

ТРЕНИЕ ПРИ КОНТАКТНОМ СЖАТИИ

1. Постановка задачи.

В инженерных расчетах часто встречается необходимость определения силы трения между деталями, находящимися в условиях контактного сжатия. Как примеры можно привести шарниры свободного касания, колеса на рельсах (и в частности колеса крановых поворотных тележек на круговых рельсах) и т.д.

Во всех случаях задача ставится так: известны размеры деталей, модули упругости материалов, сжимающая сила, форма и размеры площадки контакта и закон распределения давления по ней; требуется определить силу или момент трения, возникающие между этими деталями. Для решения надо составить такие выражения:

F = ∫_S p μ ds ... (1) M = ∫_S p μ ρ ds ... (2)

где F - сила трения, M - момент трения, p - удельное давление между соприкасающимися телами, μ - коэффициент трения, ρ - расстояние от центра вращения до точки с давлением p, S - площадь площадки контакта.

Известно, что коэффициент трения зависит от давления, поэтому нельзя взять эти интегралы до тех пор, пока не будет известна зависимость μ(p), поэтому для решения задачи нельзя воспользоваться законом Кулона

F = μ N (N - сжимающая сила)

так как в нем принято μ(p) = Const.

Имеющиеся эмпирические формулы зависимости μ(p) также непригодны, потому что в них коэффициент трения определялся как отношение всей силы трения ко всей сжимающей силе. Нам же нужна зависимость коэффициента трения от удельного давления (давление в точке). Следовало бы, для более отчетливого представления о задаче исследования, вообще отказаться от понятия "коэффициент трения" и ввести понятие "удельное трение"

f = dF / ds

В этом случае (1) и (2) примут вид

F = ∫_S f ds ... (1') M = ∫_S f ρ ds ... (2')

В условиях нашей задачи "коэффициент трения" это архаизм, употребляемый по привычке, приобретенной при применении закона Кулона. Ведь известно, что μ зависит от p, т.е. удельное трение f зависит не линейно от удельного давления p. Для решения общей задачи нам нужна именно зависимость f(p) из которой не зачем выделять p в первой степени множителем и считать оставшуюся безразмерную функцию коэффициентом трения.

Следовательно, задача нашего исследования такова: найти зависимость удельного трения от удельного давления - f(p), дать для нее эмпирическую формулу.

Трудность заключается в том, что такие факторы, как f и P - не поддаются непосредственному замеру, это усилия внутренние распределенные по площадке контакта. Надо от них как-то перейти к внешним силам - силе момента трения и сжимающей силе, действующим на детали.

Метод.

Мы предлагаем использовать для решения нашей задачи трение в шаровой пяте. Закон распределения давления под шаром, прижатим к плоскости известен, - пространственная эллипсоид давления по площадке контакта есть эллипсоид вращения, у которого большая полуось - максимальное давление P_0 в центре площадки контакта, а малая полуось - радиус площадки контакта a .

P_0 и a вычисляются по формулам Герца (R - радиус шара)

$$P_0 = 0,388 \sqrt[3]{\frac{E^2 N}{R^2}} \dots (3) \quad a = 1,11 \sqrt[3]{\frac{NR}{E}} \dots (4)$$

Вычислим в соответствии с (2') момент трения, который будет препятствовать вращению шара вокруг центра площадки контакта. Выделим на площадке контакта узкое кольцо радиуса z , на котором возникает удельное трение f , находим элементарный момент трения, выраженный через z , затем по формуле закона Герца выражаем его через давление P и берем интеграл по всей площадке контакта:

$$dM = 2\pi z dz \cdot f \cdot z \quad z = \frac{a}{P_0} \sqrt{P_0^2 - P^2}$$

$$dM = 2\pi \frac{a^3}{P_0^3} P \sqrt{P_0^2 - P^2} \cdot f \cdot dP$$

$$M(P_0) = 2\pi \frac{a^3}{P_0^3} \int_0^{P_0} P \sqrt{P_0^2 - P^2} \cdot f(P) dP \dots (5)$$

Это наше основное уравнение. Если теперь экспериментально определить зависимость $M(P_0)$ или, что то же самое, $M(N)$ так как P_0 и N связаны формулой (3), то уравнение (5) обращается в интегральное уравнение с неизвестной функцией $f(P)$. Решив это уравнение мы получим искомую зависимость удельного трения от удельного давления. Таким образом, мы перешли от внутренних усилий к силам внешним, которые сравнительно легко измерить и получить экспериментальную зависимость $M(P_0)$ - левую часть уравнения (5).

