

Оценка возможностей метода гармонической линеаризации при вероятностном проектировании системы стабилизации ракет-носителей в канале крена

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

В целях разработки рекомендаций по вероятностному проектированию систем стабилизации ракет-носителей проведено исследование эффективности метода гармонической линеаризации для проектирования системы стабилизации в канале крена, где влияние нелинейной характеристики рулевого привода весьма существенно. В качестве основной нелинейности принята «зона нечувствительности с ограничением». Кроме того, получены материалы, позволяющие оценить возможность использования метода вариаций для оценки статистических характеристик автоколебаний в канале крена. Проведенные исследования позволили установить следующее: а) метод гармонической линеаризации весьма эффективен на ранних стадиях вероятностного проектирования систем стабилизации ракет-носителей в канале крена; б) метод вариаций приводит к неприемлемо большим погрешностям оценок статистических характеристик автоколебаний в канале крена и к применению не рекомендуется.

Ключевые слова: ракета-носитель, система стабилизации, метод вариаций, статистическое моделирование, метод гармонической линеаризации, вероятностное проектирование, автоколебания.

Постановка проблемы

Для широкого спектра ракет-носителей (РН) характерной особенностью системы стабилизации угла крена является высокая эффективность управляющих органов. Это обусловлено тем, что в канале крена используют те же управляющие органы, что и в каналах рыскания и тангажа. Такая особенность из-за нелинейности скоростной характеристики рулевого привода приводит к автоколебаниям, влияние которых на динамику полета может быть весьма существенным, а в некоторых случаях неприемлемым. Поэтому параметры автоколебаний оценивают на всех этапах проектирования. При использовании детерминированной технологии проектирования на ранних этапах проектирования для оценки параметров автоколебаний используют метод гармонической линеаризации [1]. Этот метод имеет невысокую ресурсоемкость и позволяет определить параметры автоколебаний с приемлемой точностью. При переходе на вероятностную технологию проектирования следует определить, в какой мере метод гармонической линеаризации пригоден для применения в рамках этой технологии. Настоящая работа посвящена оценке возможности использования метода гармонической линеаризации при вероятностном проектировании.

Объект и цель исследования

Система уравнений, описывающая динамику системы стабилизации РН в канале крена в операторной форме, имеет следующий вид [2]:

$$\begin{aligned}
 p^2 \varphi &= a_{\varphi\delta} \delta, \\
 i_{\varphi} &= \varphi k_k (1 + T_d p), \\
 i_{oc} &= -k_{oc} \delta, \\
 p \delta &= k_{\omega} i_H, \\
 i(1 + T_y p) &= k_y i_{\Sigma}, \\
 i_{\Sigma} &= i_{oc} + i_{\varphi}, \\
 i_H &= F(i),
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

где p - оператор Лапласа; φ - угол крена; $a_{\varphi\delta}$ - коэффициент эффективности управляющих органов; δ - угол отклонения управляющих органов; i_{φ} - ток на выходе корректирующего контура; k_k - коэффициент усиления корректирующего контура; T_d - постоянная времени корректирующего контура; i_{oc} - ток обратной связи; k_{oc} - коэффициент усиления обратной связи; k_{ω} - коэффициент наклона скоростной характеристики рулевого привода; i_H - ток на выходе нелинейного звена; T_y - постоянная времени усилителя; k_y - коэффициент усиления усилителя; i_{Σ} - ток на входе усилителя; $F(i)$ - нелинейная функция, показанная на рис. 1.

Блок-схема системы (1) изображена на рис. 2.

