исследований и публикаций. В связи с этим рассмотрим возможности применения подхода «Гусеница»-SSA, который представляет собой интерактивный метод разделения рядов на составляющие, что позволяет синтезировать линейную рекуррентную формулу (ЛРФ), управляющую временным рядом.

Суть метода «Гусеница»-SSA [1] состоит в том, что временному ряду $F_N = (f_0, \dots, f_{N-1})$ ставится в соответствие набор векторов, составленных из скользящих отрезков ряда выбранной длины L (длина окна). Эти векторы порождают траекторное подпространство размерности $d \leq L$, по базису которого ряд раскладывается на компоненты. При этом рассматривается множество временных рядов конечного ранга, описываемых с помощью линейных рекуррентных формул (ЛРФ) вида

$$f_{i+d} = \sum_{k=1}^d a_k f_{i+d-k}, \quad 0 \leq i \leq N-d-1, \quad a_d \neq 0, \quad (1)$$

где a_1, \dots, a_d – коэффициенты ЛРФ.

Поведение ряда, управляемого ЛРФ вида (1), может быть выражено в тер-

минах корней характеристического полинома

$$P_d(\lambda) = \lambda^d - \sum_{k=1}^d a_k \lambda^{d-k}. \quad (2)$$

Согласно [1], вещественнозначный ряд F_N удовлетворяет ЛРФ (1) тогда и только тогда, когда является линейной комбинацией произведений экспонент, полиномов и гармоник. Класс рядов, управляемых такими ЛРФ, достаточно широк и важен для практических применений.

Если ряд F_N имеет размерность, равную d , то характеристический полином его минимальной ЛРФ имеет ровно d корней. При этом минимальная ЛРФ определяется однозначно. Но один и тот же ряд может подчиняться многим другим ЛРФ порядка $r > d$:

$$f_{r+i} = b_1 f_{r+i-1} + b_2 f_{r+i+1} + \dots + b_r f_i. \quad (3)$$

Характеристический полином $P_r(\lambda)$ ЛРФ (4) имеет r корней, d из которых (главные) совпадают с корнями минимальной ЛРФ. Другие $(r - d)$ корней являются побочными. Однако сама ЛРФ (3) управляет более широким классом рядов по сравнению с минимальной.

Так как корни характеристического полинома определяют его коэффициенты однозначно, то тем самым корни полинома задают сам полином. Следовательно, удалив все побочные корни характеристического полинома, можно получить минимальную ЛРФ временного ряда.

ЛРФ синтезируется по корням характеристического полинома, расположение которых на комплексной плоскости определяется характером составляющих ряда. Расположение корней характеристического полинома ЛРФ для модельных рядов приведено в табл. 1.

Таблица 1

Расположение корней характеристического полинома для модельных рядов

Форма модельного ряда	Расположение корней
$F = C$	один корень $(\text{Re}, \text{Im}) = (1, 0)$
$F = C_0 + C_1 t + \dots + C_n t^n$	n совпадающих корней $(\text{Re}, \text{Im}) = (1, 0)$
$F = C \cdot \sin(\omega t + \varphi)$	два комплексно-сопряженных корня $\text{tg } \omega = \text{Im} / \text{Re}, T = 2\pi / \omega, \text{Re}^2 + \text{Im}^2 = 1$
$F = C \cdot e^{\alpha t}$	один корень $(\text{Re}, \text{Im}) = (\text{Re}, 0), \alpha = \ln(\text{Re})$
$F = (C_0 + C_1 t + \dots + C_{n-1} t^{n-1}) \times \sin(\omega t + \varphi)$	n совпадающих комплексно-сопряженных корней $\text{tg } \omega = \text{Im} / \text{Re}, T = 2\pi / \omega, \text{Re}^2 + \text{Im}^2 = 1$
$F = (C_0 + C_1 t + \dots + C_n t^n) e^{\alpha t}$	n совпадающих корней $(\text{Re}, \text{Im}) = (\text{Re}, 0), \alpha = \ln(\text{Re})$
$F = e^{\alpha t} \sin(\omega t + \varphi)$	два комплексно-сопряженных корня $\text{tg } \omega = \text{Im} / \text{Re}, T = 2\pi / \omega, \text{Re}^2 + \text{Im}^2 = \ln(\text{Re})$
$F = (C_0 + C_1 t + \dots + C_n t^n) e^{\alpha t} \times \sin(\omega t + \varphi)$	n совпадающих комплексно-сопряженных корней $\text{tg } \omega = \text{Im} / \text{Re}, T = 2\pi / \omega, \text{Re}^2 + \text{Im}^2 = \ln(\text{Re})$

Постановка задачи. Необходимо синтезировать интервальную модель

сверхдлинного временного ряда $F_N = (f_0, \dots, f_{N-1})$ с $N > 10^5$, учитывающую неопределенность, связанную с различным уровнем зашумленности фрагментов ряда.

Основная часть. Предлагаемая процедура синтеза состоит из нескольких этапов, показанных на рис.1. Рассмотрим эти этапы подробнее.