III. Решение уравнения (5).

Это уравнение принадлежит к интегральным уравнениям Вольтерра I рода. Общее решение его представляет трудность, так как его ядро обращается в нуль при $P = P_0$. Но для нас достаточно приближенного решения: $M(P_0)$ мы получим в виде кривой, построенной по точкам. Аналитическое выражение для нее представим в виде многочлена. Этот многочлен с неопределенными коэффициентами получим, поставив под интеграл $f(P)$ в виде многочлена и проведя интегрирование. Коэффициенты подбираем по способу наименьших квадратов, из условий наилучшего совпадения кривой $M(P_0)$ с ее аналитическим выражением. Часть этой работы можно проделать в общем виде, имея кривой $M(P_0)$.

Имеет:
$$M(\rho_0) = 2\pi \frac{a^3}{\rho_0^3} \int_0^{\rho_0} \rho \sqrt{\rho_0^2 - \rho^2} f(\rho) d\rho \quad (5)$$

$$\rho_0 = 0,388 \sqrt[3]{\frac{NE^2}{R^2}} \quad (3) \quad a = 1,11 \sqrt[3]{\frac{NR}{E}} \quad (4)$$

Нам нужно представить $f(\rho)$ в виде многочлена. Наименьший показатель степени этого многочлена должен быть больше, чем - 2, иначе интеграл станет расходящимся.

Полагаем: $f(\rho) = \ell \rho^{-1} + m + n\rho$

Подставив в (5) и проинтегрировав получим

$$M(\rho_0) = 2 \left(\frac{\pi}{2} \ell \rho_0^2 + \frac{1}{3} m \rho_0^3 + \frac{\pi}{16} n \rho_0^4 \right); \quad 2 = 146 \frac{R^3}{E^3}$$

Так как нам из опытов станет известна кривая $M(N)$, а не $M(\rho_0)$ то удобнее перейти к N по формуле (3):

$$M(N) = AN^{\frac{2}{3}} + BN + CN^{\frac{4}{3}}$$

где

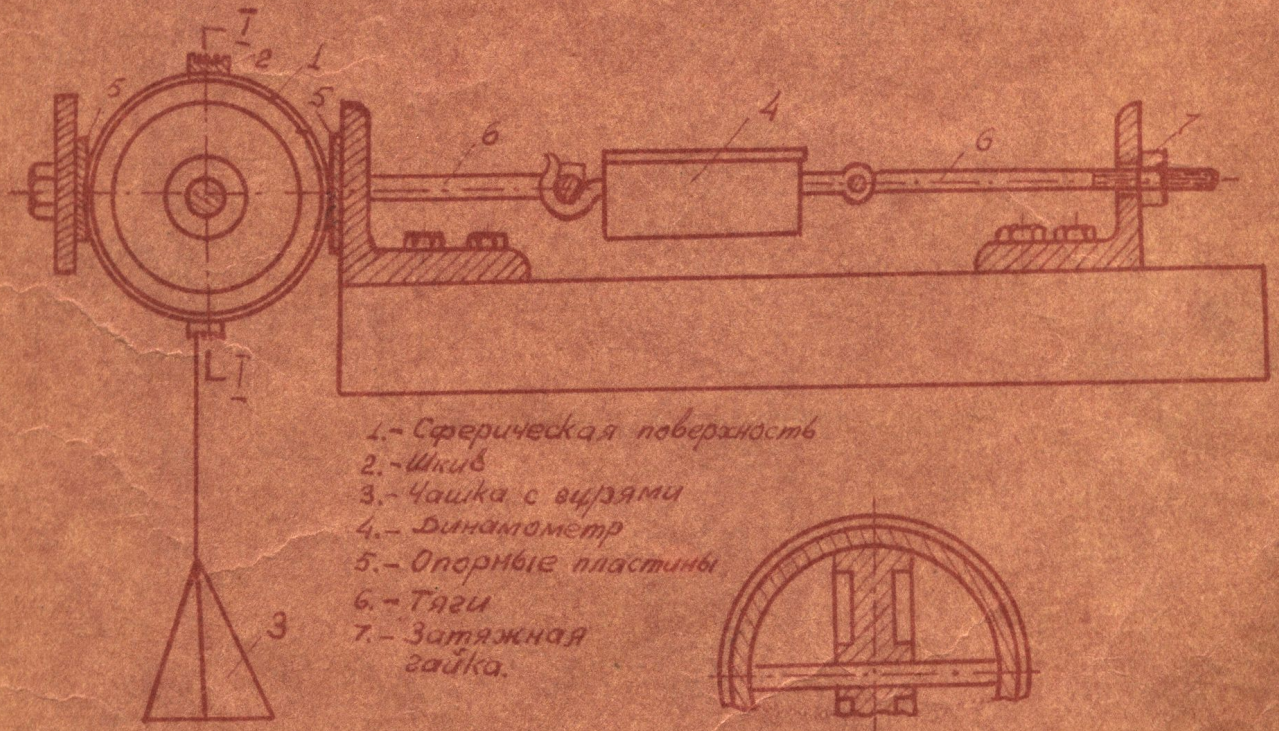
$$A = 146 \cdot \frac{\pi}{2} \cdot 0,388^2 \cdot E^{-\frac{1}{3}} \cdot R \ell$$