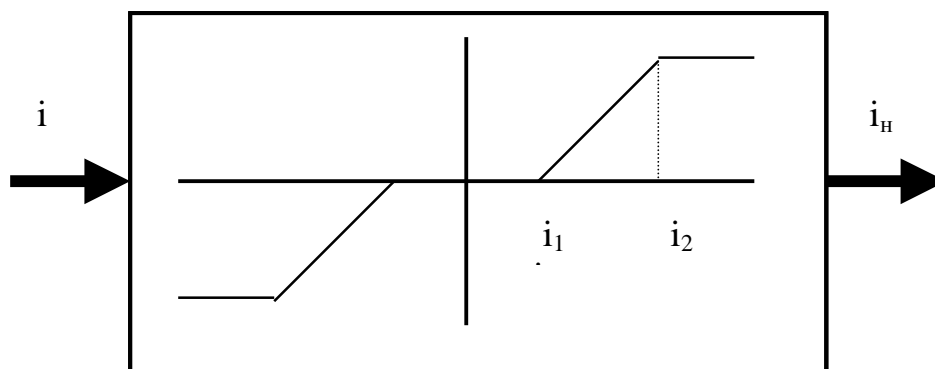


Рис. 1. Нелинейное звено системы: i_1 – зона нечувствительности; i_2 – ток насыщения

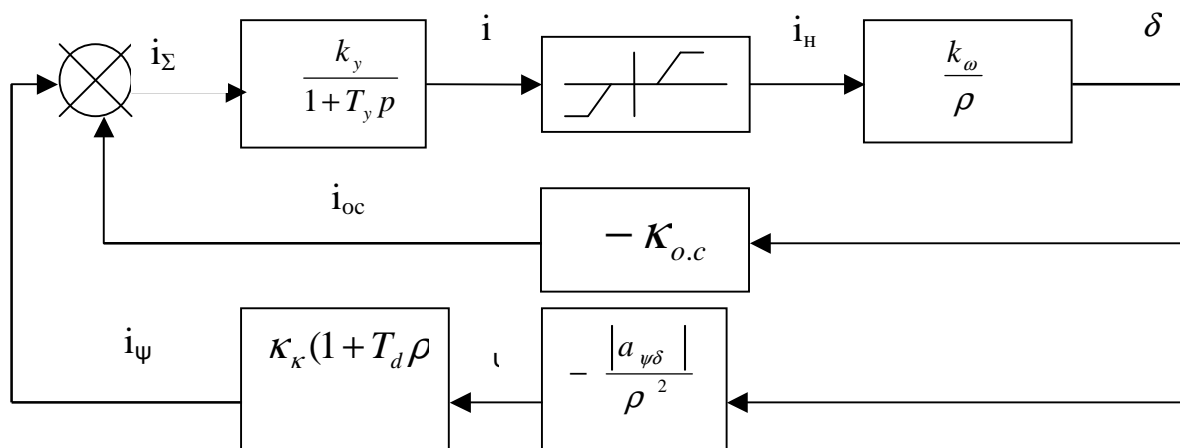


Рис. 2. Блок-схема системы стабилизации РН в канале крена

Последнее уравнение в системе (1) является нелинейным.

В соответствии с методом гармонической линеаризации решение для переменной i ищут в виде

$$i = A_i \sin \Omega t,$$

где A_i и Ω - соответственно амплитуда и частота автоколебаний на входе в нелинейное звено.

Тогда на выходе исследуемой нелинейности имеем

$$i_H = qi, \quad (2)$$

где q – коэффициент гармонической линеаризации нелинейного звена.

Для нелинейности типа зоны нечувствительности с насыщением существует выражение, с помощью которого определяют коэффициент гармонической линеаризации [1]:

$$q = \frac{2}{\pi} \left(\arcsin \frac{i_2}{A_i} \right) - \arcsin \frac{i_1}{A_i} \sqrt{1 - \frac{i_2^2}{A_i^2}} - \frac{i_1}{A_i} \sqrt{1 - \frac{i_1^2}{A_i^2}}. \quad (3)$$

С учетом (2) система (1) может быть записана в виде:

$$\begin{aligned} p^2 \varphi &= a_{\varphi \delta} \delta, \\ i_{\varphi} &= \varphi \kappa_k (1 + T_d p), \\ i_{oc} &= -k_{oc} \delta, \\ p \delta &= k_{\omega} i_H, \\ i(1 + T_y p) &= k_y i_{\Sigma}, \\ i_{\Sigma} &= i_{oc} + i_{\varphi}, \\ i_H &= qi. \end{aligned} \quad (4)$$

Система (4) представляет собой линеаризованную систему уравнений, описывающую движение замкнутой системы регулирования, блок–схема которой показана на рис 2. Параметры автоколебаний этой системы определяют с помощью метода гармонической линеаризации. Для целей проводимых исследований влиянием постоянной времени усилителя можно пренебречь, поэтому далее будем полагать $T_y = 0$.