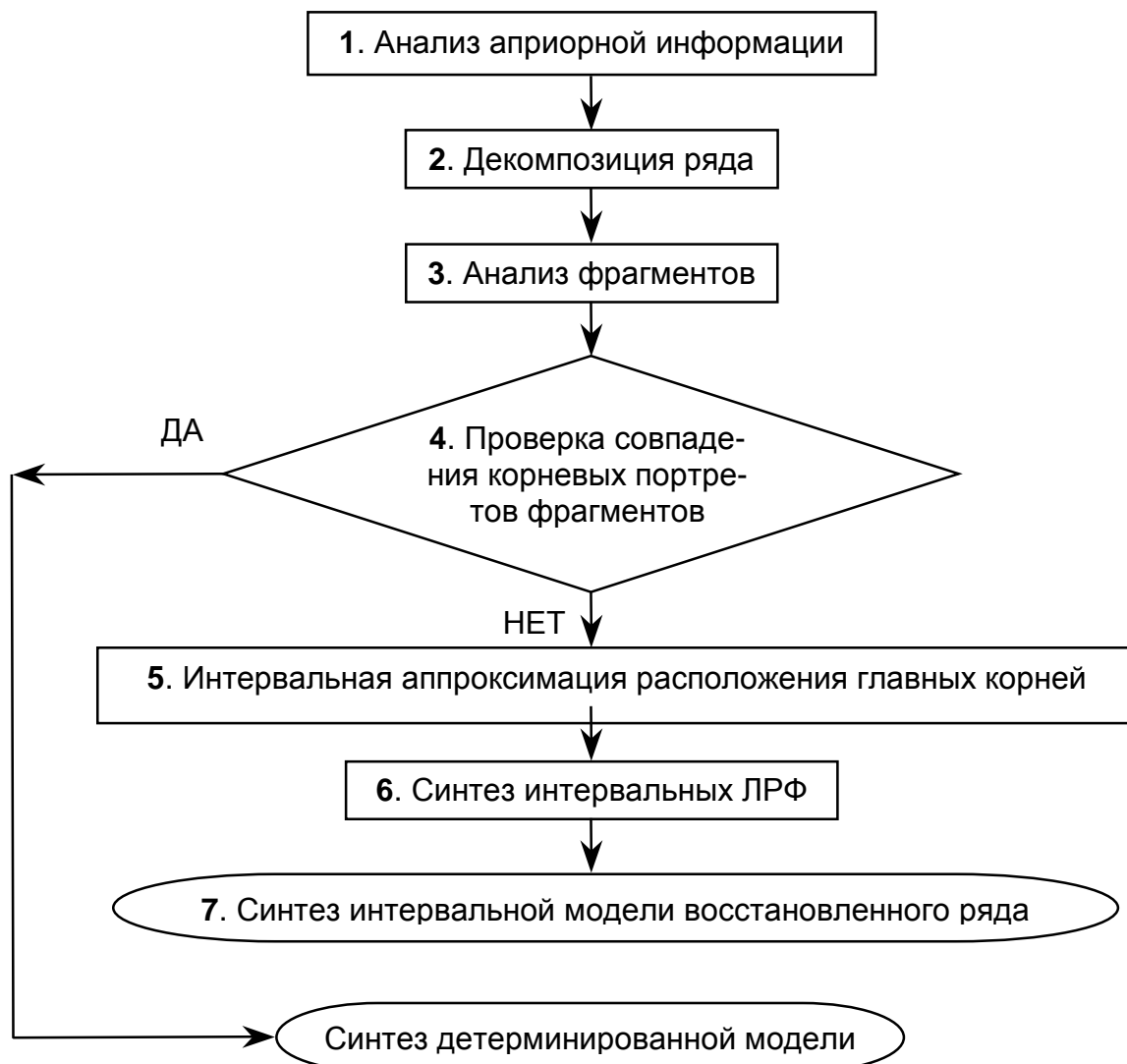


Рис. 1. Процедура синтеза интервальной модели сверхдлинного временного ряда

Этап 1. Анализ априорной информации. При моделировании многих процессов априорная информация может быть доступна исследователю и представлять собой гипотезы и предположения об истинном характере процесса (например, характеристики периодических составляющих или тренда). Очевидно, что наличие такого рода информации может облегчить процесс моделирования, в ходе которого существующие гипотезы о характере процесса либо найдут подтверждение, либо будут опровергнуты. Естественным желанием исследователя является стремление к наращиванию объема и качества подобной информации. Однако в случае обработки и анализа сверхдлинных временных рядов действительные закономерности наблюдаемого процесса могут оказаться намного сложнее предположений исследователя. Число «полезных» гармонических составляющих

может оказаться больше предполагаемого, их характеристики, как и характеристики тренда, могут отличаться от предполагаемых [2]. Даже при полном отсутствии априорной информации процесс моделирования может быть осуществлен, хотя при этом большее внимание должно быть уделено достоверности модели.

Отдельным вопросом является предполагаемый уровень зашумленности или искажения исходных данных. Лишь в редких случаях исследователю может быть известен заранее характер и уровень зашумленности. Ситуацию усложняет тот факт, что с учетом длины ряда уровень зашумленности его фрагментов может оказаться различным.

В любом случае интерактивность, заложенная в методе «Гусеница»-SSA, делает процесс моделирования итерационным, что позволяет различным образом использовать априорную информацию.

