

Оптимизация кинематической схемы многоступенчатого планетарного механизма по критерию минимума мертвого хода

*Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского
«Харьковский авиационный институт»*

Рассмотрена методика оптимизации кинематической схемы многоступенчатого планетарного механизма по критерию минимума мертвого хода. Оптимальное распределение общего передаточного отношения механизма по его ступеням находят путем минимизации функции относительной суммарной угловой погрешности, приведенной к выходному звену механизма.

Ключевые слова: оптимизация, планетарный механизм, мертвый ход

В конструкциях авиационных приводов систем управления широко применяют многоступенчатые планетарные механизмы типа $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$. Небольшие габариты, высокие передаточные отношения, малые потери на трение и простота конструкции таких механизмов позволяют конструкторам обеспечивать требуемые технические характеристики, предъявляемые к указанным приводам. Наряду с повышением мощностей, подводимых к исполнительным органам систем управления, возрастают требования к точности их функционирования. Требования к точности могут быть обеспечены различными подходами. Но, как правило, применяют подход по уменьшению погрешностей функционирования передаточных механизмов. На стадии проектирования указанный подход реализуют различными решениями, например, за счет повышенных требований к точности изготовления деталей и узлов. Эффективное решение можно получить путем оптимизации кинематической схемы привода. Если привод – многоступенчатый зубчатый механизм, то оптимизация его кинематической схемы связана с поиском распределения передаточных отношений его ступеней, при котором его точность будет удовлетворять требуемым значением. Следует заметить, что кроме ограничений по точности, обычно имеются и ограничения по массе и габаритам конструкции. Точность зубчатых механизмов зависит от многих его параметров. При этом от одних параметров эта связь явная или прямая, а от других неявная или косвенная. С другой стороны, точность механизмов регламентируется соответствующими стандартами. Поэтому разработка методик оптимального проектирования кинематических схем авиационных приводов, учитывающих ограничения на их точность и другие конструктивные ограничения является актуальной задачей.

Исследованию точности зубчатых механизмов, в частности планетарных, посвящено достаточно много работ, например, [1-5]. В работе [3] рассмотрены постановки задач оптимального проектирования планетарных механизмов по ряду критериев, в том числе по критерию точности. Но в данной работе автор не приводит описание конкретной методики оптимизации по критерию точности. Такая методика описана в работе [4]. Однако, в этой работе не приведено обоснование применимости подхода по замене безразмерного параметра угловой ошибки одной планетарной ступени линейной функцией ее передаточного отношения. Трудности оптимизации передаточного отношения рядных зубчатых механизмов отмечены в работе [5]. Здесь же приведено описание алгоритма

оптимизации с помощью специальных номограмм.

Цель работы – разработка методики оптимизации кинематической схемы для многоступенчатого планетарного механизма типа $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$ с общим эпициклом по критерию минимума мертвого хода с учетом ограничений на габаритные размеры эпицикла. При этом оптимизация должна учитывать как возможные значения передаточных отношений отдельных ступеней, так и дополнительные конструктивные ограничения на их конструкции.

1. Материалы исследований

На рис. 1 показана кинематическая схема исследуемого механизма, имеющего n -планетарных ступеней типа \overline{AI} с общим эпициклом (центральное неподвижное зубчатое колесо). Для сохранения преемственности в обозначениях зубчатых колес механизма, которые были приняты в работе [4], общий эпицикл показан в виде соответствующих зубчатых колес для каждой ступени. Числа зубьев этих зубчатых колес равны друг другу, что и показано внизу на рисунке.