Численные данные для системы (1) взяты из работы [2] и приведены в табл. 1.

Таблица 1

Параметр η_i	Номинальное значение η_i^0	Разброс ε_i в % от номинала
$a_{\varphi\delta}$	20 град/град	$\pm 20\%$
k_k	0,025 мА/град	$\pm 25\%$
$k_{o.c.}$	0,02 мА/град	$\pm 25\%$
i_1	1,5 мА	-
i_2	17 мА	-
T_d	0,4 с	$\pm 20\%$
k_ω	5 град•мА/с	$\pm 10\%$
k_y	100 мА/мА	$\pm 10\%$

Случайное значение любого параметра η_i определяют как сумму номинального значения η_i^0 и случайной реализации разброса Δ_i

$$\eta_i = \eta_i^0 + \Delta_i.$$

С.к.о. любого параметра σ_a находят так:

$$\sigma_i = \frac{\eta_i^0 |\varepsilon_i|}{300}.$$

Случайную реализацию разброса Δ_A определяют по формуле:

$$\Delta_i = \sigma_i v_i,$$

где v_i - стандартное случайное нормальное число, полученное с помощью генератора случайных нормальных чисел (ГСНЧ).

Цель работы – получение материалов, позволяющих оценить возможности использования метода гармонической линеаризации, а также малоресурсного метода вариаций [3] при вероятностном проектировании системы стабилизации РН в канале крена.

Методика исследования

Методика исследований включает в себя определение таких параметров:

- 1) номинальных параметров автоколебаний системы (1) с помощью метода гармонической линеаризации (МГЛ);
- 2) номинальных параметров автоколебаний системы (1) путем ее моделирования переходных процессов (МПП) в среде MatLab. Эти параметры принимают в качестве эталонных;

- 3) погрешностей оценок номинальных параметров автоколебаний системы (1), полученных с помощью метода гармонической линеаризации, по отношению к эталонным;
- 4) числовых характеристик (м.о. и с.к.о.) амплитуды автоколебаний угла крена с помощью МГЛ;
- 5) числовых характеристик (м.о. и с.к.о.) амплитуды автоколебаний угла крена с помощью МПП;
- 6) статистических характеристик амплитуды автоколебаний угла крена с помощью МГЛ;
- 7) статистических характеристик амплитуды автоколебаний угла крена с помощью МПП. Эти характеристики принимают в качестве эталонных.

Пункты 4 - 7 выполняются двумя способами:

- методом вариаций;
- проведением «параллельного» статистического моделирования.

В качестве статистических характеристик амплитуды автоколебаний угла крена принимают вероятность выполнения условия

$$A_{\varphi}(\eta) < \overline{A_{\varphi}}, \quad (5)$$

где $A_{\varphi}(\eta)$ - амплитуда автоколебаний угла крена; η - вектор параметров системы стабилизации; $\overline{A_{\varphi}}$ - ограничение амплитуды автоколебаний.

Вероятность выполнения условия (5) определяют для различных значений ограничения $\overline{A_{\varphi}}$.

Параллельное статистическое моделирование

При параллельном статистическом моделировании один и тот же «комплект» случайных реализаций всех параметров исследуемого объекта используют как для МГЛ, так и для МПП (рис. 3). Это выполняют для того, чтобы избежать дополнительной погрешности, обусловленной собственно статистическим моделированием. В результате образуется два массива статистического материала по параметрам автоколебаний:

- материал, полученный с помощью МГЛ;
- материал, полученный с помощью МПП.