Этап 2. Декомпозиция ряда. Исследование предлагается начинать с изучения периодограммы ряда. По ней можно сделать предварительный вывод о том, сколько периодических составляющих (гармоник) отнести к полезным, т.е. предварительно оценить размерность ЛРФ. Предполагаемое число полезных гармоник позволит обоснованно выбрать длину окна L (основной настроечный параметр в методе «Гусеница»-SSA). Несмотря на то, что процедура декомпозиции исходного ряда субъективна и многовариантна, можно сформулировать некоторые рекомендации по ее реализации:

- длина фрагмента должна превышать удвоенную длину окна $2L$, что обеспечит достаточную степень разделимости ряда;
- фрагменты могут быть разной длины, при этом длина окна L при анализе всех фрагментов должна быть одинаковой;
- фрагменты могут пересекаться, т.е. иметь общие участки, при таком же условии, как и в предыдущем пункте;
- если априорная информация содержит предположения о различном уровне зашумленности, то декомпозиция должна соответствовать этим предположениям.

Этап 3. Анализ фрагментов. Анализ каждого фрагмента исходного ряда осуществляется методом «Гусеница»-SSA, в ходе которого выявляются главные компоненты по корням характеристического полинома. Длина окна L при этом должна как минимум вдвое превышать число предполагаемых основных гармоник (так как гармонике соответствует пара комплексно-сопряженных корней). К главным корням, как правило, следует относить те, что расположены максимально близко к единичной окружности (пары корней, соответствующие незатухающим гармоникам) и к вещественной оси комплексной плоскости (корни, соответствующие тренду).

Этап 4. Проверка совпадения корневых портретов фрагментов. Корневым портретом фрагмента ряда будем называть положение главных корней на комплексной плоскости. Таким образом, на предыдущем этапе получены M в общем случае различных корневых портретов, которые и подлежат сравнению. Полное совпадение корневых портретов фрагментов означает, что все фрагменты ряда полностью отражают общие тенденции процесса. Таким образом, модель ряда может быть представлена в виде ЛРФ с детерминированными коэффициентами и нет необходимости в интервальном представлении, в противном случае – переход к следующему этапу.

Этап 5. Интервальная аппроксимация расположения главных корней. Учитывая, что большинство процессов можно физически представить в виде суммы

гармонических составляющих и тренда, общую картину расположения корней можно рассматривать как наложение корневых портретов выделяемых составляющих (т.е. гармоник и тренда). При этом каждой гармонической составляющей согласно табл. 1 будет соответствовать пара комплексно-сопряженных корней в области единичной окружности, а составляющим, характеризующим тренд, – вещественные или близкие к ним корни в области точки комплексной плоскости с координатами $(\text{Re}, \text{Im})=(1, 0)$.

Учитывая тот факт, что выделение тренда приводит к необходимости анализа гармонической составляющей ряда, для определенности будем вести речь о ряде с уже выделенным трендом. Следовательно, предлагаемая процедура интервальной аппроксимации применима только для комплексных корней.

На этапе 3 получено M наборов из $d/2$ пар комплексно-сопряженных корней, найденных путем разложения фрагментов исходного ряда на составляющие методом «Гусеница»-SSA, и характеризующих $d/2$ простейших осцилляторов (гармонических составляющих процесса, описываемого измеряемой величиной). Рассмотрим положение одной пары комплексно-сопряженных корней для каждого из фрагментов:

$$\lambda_{1,2}^{(i)} = a^{(i)} \pm jb^{(i)}, \quad j^2 = -1, \quad (4)$$

где $i = \overline{1, M}$ – порядковый номер фрагмента.

Аппроксимируем набор комплексно-сопряженных корней (4) двумя симметричными относительно вещественной оси прямоугольниками, как показано на рис. 2.

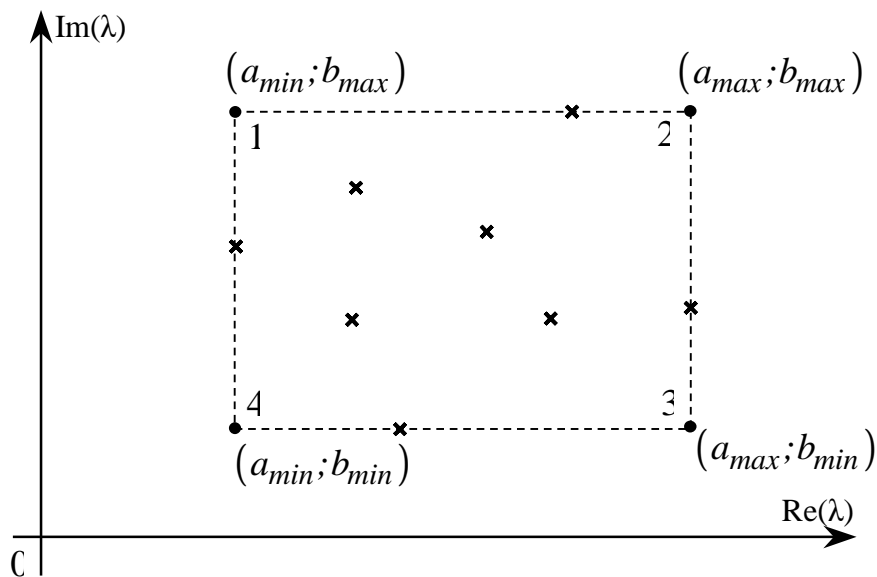


Рис. 2. Интервальная аппроксимация набора комплексно-сопряженных корней

$$\lambda_{1,2} = [a] \pm j[b], \quad (5)$$

где $[a] = [a_{min}, a_{max}]$, $[b] = [b_{min}, b_{max}]$ – интервалы, причем

$$a_{min} = \min_{i=1}^M a_i, \quad a_{max} = \max_{i=1}^M a_i, \quad b_{min} = \min_{i=1}^M b_i, \quad b_{max} = \max_{i=1}^M b_i.$$

Этап 6. Синтез интервальных ЛРФ. Покажем, как неопределенность в положении пары главных комплексно-сопряженных корней может быть выражена в виде интервальной формы представления коэффициентов ЛРФ.