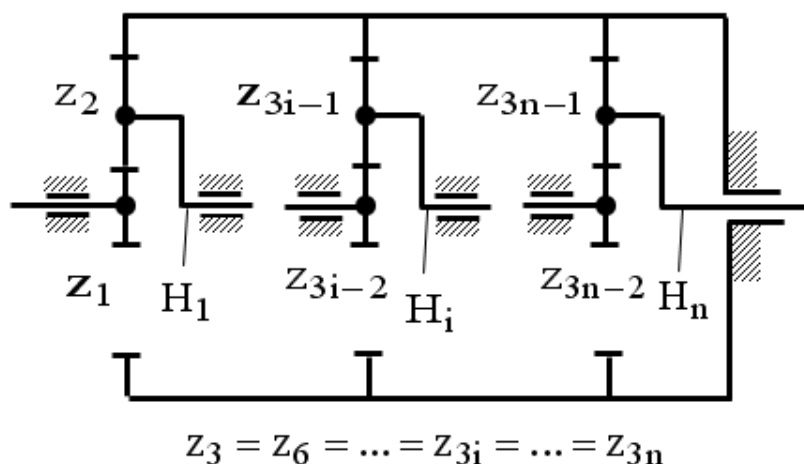


Рис. 1. Исследуемый механизм

В работе [4] рассмотрена методика оптимизации кинематической схемы многоступенчатого планетарного механизма типа $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$ с минимальным значением угловой погрешности, вызванной боковыми зазорами в зубчатых зацеплениях, приведенной к выходному звену механизма. В качестве целевой функции проектирования механизма принята суммарная относительная угловая погрешность $\overline{\Delta\varphi}_{\Sigma\delta.з.H_n}$, вызванная боковыми зазорами в зубчатых зацеплениях, приведенная к выходному водилу H_n многоступенчатого планетарного механизма. Рассмотренная в работе кинематическая схема часто в конструкциях авиационных приводах реализуется по схеме, показанной на рис. 1.

Суммарную относительную угловую погрешность механизма $\overline{\Delta\varphi}_{\Sigma\delta.з.H_n}$ находят по формуле [4]

$$\overline{\Delta\varphi}_{\Sigma\delta.з.H_n} = \frac{\overline{\Delta\varphi}_{\delta.з.H_1}}{u_2 \cdot u_3 \cdot \dots \cdot u_n} + \frac{\overline{\Delta\varphi}_{\delta.з.H_2}}{u_3 \cdot u_4 \cdot \dots \cdot u_n} + \dots + \overline{\Delta\varphi}_{\delta.з.H_n}, \quad (1)$$

где $\overline{\Delta\varphi}_{\text{б.з.Н}_i} = \frac{\Phi_i}{d_{3i-2}u_i}$ - относительная угловая погрешность положения водила (ведомого звена) i -ой ступени механизма, вызванная боковыми зазорами в зацеплениях ступени;

Φ_i , u_i , d_{3i-2} -- суммарный допуск на вероятный максимальный боковой зазор, передаточное отношение и делительный диаметр центрального подвижного зубчатого колеса i -ой ступени механизма.

Представим выражение (1) в следующем виде

$$\begin{aligned} \overline{\Delta\varphi}_{\Sigma\text{б.з.Н}_n} &= \frac{\Phi_1}{d_1 \cdot u_1 \cdot u_2 \cdot \dots \cdot u_n} + \frac{\Phi_2}{d_4 \cdot u_2 \cdot u_3 \cdot \dots \cdot u_n} + \dots + \frac{\Phi_n}{d_{3n-2} \cdot u_n} = \\ &= \frac{1}{u_\Sigma} \left(\frac{\Phi_1}{d_1} + \frac{\Phi_2}{d_4} u_1 + \dots + \frac{\Phi_n}{d_{3n-2}} u_1 \cdot u_2 \cdot \dots \cdot u_{n-1} \right) = \frac{1}{u_\Sigma} \left(\frac{\Phi_1}{d_1} + \sum_{i=2}^n \left(\frac{\Phi_i}{d_{3i-2}} \prod_{j=1}^i u_j \right) \right), \end{aligned} \quad (2)$$

где $u_\Sigma = \prod_{i=1}^n u_i$ - общее передаточное отношение механизма.

Суммарный допуск Φ_i на вероятный максимальный боковой зазор i -ой ступени многоступенчатого планетарного механизма типа \overline{AI} определяют по формуле [1]

$$\Phi_i = j_{n \max}^{(3i-2, 3i-1)} + j_{n \max}^{(3i-1, 3i)}, \quad (3)$$

где $j_{n \max}^{(3i-2, 3i-1)}$ - вероятный максимальный боковой зазор в зацеплении центрального подвижного зубчатого колеса Z_{3i-2} и сателлита Z_{3i-1} ;

$j_{n \max}^{(3i-1, 3i)}$ - вероятный максимальный боковой зазор в зацеплении сателлита Z_{3i-1} и центрального неподвижного зубчатого колеса Z_{3i} .