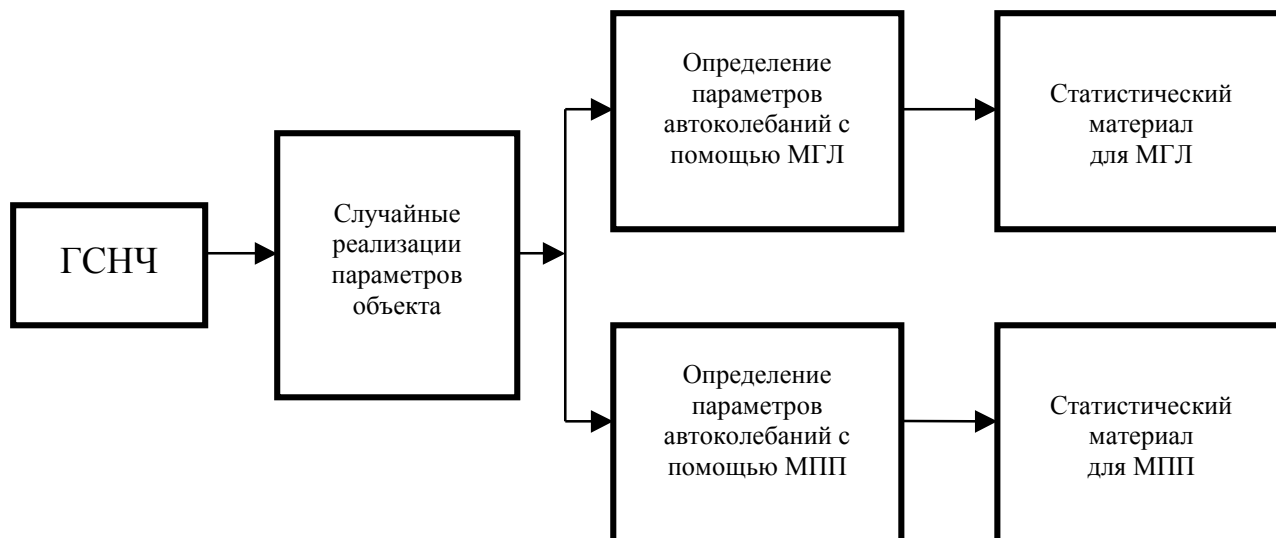


Рис. 3. Схема параллельного статистического моделирования

Полученный выше статистический материал аппроксимируется нормальным законом распределения, параметры которого определяются методом моментов [4].

Определение статистических характеристик параметров автоколебаний

В качестве исходных данных для определения статистических характеристик параметров автоколебаний принимают:

- закон распределения параметров автоколебаний – нормальный;
- м.о. и с.к.о., полученные методом вариаций;
- м.о. и с.к.о., полученные обработкой статистического материала методом моментов.

Статистические характеристики параметров автоколебаний определяют в виде зависимости: ограничение $\overline{A_\varphi}$ - вероятность P_y выполнения условия (5). Зависимости строят для различных значений $\overline{A_\varphi}$.

Результаты исследования

Оценка номинальных значений параметров автоколебаний

Проведено определение номинальных значений следующих параметров автоколебаний:

- частота автоколебаний Ω ;

- амплитуда автоколебаний угла крена A_φ ;
- амплитуда автоколебаний отклонения управляющих органов A_δ .

Для каждого из этих параметров определена погрешность МГЛ относительно МПП.

Результаты расчетов приведены в табл. 2.

Таблица 2

Параметр автоколебаний	МГЛ	МПП	Погрешность, %
Ω	5,0	4,71	6,0
A_φ	0,48	0,42	14,3
A_δ	0,6	0,47	27,6

Анализ данных табл. 2 показывает, что погрешности МГЛ по частоте и амплитуде автоколебаний угла крена вполне приемлемы для начальных этапов проектирования. Что касается погрешности амплитуды автоколебаний отклонения управляющих органов, то для оценки потребных углов их отклонения ее влияние достаточно мало и составляет доли процента, так как ее относят к полному углу отклонения, который на порядок превышает амплитуду A_δ .