Восстановим по корням (5) соответствующий характеристический полином с интервальными коэффициентами, используя интервальную арифметику [3] и метод интервального дискриминанта [4].

Отыщем интервальные коэффициенты полинома

$$P(\lambda) = \lambda^2 + [c_1]\lambda + [c_2], \quad (6)$$

корни которого удовлетворяют (5). Здесь $[c_1] = [(c_1)_{min}, (c_1)_{max}]$ и $[c_2] = [(c_2)_{min}, (c_2)_{max}]$ – интервальные коэффициенты полинома.

Согласно [3], если полином вида (6) имеет только комплексные интервальные корни, то они могут быть представлены в виде

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2}[c_1] \pm \frac{j}{2}\sqrt{-[D]} = \left[\frac{-(c_1)_{max}}{2}, \frac{-(c_1)_{min}}{2} \right] \pm j \left[\frac{\sqrt{-D_{max}}}{2}, \frac{\sqrt{-D_{min}}}{2} \right], \quad (7)$$

где $[D] = [D_{min}, D_{max}] = [c_1]^2 - 4[c_2]$ – интервальный дискриминант, в рассматриваемом случае строго отрицательный.

Приравняв правые части (5) и (7), получим

$$[a] \pm j[b] = -\frac{1}{2}[c_1] \pm \frac{j}{2}\sqrt{-[D]},$$

откуда

$$[c_1] = [(c_1)_{min}, (c_1)_{max}] = -2[a] = [-2a_{max}, -2a_{min}], \quad (8)$$

$$[D] = -(2[b])^2. \quad (9)$$

Подставляя в (9) выражение для интервального дискриминанта, находим

$$[D] = [D_{min}, D_{max}] = [c_1]^2 - 4[c_2] = -(2[b])^2, \quad (10)$$

или с учетом (8)

$$4[a]^2 - 4[c_2] = -(2[b])^2. \quad (11)$$

Перепишем (11) для границ интервалов

$$[a_{min}, a_{max}]^2 - [(c_2)_{min}, (c_2)_{max}] = -[b_{min}, b_{max}]^2,$$

откуда

$$(a^2)_{min} - (c_2)_{max} = -(b^2)_{max},$$

$$(a^2)_{max} - (c_2)_{min} = -(b^2)_{min}.$$

Окончательно границы интервального коэффициента $[c_2]$:

$$[c_2] = [(c_2)_{min}, (c_2)_{max}] = \left[(a^2)_{max} + (b^2)_{min}, (a^2)_{min} + (b^2)_{max} \right]. \quad (12)$$

Таким образом, полином (6) с интервальными корнями (5) примет вид

$$P(\lambda) = \lambda^2 + [c_1]\lambda + [c_2] = \lambda^2 + \left[-\frac{a_{max}}{2}, -\frac{a_{min}}{2} \right] \lambda + \left[(a^2)_{max} + (b^2)_{min}, (a^2)_{min} + (b^2)_{max} \right]. \quad (13)$$

Отметим некоторые особенности полученного интервального полинома. Во-первых, особенности операций над символьными числами не позволяют получить его, используя теорему Виета, т.е.

$$P(\lambda) \neq (\lambda - [\lambda_1])(\lambda - [\lambda_2]),$$

так как при умножении $[\lambda_1]$ на $[\lambda_2]$ происходит расширение интервального коэффициента $[c_2]$:

$$[c_2^*] = [(c_2^*)_{min}, (c_2^*)_{max}] = \left[(a^2)_{min} + (b^2)_{min}, (a^2)_{max} + (b^2)_{max} \right] \neq [c_2].$$

Тот же эффект появляется, если $[c_2]$ попытаться выразить из (11).

Еще одна особенность интервальных вычислений в данном случае проявляется в том, что при некоторых сочетаниях $[a]$ и $[b]$ в выражении (12) может оказаться, что $(c_2)_{min} > (c_2)_{max}$. Рассмотрим условие существования интервального коэффициента $[c_2]$:

$$(a^2)_{max} + (b^2)_{min} \leq (a^2)_{min} + (b^2)_{max}. \quad (14)$$

Рассмотрим ситуацию, когда $[a] > 0$, т. е. вещественная часть пары корней положительна. Тогда прямоугольник, изображенный на рис. 2, целиком расположен в первом квадранте комплексной плоскости и выполняются равенства

$$(a^2)_{min} = (a_{min})^2, (a^2)_{max} = (a_{max})^2, (b^2)_{min} = (b_{min})^2, (b^2)_{max} = (b_{max})^2.$$

В этом случае условие (14) примет вид

$$(a_{max})^2 + (b_{min})^2 \leq (a_{min})^2 + (b_{max})^2, \quad (15)$$

т. е. расстояние от начала координат комплексной плоскости до точки 3 (см. рис. 2) должно быть не больше, чем до точки 1. В обратном случае корректное восстановление полинома с интервальными коэффициентами (6) по интервальным корням (5) не представляется возможным.