Значение вероятного максимального зазора $j_{n \max}$ в зацеплении двух зубчатых колес рассчитывают через значение гарантированного бокового зазора $j_{n \min}$, которое приведено в соответствующих стандартах, например, для мелко модульных зубчатых передач это ГОСТ 9178-81 [6]. При этом значение параметра гарантированного бокового зазора определяется степенью точности зубчатой передачи, видом сопряжения зубчатых колес, модулем колес и величиной межосевого расстояния. Следовательно, значение параметра Φ_i тоже зависит от перечисленных характеристик зацепления зубчатых колес. Поэтому значение целевой функции $\overline{\Delta\varphi}_{\Sigma\text{б.з.Н}_n}$ тоже зависит от указанных характеристик зубчатых зацеплений. Данная зависимость целевой функции $\overline{\Delta\varphi}_{\Sigma\text{б.з.Н}_n}$ от параметров зубчатых зацеплений, которые не поддаются аналитическим описаниям, предопределила трудности ее минимизации. Для дальнейшего изложения введем следующую параметрическую функцию

$$\Phi_i / d_{3i-2} = \Phi d_i(p_i), \quad (4)$$

где p_i - вектор параметров зубчатого зацепления, компоненты которого находят

из соответствующего стандарта.

Для разрешения проблемы, связанной с минимизацией целевой функции $\overline{\Delta\Phi}_{\Sigma\delta.з.Н_n}$ в работе [4] применен подход, который позволил представить отношение Φ_i/d_{3i-2} в виде линейной функции передаточного отношения ступени

$$\frac{\Phi_i}{d_{3i-2}} = a_i + b_i u, \quad (5)$$

где a_i , b_i , u - коэффициенты аппроксимации и передаточное отношение.

Коэффициенты из (5) находят регрессионным анализом данных, представленных в соответствующем стандарте.

С учетом представления (5) целевую функцию $\overline{\Delta\Phi}_{\Sigma\delta.з.Н_n}$ можно рассматривать как функцию, зависящую от закона распределения передаточных отношений отдельных ступеней всего механизма. Однако, если все ступени механизма будут представлены в записи целевой функции условиями типа (5), но имеющими разные значения коэффициентов аппроксимации, то минимизация целевой функции существенно не упростится. Ниже рассмотрим предложения по упрощению минимизации вышеуказанной целевой функции. Все приводимые численные результаты будут получены с учетом ГОСТ 9178-81.

При заданных параметрах степени точности зубчатой передачи и вида сопряжения ее колес, допуск на боковой зазор определяется значением межосевого расстояния a_w . В приложении 4 ГОСТ 9178-81 приведена таблица значений вероятных максимальных боковых зазоров, полученные по формуле

$$j_{n\max} = j_{n\min} + \sqrt{0,5(T_{H1}^2 + T_{H2}^2)} + 2f_a^2, \quad (6)$$

где $j_{n\min}$ - гарантированный боковой зазор;

T_{H1} , T_{H2} - допуски на смещение исходного контура шестерни и колеса соответственно;

f_a - предельное отклонение межосевого расстояния.

Зависимость (6) представим в виде линейной функции вида (5). При этом коэффициенты аппроксимации найдем двумя способами. В одном случае коэффициенты аппроксимации определим путем построения линейной регрессионной модели. В другом случае построим линейную зависимость, найденную по двум крайним точкам зависимости (6). В качестве данных зависимости (4) возьмем данные соответствующие модулю зубчатых колес $0,5 < m < 1$ мм, степени точности по нормам кинематической точности равной 8 и виду сопряжения зубчатых колес F. Обработка этих данных выполнена в программе MathCAD. Результаты обработки приведены на рис. 2.

Линейная зависимость, обозначенная на рис. 1 под номером 2 получена с помощью внутренней функции `line()` программы MathCAD. Значения коэффициентов аппроксимации составили $a = 51,932$ и $b = 0,352$.