$$B = 146 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{R}{E} \cdot 0,388^3 m$$

$$C = 146 \cdot \frac{\pi}{16} \cdot 0,388^4 E^{-\frac{1}{3}} R^{\frac{1}{3}} n$$

Подобрав A, B и C по способу наименьших квадратов (или по какому либо другому способу) мы найдем числа ℓ, m, n и тем самым решим задачу исследования. Отсюда видно, что такое решение уравнения (5) принципиальных трудностей не представляет, но содержит довольно много ~~вычислительной~~ работы.

вычислительной



Фиг. 1

IV. Получение экспериментальных кривых.

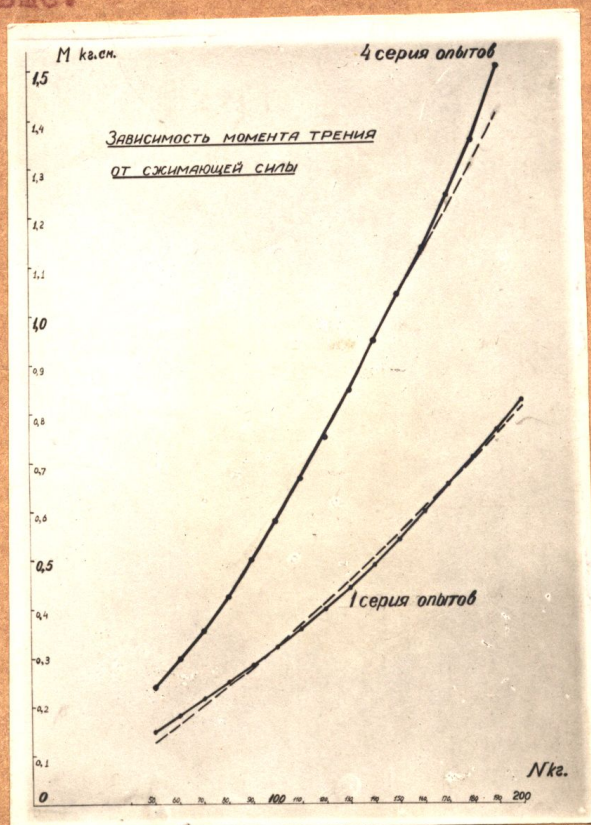
Для проведения экспериментальных спроектирована и изготовлена установка (фиг. 1).

Шар скат между пластинами. Шар и пластины изготовлены из испытуемых материалов (в наших опытах - стальные). На шар надет шкив с нитью и разновесками. Сжав шар определенной силой, показанной динамометром, нагружаем шкив до тех пор, пока не начнется медленное вращение, т.е. до начала срабатывания с места. Момент на шкиве измеряется разновесками. Динамометр был нами тарирован.