Условие (15) можно выразить через характеристики интервалов $[a]$ и $[b]$:

$$\begin{aligned} (a_{max})^2 - (a_{min})^2 &\leq (b_{max})^2 - (b_{min})^2, \\ (a_{max} - a_{min})(a_{max} + a_{min}) &\leq (b_{max} - b_{min})(b_{max} + b_{min}), \\ mid[a] \cdot wid[a] &\leq mid[b] \cdot wid[b], \end{aligned} \quad (16)$$

где $mid[a]$, $mid[b]$ – середины интервалов $[a]$ и $[b]$, а $wid[a]$, $wid[b]$ – ширины соответствующих интервалов.

В случае невыполнения условия (15) можно предложить аппроксимацию набора корней избыточной областью, как показано на рис. 3.

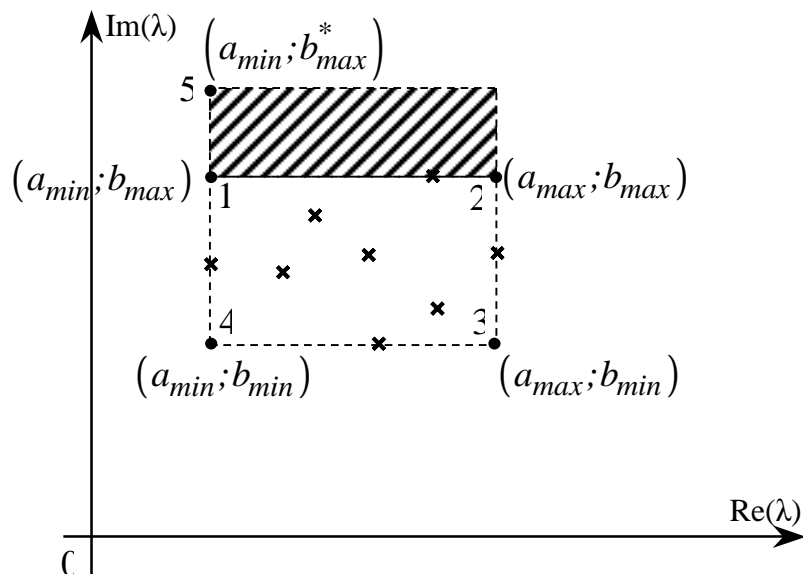


Рис. 3. Избыточная интервальная аппроксимация набора комплексно-сопряженных корней

Для прямоугольника с вершинами 1, 2, 3 и 4 на рис. 3 не выполняется условие (15). Дополним его заштрихованным прямоугольником так, чтобы расстояние от центра координат до точки 3 равнялось расстоянию до точки 5, т. е.

$$(a_{max})^2 + (b_{min})^2 = (a_{min})^2 + (b_{max}^*)^2.$$

Отсюда

$$b_{max}^* = \sqrt{(a_{max})^2 + (b_{min})^2 - (a_{min})^2}.$$

В этом случае интервальная аппроксимация группы комплексно-сопряженных корней примет вид

$$\lambda_{1,2} = [a_{min}; a_{max}] \pm j [b_{min}; b_{max}^*], \tag{17}$$

что по сравнению с (5) отличается избыточностью (заштрихованная область на рис. 3), однако позволяет корректно восстановить полином (6). При этом интервальный коэффициент $[c_2]$ имеет нулевую ширину, т. е. детерминирован

$$\begin{aligned} [c_2] &= [(c_2)_{min}, (c_2)_{max}] = \left[(a^2)_{max} + (b^2)_{min}, (a^2)_{min} + (b^2)_{max} \right] = \\ &= \left[(a_{max})^2 + (b_{min})^2, (a_{min})^2 + (b_{max}^*)^2 \right] = (a_{max})^2 + (b_{min})^2 = c_2 \end{aligned} \tag{18}$$

Степень избыточности интервальной аппроксимации Δ можно оценивать отношением высоты добавленной заштрихованной области (см. рис. 3) к общей высоте аппроксимирующего прямоугольника:

$$\Delta = \frac{b_{max}^* - b_{max}}{b_{max}^* - b_{min}} = \frac{\sqrt{(a_{max})^2 + (b_{min})^2 - (a_{min})^2} - b_{max}}{\sqrt{(a_{max})^2 + (b_{min})^2 - (a_{min})^2} - b_{min}}. \quad (19)$$

Таким образом, для каждой гармонической составляющей исходного ряда может быть получен характеристический полином с интервальными коэффициентами вида

$$P_2(\lambda) = \lambda^2 - \sum_{k=1}^2 [a_k] \lambda^{2-k} = \lambda^2 + [c_1] \lambda + [c_2],$$

а следовательно, и ЛРФ с интервальными коэффициентами

$$f_{i+2} = \sum_{k=1}^2 [a_k] f_{i+2-k},$$

причем $[a_1] = -[c_1]$, $[a_2] = -[c_2]$.