Оценка статистических характеристик параметров автоколебаний

Оценка статистических характеристик проведена для амплитуды автоколебаний угла крена A_φ , как наиболее критичного параметра автоколебаний. На первом этапе исследований определены следующие характеристики:

- м.о. и с.к.о., полученные методом вариаций для МГЛ;
- м.о. и с.к.о., полученные обработкой статистического материала методом моментов для МГЛ;
- м.о. и с.к.о., полученные обработкой статистического материала методом моментов для МПП;
- погрешности полученных числовых характеристик для МГЛ в процентах относительно числовых характеристик для МПП.

Результаты приведены в табл. 3.

Таблица 3

Числовая характеристика	Метод вариаций для МГЛ		Статистическое моделирование для МГЛ		Статистическое моделирование для МПП
	Значение	Погрешность, %	Значение	Погрешность, %	Значение
М.о.	0,48	5,0	0,487	5,87	0,46
С.к.о.	0,1	78,6	0,055	1,78	0,056

На втором этапе исследований, используя данные табл. 3, проводим оценку вероятности выполнения условия (5) P_y для различных значений

ограничений амплитуды автоколебаний \overline{A}_φ . Результаты исследований приведены в табл. 4. и проиллюстрированы рис. 4 и 5.

Таблица 4

\overline{A}_φ	P_y		
	Метод вариаций для МГЛ	Статистическое моделирование для МГЛ	Статистическое моделирование для МПП
0,55	0,758	0,873	0,946
0,60	0,885	0,980	0,994
0,65	0,955	0,998	0,9997
0,70	0,986	0,9999	0,99999

Анализ результатов исследований

1. Среднее квадратическое отклонение, полученное с помощью метода вариаций, имеет недопустимо большую погрешность, превышающую 75% (табл. 3).
2. Вероятность выполнения условия (5), полученная с помощью метода вариаций, имеет недопустимо большую погрешность.
3. Числовые характеристики (м.о. и с.к.о.), полученные на основе метода гармонической линеаризации путем статистического моделирования имеют погрешности не превышающие 6%, что вполне приемлемо для инженерных расчетов.
4. Вероятность выполнения условия (5) полученная на основе метода гармонической линеаризации путем статистического моделирования, имеет для начальных этапов проектирования вполне приемлемые погрешности.