Линейная зависимость, обозначенная на рис. 2 под номером 3, построена по двум крайним точкам зависимости под номером 1 по следующей формуле

$$j_{n\max}(a_w) = 50 + \frac{120 - 50}{180} \cdot a_w = 50 + 0,389 \cdot a_w. \quad (7)$$

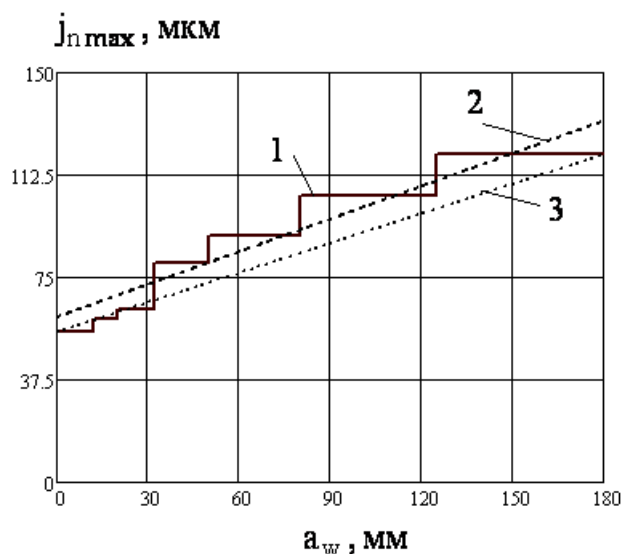


Рис. 2. Графики зависимости $j_{n\max} = j_{n\max}(a_w)$: 1 – данные ГОСТ 9178-81; 2 – линейная регрессия; 3 – линейная по двум крайним точкам

Сравнение значений коэффициентов аппроксимации показывает их достаточную близость. При этом корреляция этих зависимостей с исходными данными очень высока. Таким образом, вместо линейной регрессионной модели можно применять линейную зависимость типа (7). Подобный вывод справедлив и для данных зависимости (6), но полученных для других значений модуля, степени точности и вида сопряжения.

Согласно [7] максимальное значение мертвого хода $J_{t\max}$ для цилиндрической зубчатой передачи вычисляют по формуле

$$J_{t\max} = 0,7 \cdot (E_{HS1} + E_{HS2}) + \sqrt{0,5 \cdot (T_{H1}^2 + T_{H2}^2) + 2f_a^2 + G_{r1}^2 + G_{r2}^2}, \quad (8)$$

где E_{HS1} , E_{HS2} - наименьшее дополнительное смещение исходного контура шестерни и колеса соответственно;

G_{r1} , G_{r2} - радиальный зазор в опорах шестерни и колеса соответственно.

Заметим, что в (8) параметр E_{HSi} берут со знаком минус для колеса с внешними зубьями и соответственно со знаком плюс для колеса с внутренними зубьями.

Алгоритм расчета значения отношения Φ_i/d_{3i-2} по формуле (8) следующий.

1. Для заданных значений модуля зубчатых колес m , чисел зубьев z_{3i-2} , z_{3i-1} и z_{3i} вычисляют: делительные диаметры d_{3i-2} , d_{3i-1} , d_{3i} ;

межосевые расстояния $a_{w12} = \frac{m}{2}(z_{3i-2} + z_{3i-1})$, $a_{w23} = \frac{m}{2}(z_{3i} - z_{3i-1})$.

2. По найденным значениям делительных диаметров по таблице 5 [6] определяют значения допусков на радиальное биение зубчатых венцов $F_{r(3i-2)}$, $F_{r(3i-1)}$ и $F_{r(3i)}$.

3. По таблице 10 [6] находят значения гарантированного бокового зазора и предельного отклонения межосевого расстояния для зубчатых

зацеплений.

4. Далее вычисляют по формуле (6) или (8) величину Φ_i . Затем вычисляют отношение Φ_i/d_{3i-2} .

Указанная последовательность действий была запрограммирована в программе MathCAD в виде соответствующих функций.