Этап 7. Синтез интервальной модели восстановленного ряда. Получив на предыдущем этапе для каждой гармонической составляющей исходного ряда ЛРФ с интервальными коэффициентами, можем записать общую модель ряда с интервальными коэффициентами:

$$\begin{aligned} f_{i+2}^{(1)} &= \sum_{k=1}^2 [a_k^{(1)}] f_{i+2-k}^{(1)}, \\ f_{i+2}^{(2)} &= \sum_{k=1}^2 [a_k^{(2)}] f_{i+2-k}^{(2)}, \\ &\dots \\ f_{i+2}^{(d/2)} &= \sum_{k=1}^2 [a_k^{(d/2)}] f_{i+2-k}^{(d/2)}, \end{aligned} \quad (20)$$

где d – количество главных комплексно-сопряженных корней в процессе разложения ряда методом «Гусеница»-SSA.

Каждая строка модели (20)

$$f_{i+2}^{(j)} = \sum_{k=1}^2 [a_k^{(j)}] f_{i+2-k}^{(j)}$$

позволяет получать рекуррентное продолжение j -й гармонической составляющей, а их сумма

$$\sum_{j=1}^{d/2} f_{i+2}^{(j)} = \sum_{j=1}^{d/2} \sum_{k=1}^2 [a_k^{(j)}] f_{i+2-k}^{(j)}$$

представляет собой не что иное, как прогноз значений восстановленного ряда.

Пример. Исследуем вибросигнал, снятый с двухвального двигателя Д-136 с частотой 11025 Гц. Временной ряд, соответствующий сигналу, имеет 73728 равноотстоящих моментов измерения и является гармоническим (фрагмент ряда показан на рис. 4).

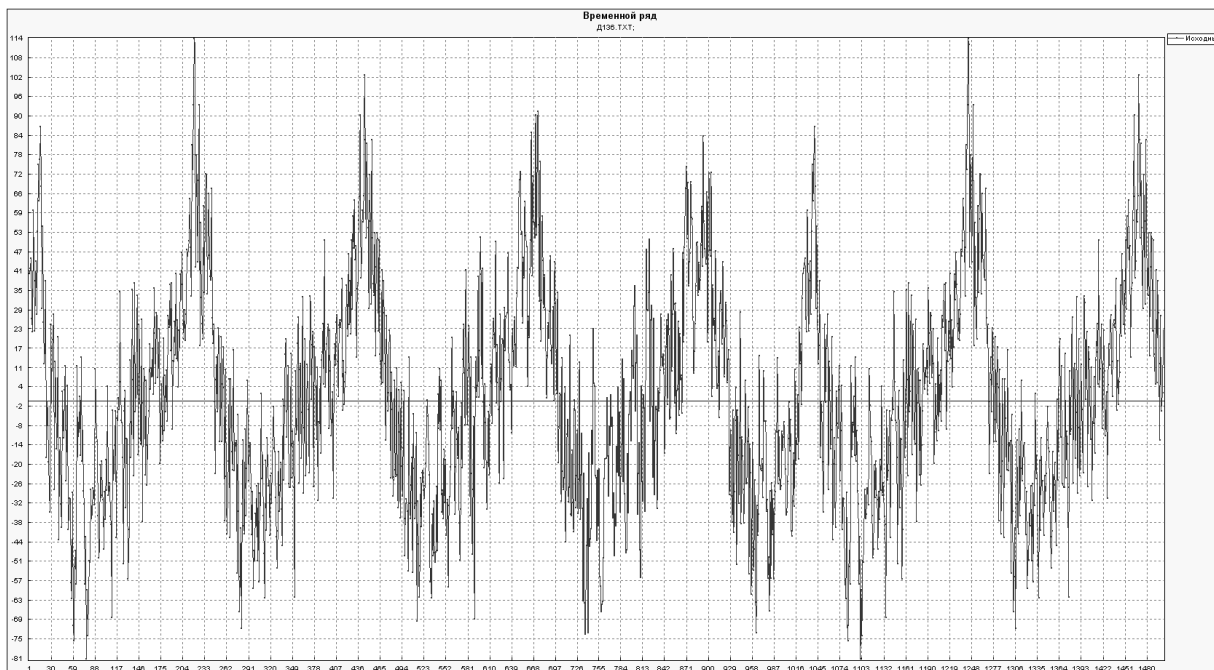


Рис. 4. Фрагмент исходного ряда

Разбив ряд на 10 фрагментов одинаковой длины, получим 10 корневых портретов с помощью метода «Гусеница»-SSA. Разложение осуществлено с помощью программы CaterpillarSSA 3.40 Standard F Edition [5]. Верхняя часть одного из корневых портретов характеристического полинома ЛРФ фрагмента показана на рис. 5 (выбрана длина окна $L = 40$). Крестиками отмечены главные корни, окружностями – побочные корни характеристического полинома.