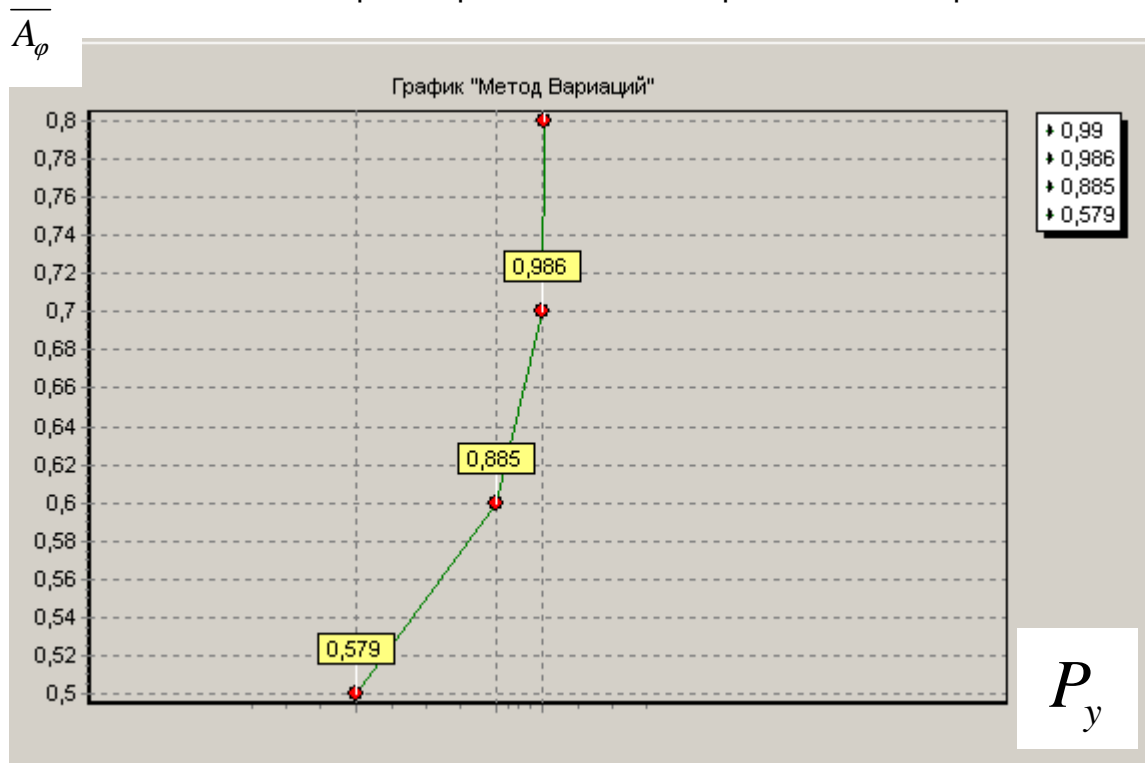


Рис. 4. Зависимость $\overline{A}_\varphi(P_y)$ для МГЛ – метод вариаций

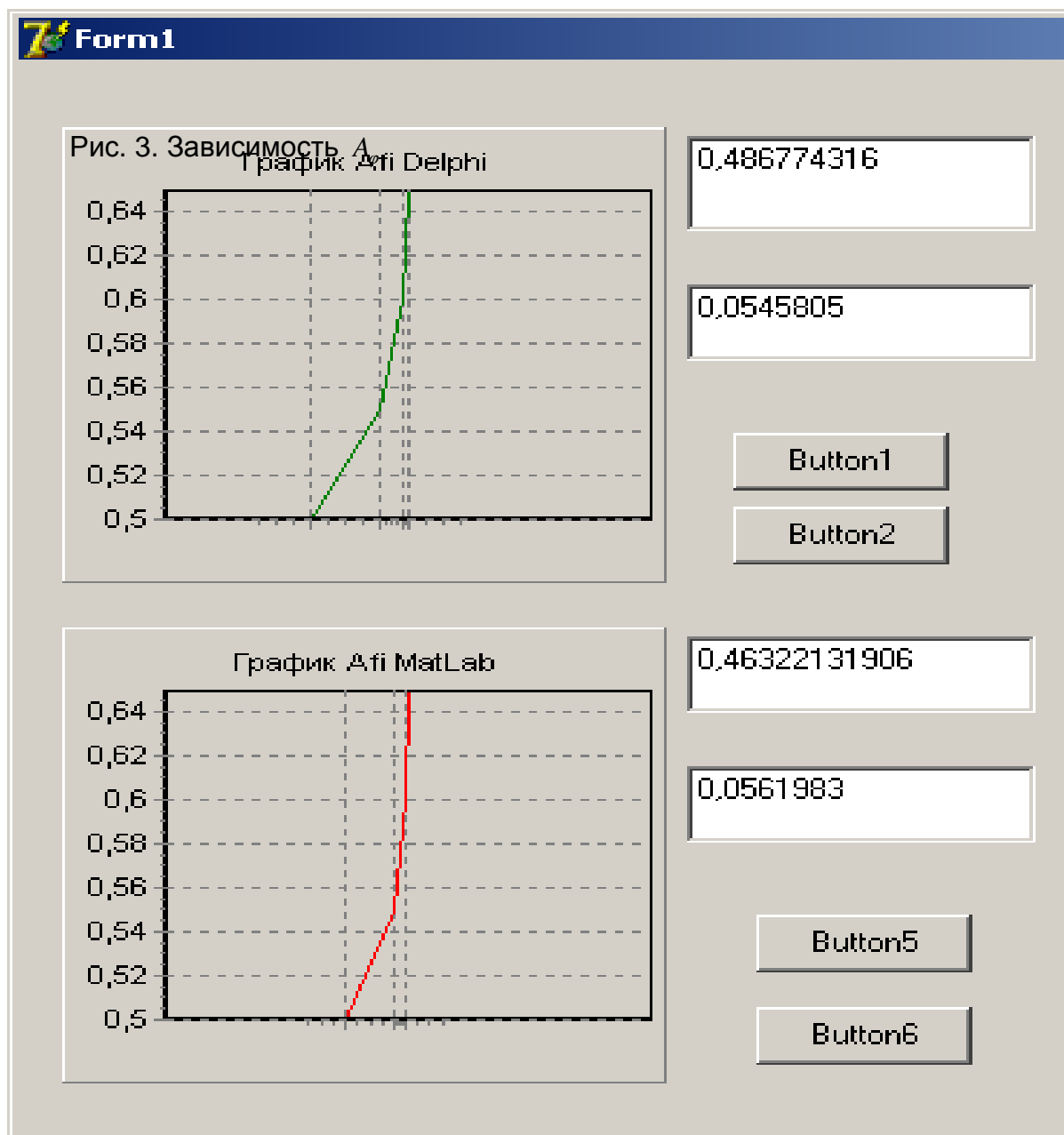


Рис. 5. Зависимость $A_{\varphi}(P_y)$ для МГЛ и МПП и числовые характеристики – метод статистического моделирования

Выводы

1. Метод вариаций непригоден для проведения проектной оценки статистических характеристик параметров автоколебаний в канале крена систем стабилизации РН.
2. На начальных этапах проектирования систем стабилизации РН в канале крена метод гармонической линеаризации весьма эффективен и может быть использован при вероятностном проектировании.

Список литературы

1. Попов, Е.П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем [Текст]/ Е.П. Попов, И.П. Пальтов. – М.: Физматгиз, 1960. – 972 с.
2. Айзенберг, Я.Е. Проектирование систем стабилизации носителей космических аппаратов [Текст]/ Я.Е. Айзенберг, В.Г. Сухоребрый. - М.: Машиностроение, 1986. – 220 с.
3. Игдалов, И.М. Ракета как объект управления [Текст]/ И.М. Игдалов, Л.Д. Кучма, Н.В. Поляков, Ю.Д. Шептун. – Днепропетровск: «АРТ-ПРЕСС», 2004, - 541 с.
4. Лежнина, М.В. Проектная оценка вероятности достижения объектами аэрокосмической техники предельных состояний [Текст]/ М.В. Лежнина, В.Г. Сухоребрый. – Х.: НАКУ «ХАИ», 2005. – 184 с.

Рецензент: д.т.н., проф. зав. каф. Е.А. Дружинин, Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»,
Поступила в редакцию 21.11.2013

Оцінка можливостей методу гармонічної лінеаризації при імовірносному проектуванні системи стабілізації ракет-носіїв у каналі крену