С помощью программной методики, рассмотренной в [8], для центрального неподвижного зубчатого колеса $z_3=180$ (эпицикл), числа сателлитов $S=3$ и диапазона чисел зубьев $18 \leq z \leq 180$ получено 22 возможных значений передаточного отношения планетарной ступени типа \overline{AI} . При этом диапазон возможных передаточных отношений составил $2,25 \leq u \leq 11$.

Затем для каждого значения передаточного числа планетарной ступени типа \overline{AI} было найдено значение отношения Φ_i/d_{3i-2} . Параметры функции вида (4) были следующие: точность равная 8; вид сопряжения F; модуль равный 0,5 мм. На рис. 3 показан график построенной зависимости. Здесь же приведен и график зависимости $a_w = a_w(u)$.

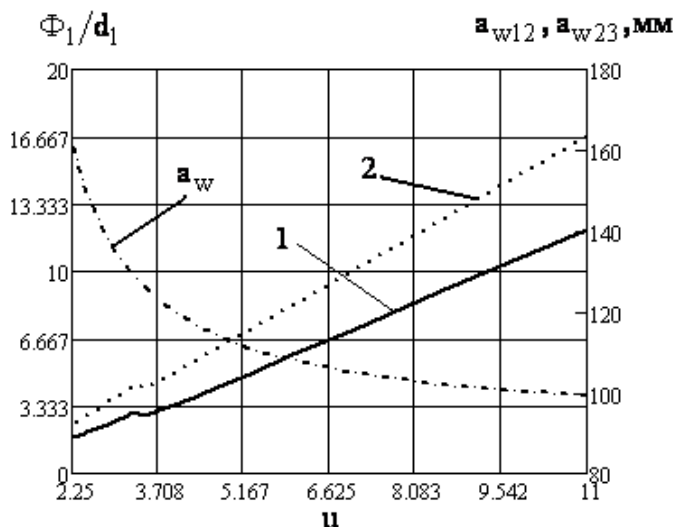


Рис. 3. Зависимости $(\Phi_i/d_{3i-2})=f(u)$ и $a_w = a_w(u)$

На рис. 3 линия, обозначенная под номером 1, получена по формуле (8) и соответственно линия под номером 2 построена по формуле (6). Анализ построенных зависимостей показывает целесообразность представления отношения Φ_i/d_{3i-2} в виде линейной аппроксимации (5). Например, для зависимости, показанной на рис. 3 под номером 1 коэффициенты аппроксимации вида (5) составили $a=0,854$ и $b=0,858$. Значения коэффициентов были получены функцией line() программы MathCAD.

Минимизация целевой функции (1) может быть выполнена внутренней функцией Minimize() программы MathCAD. На рис. 4 приведен фрагмент программы минимизации целевой функции для четырехступенчатого планетарного механизма типа $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$ с общим передаточным отношением, равным 6000.

1. Общее передаточное отношение механизма : $U_{\Sigma} := 6000$

2. Начальные приближения вектора искомых передаточных отношений :

$$u_1 := 3 \quad u_2 := 3 \quad u_3 := 3 \quad u_4 := 3$$

Given

3. Ограничения на искомые передаточные отношения :

$$2.25 \leq u_1 \leq 11 \quad 2.25 \leq u_2 \leq 11 \quad 2.25 \leq u_3 \leq 11 \quad 2.25 \leq u_4 \leq 11$$

4. Значения отношений (Φ_i/d_{3i-2}) :

$$Fd1 := abi_1 + abi_2 \cdot u_1 \quad Fd2 := abi_1 + abi_2 \cdot u_2 \quad Fd3 := abi_1 + abi_2 \cdot u_3 \quad Fd4 := abi_1 + abi_2 \cdot u_4$$

5. Условие связи для передаточных отношений :

$$u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 \cdot u_4 = U_{\Sigma}$$

6. Вычисление целевой функции :

$$FF(u) := \frac{1}{U_{\Sigma}} \cdot (Fd1 + Fd2 \cdot u_1 + Fd3 \cdot u_1 \cdot u_2 + Fd4 \cdot u_1 \cdot u_2 \cdot u_3)$$

7. Минимизация целевой функции :

$$\text{Minimize}(FF, u) = \begin{pmatrix} 4.508 \\ 11 \\ 11 \\ 11 \end{pmatrix}$$