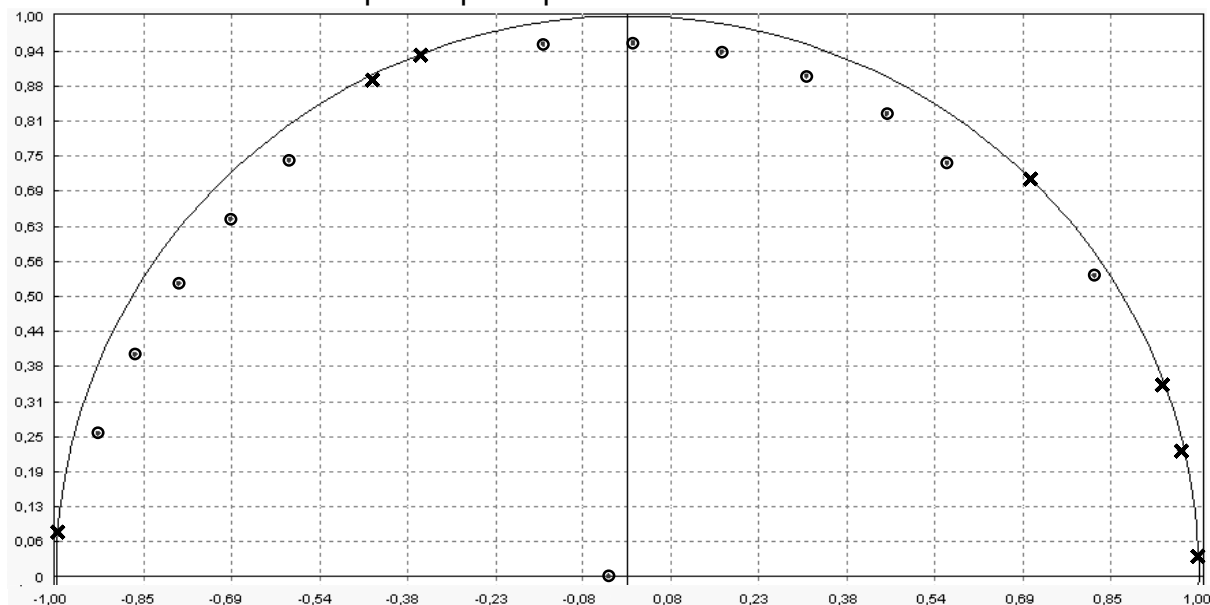


Рис. 5. Верхняя часть корневого портрета характеристического полинома ЛРФ фрагмента исходного ряда

Главные корни характеристических полиномов ЛРФ фрагментов представлены в табл. 2, результаты их интервальной аппроксимации – в табл. 3.

Таблица 2

Главные корни характеристических полиномов ЛРФ фрагментов

		$a^{(1)}$	$b^{(1)}$	$a^{(2)}$	$b^{(2)}$	$a^{(3)}$	$b^{(3)}$
Номер фрагмента	1	0,997657898	0,037385597	0,968480114	0,222560166	0,937117363	0,341165018
	2	0,997671622	0,037516603	0,968427883	0,222012148	0,937183757	0,341316231
	3	0,997678578	0,037574597	0,968463789	0,22184048	0,937414478	0,341274732
	4	0,997795219	0,037474485	0,968429608	0,222457637	0,93729921	0,341107135
	5	0,997884624	0,037445883	0,968515971	0,22274367	0,937138817	0,341181157
	6	0,997704689	0,037451295	0,968297853	0,222428283	0,937127651	0,341206159
	7	0,997657881	0,037583855	0,968351462	0,221904053	0,937192304	0,341329416
	8	0,9976806	0,037570134	0,968499266	0,221827349	0,937390992	0,341253886
	9	0,997808696	0,037460131	0,968478587	0,222397178	0,937313454	0,341065952
	10	0,997855244	0,037421524	0,96839772	0,22280357	0,937108616	0,341190144
		$a^{(4)}$	$b^{(4)}$	$a^{(5)}$	$b^{(5)}$	$a^{(6)}$	$b^{(6)}$
Номер фрагмента	1	0,706851482	0,706463261	-0,359307431	0,929996572	-0,442061131	0,886963018
	2	0,706770395	0,70648261	-0,359466786	0,930086325	-0,442142152	0,886695487
	3	0,706737105	0,706437493	-0,359384684	0,930181455	-0,442142383	0,886849451
	4	0,70678704	0,706562301	-0,359349837	0,930180773	-0,441730061	0,887200612
	5	0,70683099	0,706657383	-0,359265482	0,929983779	-0,441981319	0,886951338
	6	0,706876798	0,706431049	-0,359345115	0,930010653	-0,442114949	0,886954605
	7	0,706784413	0,706432208	-0,359495179	0,930165545	-0,442187289	0,886651299
	8	0,706709351	0,706488773	-0,359389599	0,930182634	-0,442045376	0,886984456
	9	0,706804762	0,706582244	-0,35932271	0,930184633	-0,441767688	0,887134038
	10	0,706777141	0,706628594	-0,359292002	0,929955286	-0,441988738	0,886906906
		$a^{(7)}$	$b^{(7)}$				
Номер фрагмента	1	-0,99833897	0,079332919				
	2	-0,99833079	0,079362526				
	3	-0,998330117	0,079330029				
	4	-0,998318023	0,079325186				
	5	-0,998336187	0,079340957				
	6	-0,998351284	0,079322637				
	7	-0,998331523	0,079320719				
	8	-0,998326117	0,079336292				
	9	-0,998332572	0,079338116				
	10	-0,998324944	0,079325735				

Таблица 3

Результаты интервальной аппроксимации корней характеристических полиномов

Пары корней	a_{min}	a_{max}	b_{min}	b_{max}	b_{max}^*	Δ
1-я	0,997657881	0,997884624	0,037385597	0,037583855	0,043013465	0,964772094
2-я	0,968297853	0,968515971	0,221827349	0,22280357	–	–
3-я	0,937108616	0,937414478	0,341065952	0,341329416	0,341905439	0,686160594
4-я	0,706709351	0,706876798	0,706431049	0,706657383	–	–
5-я	-0,359495179	-0,359265482	0,929955286	0,930184633	–	–
6-я	-0,442187289	-0,441730061	0,886651299	0,887200612	–	–
7-я	-0,998351284	-0,998318023	0,079320719	0,079362526	0,079738245	0,899869656