Таким образом мы получаем точки кривой $M(N)$. Было проведено четыре серии опытов.

1 серия. Шар ~~диаметром~~ $d = 31$ мм из стали ШХ-15. Для каждого показания динамометра находили 12 значений веса разновесов и затем брали среднее арифметическое. Показания динамометра менялись от 20 кг до 200 кг через каждые 10 кг.

Полученная кривая $M(N)$ (фиг. 2) мало отличалась от теоретической (показана пунктиром), вычисленной в предположении, что удельное трение линейно зависит от удельного давления, т.е. что коэффициент трения постоянный и равен $\mu = 0,116$. В отчете о проведенных нами опытах мы все же будем пользоваться понятием "коэффициент трения" так как мы не смогли хорошо уловить его изменение. Это будет пояснено дальше.



0,4
0,4

0,16
0,4

0,064

Фиг. 2

Объясняется это тем, что испытуемый шар был сравнительно небольшого радиуса и давал небольшой момент трения. Чтобы увеличить точность замеров мы нагружали шар до предельного показания динамометра - 200 кг, чему отвечало максимальное удельное давление $P_0 = 27000$ кг/см². Известно из многих исследований, что коэффициент трения для стали почти не меняется при давлениях выше $8000 + 10000$ кг/см². У нас же почти на всей площадке контакта давление P было выше 10000 кг/см² и поэтому, естественно, что мы не могли уловить изменения μ в опытах нашей точности.

II серия. Шар и пластины те же. Поверхности протирались петролейным эфиром и витирались чистой марлей. Характер кривой тот же что и в первой серии, но наилучшее сопадение получилось при $\mu = 0,25$.

Экспериментальная кривая возрастает быстрее, чем теоретическая. Формула для построения теоретической кривой получается, если взять интеграл уравнения (5) при $f(p) = \mu p$ и перейти к N :

$$M = \frac{\pi^2}{8} \mu P_0 a^3 = 0,65 \mu \sqrt[3]{\frac{N^4 R^7}{E}} \dots (6)$$

III серия. Между шаром и пластинками вводилась обильная смазка. Экспериментальная кривая ничем не отличалась от кривой первой серии.

IV серия. Чтобы уменьшить величину максимального давления, но сохранить достаточную абсолютную величину момента трения, надо было увеличить радиус испытуемого шара. Нею был спроектирован и изготовлен образец (фиг. 1), имеющий шаровые поверхности и удобный для замеров. Материал - ст. 25. Пластинки оставлены прежние. Радиус шара $R = 5,5$ см. Под нагрузкой $N = 200$ кг в этом случае возникает удельное давление $P_0 = 10500$ кг/см². Экспериментальная кривая приведена на фиг. 2. Разброс точек был значительно больше чем в опытах 4 первой серии. Отличие теоретической кривой от экспериментальной поперечному небольшое. При $M = 0,132$ наблюдается очень хорошее совпадение в пределах $N = 50 + 150$ кг. Несмотря на уменьшение P_0 (по сравнению с первой серией) оно было все еще велико и коэффициент трения мало изменялся по уже высказанным причинам. Кроме того на неточность опытов 4-й серии значительное влияние оказали недостаточно чистая обработка поверхности и отклонение радиуса кривизны испытуемого образца вместе контакта от величины расчетного радиуса.

У. Некоторые выводы.

Хотя проведение четыре серии экспериментов обнаружили, что искомая зависимость для M требует опытов при меньших P_0 и большей точности замеров, - все же некоторые выводы эти эксперименты позволяют сделать.

Можно например, утверждать, что:

1. Коэффициенты трения для стальных деталей при наличии адсорбированных пленок имеют значения $\mu = 0,11 + 0,12$.
2. Наличие адсорбированной жидкостной пленки на деталях сильно влияет на величину коэффициента трения, так как при удалении пленки эфиром величина μ возрастает примерно вдвое - до $\mu = 0,25$.
3. При наличии пленки, т.е. в обычных условиях, введение дополнительной обильной смазки почти не влияет на μ .

Ограничиваясь этими выводами мы отмечаем необходимость продолжения экспериментальных работ, попутно расширяя опыты введением других материалов.