8. Значение целевой функции :

$$FF \left(\begin{pmatrix} 4.508 \\ 11 \\ 11 \\ 11 \end{pmatrix} \right) = 0.343$$

Рис. 4. Минимизация целевой функции $\overline{\Delta\Phi}_{\Sigma \text{б.з.Н}_n}$

Результат минимизации целевой функции – распределение передаточных отношений ступеней механизма, приведенный на рис. 3 согласуется с выводами, приведенными в работе [4]. Безусловно полученный результат можно было получить заранее, воспользовавшись рекомендациями из работ [3,4]. Однако эти рекомендации неприемлемы в случае задания ограничений на значения передаточных отношений с учетом дополнительных условий. Именно в этом случае разработанная методика позволит найти оптимальный вариант распределения передаточного отношения механизма по его ступеням.

Выводы

Разработана методика оптимизации кинематической схемы многоступенчатого планетарного механизма типа $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$ с общим эпициклом по критерию минимума мертвого хода с учетом данных соответствующего стандарта. Методика реализована в программной среде программы MathCAD.

Показана допустимость применения линейной аппроксимации параметров

целевой функции, зависящих от исполнения конструкции зубчатого зацепления и значения его передаточного отношения. Предложено два варианта такой аппроксимации.

Список литературы

1. Справочник конструктора точного приборостроения / Под ред. Ф. Л. Литвина. М.-Л.: Машиностроение, 1964. – 944 с. с илл.
2. Добежа, Ю. И. Точность мелко модульных зубчатых зацеплений. Учеб. пособие / Ю. И. Добежа, В. А. Ткаченко. - Х.: Харьк. авиац. ин-т, 1983. -95 с.
3. Ткаченко В. А. Планетарные механизмы (оптимальное проектирование) / В. А. Ткаченко. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т "Харьк. авиац. ин-т", 2003. – 446 с.
4. Синтез многоступенчатых планетарных механизмов с минимальным мертвым ходом / В. Т. Абрамов, В. А. Матусевич, В. Н. Павленко и др. // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н. Е. Жуковского «ХАИ». – Вып. 2(62). – Х., 2010. – С. 68-75.
5. Пластмассовые зубчатые колеса в механизмах приборов. Расчет и конструирование. Справочное и научное издание / В. Е. Старжинский, Б. П. Тимофеев, Е. В. Шалобаев, А. Т. Кудинов. Под общ. ред. В. Е. Старжинского и Е. В. Шалобаева. – Санкт-Петербург-Гомель: ИММС НАН Б, 1968. – 538 с.
6. ГОСТ 9178. Основные нормы взаимозаменяемости. Передачи зубчатые цилиндрические мелко модульные. Допуски.
7. 21098-82. Цепи кинематические. Методы расчета точности.
8. Методика оптимизации многоступенчатого планетарного механизма по критерию массы / В. Т. Абрамов, А. Н. Гетья, В. А. Матусевич и др. // Вісник Національного технічного університету «ХПИ». – 2009. – Вип. 29. – С.45-52.

Рецензент: д-р. техн. наук, профессор Доценко В. Н., Национальный аэрокосмический ун-т им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», г. Харьков
15.05.2014

Оптимізація кінематичної схеми багатоступінчатого планетарного механізму за критерієм мінімуму мертвого ходу

Розглянуто методику оптимізації кінематичної схеми багатоступінчатого планетарного механізму за критерієм мінімуму мертвого ходу. Оптимальний розподіл загального передаточного відношення механізму по його ступенях знаходять шляхом мінімізації функції відносної сумарної кутовий похибки, наведеної до вихідної ланці механізму.

Ключові слова: оптимізація, планетарний механізм, мертвий хід.

Optimizing the kinematic scheme of the multistage planetary mechanism by criterion of a minimum backlash

The method of optimizing the kinematic scheme of multi stage planetary mechanism by the criterion of minimum of backlash is considered. The optimal distribution of the total gear transfer ratio of planetary mechanism is found by minimizing a function of the relative total angular error is reduced to the output link mechanism.

Keywords: optimization, planetary mechanism, backlash.