Полученная интервальная модель представлена ниже.

$$\begin{aligned}
 f_{i+2}^{(1)} &= [1,995315762; 1,995769248] f_{i+1}^{(1)} - 0,997171406 f_i^{(1)}, \\
 f_{i+2}^{(2)} &= [1,936595706; 1,937031942] f_{i+1}^{(2)} + [-0,987242163; -0,987230559] f_i^{(2)}, \\
 f_{i+2}^{(3)} &= [1,874217232; 1,874828956] f_{i+1}^{(3)} - 0,995071887 f_i^{(3)}, \\
 f_{i+2}^{(4)} &= [1,413418702; 1,413753596] f_{i+1}^{(4)} + [-0,998802764; -0,998719635] f_i^{(4)}, \\
 f_{i+2}^{(5)} &= [-0,718990358; -0,718530964] f_{i+1}^{(5)} + [-0,994315138; -0,994053618] f_i^{(5)}, \\
 f_{i+2}^{(6)} &= [-0,884374578; -0,883460122] f_{i+1}^{(6)} + [-0,982250373; -0,981680125] f_i^{(6)}, \\
 f_{i+2}^{(7)} &= [-1,996702568; -1,996636046] f_{i+1}^{(7)} - 1,002997063 f_i^{(7)}.
 \end{aligned}$$

Модель, полученная путем разложения исходного ряда без интервальной аппроксимации:

$$\begin{aligned}
 f_{i+2}^{(1)} &= 1,995595825 f_{i+1}^{(1)} - 0,997005632 f_i^{(1)}, \\
 f_{i+2}^{(2)} &= 1,936948576 f_{i+1}^{(2)} - 0,987278936 f_i^{(2)}, \\
 f_{i+2}^{(3)} &= 1,874404567 f_{i+1}^{(3)} - 0,994752515 f_i^{(3)}, \\
 f_{i+2}^{(4)} &= 1,413659678 f_{i+1}^{(4)} - 0,998816617 f_i^{(4)}, \\
 f_{i+2}^{(5)} &= -0,718716374 f_{i+1}^{(5)} - 0,994228323 f_i^{(5)}, \\
 f_{i+2}^{(6)} &= -0,884051213 f_{i+1}^{(6)} - 0,982076357 f_i^{(6)}, \\
 f_{i+2}^{(7)} &= -1,99666769 f_{i+1}^{(7)} - 1,002964712 f_i^{(7)}.
 \end{aligned}$$

Выводы

Предложена процедура, позволяющая синтезировать рекуррентную модель сверхдлинного временного ряда, в которой неопределенность, связанная с различным уровнем зашумленности фрагментов ряда, учтена в виде интервальных коэффициентов.

Список литературы

1. Голяндина, Н.Э. Метод «Гусеница»-SSA: прогноз временных рядов [Текст]: учеб. пособие / Н.Э. Голяндина. – СПб: Изд-во СПбГУ, 2004. – 52 с.
2. Оценка частотных параметров модели Тейла-Вейджа в задачах краткосрочного прогнозирования [Текст] / В.М. Вартамян, Ю.А. Романенков, Д.С. Ревенко, В.Ю. Кашеева // Східно-Європейський журнал передових технологій.– Вип. 1/5(49). – Х.: 2011. - С. 49-54.
3. Шокин, Ю.И. Интервальный анализ [Текст] / Ю.И. Шокин. – Новосибирск: Наука, 1981. – 111 с.
4. Петрикевич, Я.И. Структурно-параметрическая идентификация динамических объектов по интервальным исходным данным: дис. ... канд. техн. наук. – Кемерово: КемГУ, 2006. – 225 с.
5. Программный продукт «CaterpillarSSA», <http://www.gistatgroup.com>

Рецензент: д.т.н., профессор Божко В. П., Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков
Поступила в редакцию 19.10.11

Синтез інтервальної лінійної рекуррентної моделі наддовгого часового ряду

Запропоновано процедуру, що дозволяє синтезувати рекуррентну модель наддовгого часового ряду, в якій невизначеність, пов'язана з різним рівнем зашумленості фрагментів ряду, врахована у вигляді інтервальних коефіцієнтів. Для розкладення ряду на складові було використано метод «Гусениця»-SSA. Основний етап процедури базується на аналітичному підході до відновлення інтервальних характеристичних поліномів за апроксимованими областями розташування комплексно-спряжених коренів. Наведено приклад побудови інтервальної моделі часового ряду, що відповідає вібро сигналу авіаційного двигуна.

Ключові слова: часовий ряд, лінійна рекуррентна формула, характеристичний поліном, інтервальна апроксимація.

Synthesis of interval linear recurrent model of ultra-long time series

Suggested is the procedure allowing synthesizing recurrent model of ultra-long time series in which indeterminacy connected with various noise level of series fragment is taken into consideration as interval coefficients. The Track-SSA method is used to break the series into components. The principal stage of the procedure is based upon analytical approach to recapture interval characteristic polynomials on approximated areas of complex conjugated roots. Given is the design example of time series interval model corresponding to aircraft engine vibrosignal.

Keywords: time series, linear recurrent formula, characteristic polynomial, interval approximation