Проведено дослідження ефективності методу гармонічної лінеаризації для проектування системи стабілізації в каналі крену, де вплив нелінійної характеристики рульового приводу є досить істотним. Як основну нелінійність прийнято «зону нечутливості з обмеженням». Крім того, отримано матеріали, що дозволяють оцінити можливість використання методу варіацій для оцінювання статистичних характеристик автоколивань у каналі крену. Встановлено: а) метод гармонічної лінеаризації дуже ефективний; б) метод варіацій до застосування не рекомендується.

Ключові слова: ракета-носій, система стабілізації, метод варіацій, статистичне моделювання, метод гармонічної лінеаризації, імовірносне проектування, автоколивання.

Assessment of harmonic linearization method in probabilistic design of the stabilization system boosters in the roll channel

A study of the effectiveness of the method of harmonic linearization to design a system of stabilization in the roll channel, where the influence of the nonlinear characteristics of the steering gear is very important. As the main nonlinearity adopted a "dead zone with the restriction." In addition, the materials were obtained to assess the possibility of using the variational method for estimating the statistical characteristics of the oscillations in a channel bank. It is established that: a) the method of harmonic linearization is very effective, and b) the method of variations to the application is not recommended.

Keywords: booster, stability, method of variations, statistical modeling, the method of harmonic linearization, probabilistic design, the self-oscillation