

## Деформирование открытой цилиндрической оболочки при согласованных обобщенных перемещениях угловых точек границы

*Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского  
«Харьковский авиационный институт», Украина*

Построено аналитико-численное решение одной из вспомогательных задач метода сопряжения конструктивных элементов применительно к конструкциям аэрокосмической техники. А именно – задачи, описывающей смещение какого-либо угла открытой цилиндрической оболочки и примыкающих к нему сторон. Полученное решение проанализировано в плане его устойчивости, сходимости и точности. По результатам анализа решения конструктивно показано, что приближенные теории оболочек здесь неприменимы и подобные задачи необходимо решать с позиции общей (моментной) теории открытых оболочек.

**Ключевые слова:** общая моментная теория оболочек; произвольные смещения углов и смежных сторон; вспомогательная задача; базовая задача; корректирующая компонента.

### 1. Постановка и решение задачи

Настоящая работа является естественным продолжением работ [1, 2, 3]. Общий подход к построению решения подобных краевых задач о деформировании произвольной открытой оболочки, на границе которой заданы кинематические воздействия (перемещения и углы поворота) для цилиндрической оболочки конкретизирован в работе [3]. Согласно предложенному подходу, решение строится в три этапа. На первом этапе отыскивается специальное решение, учитывающее действующую силовую нагрузку путем решения базовой задачи (граница оболочки жестко закреплена). На втором и третьем этапах решаются так называемые вспомогательные задачи, соответствующие принятому представлению краевых функций в виде двух компонент. При этом на втором этапе учитываются неоднородные краевые условия, заданные специальным образом, но так, чтобы на третьем этапе обеспечить необходимую гладкость составляющих краевых функций, которые представляются в виде одинарных рядов по линейно независимым и полным в  $L_2(\Gamma_i)$  ортонормированным системам функций,  $\Gamma_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) – участки граничного контура. На всех трех этапах полученные решения являются аналитико-численными в том смысле, что они выписываются в виде замкнутых аналитических зависимостей, в которых содержатся параметры, определяемые из системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Поэтому на первый план выдвигается исследование устойчивости, сходимости и точности искомых аналитико-численных решений. Цель данной работы – провести такой анализ для первой вспомогательной задачи, которая описывает деформирование открытой цилиндрической оболочки при заданных кинематических факторах на двух смежных сторонах и жестком закреплении двух других.

С учетом сказанного и на основе работы [3] решение ищем в виде

$$\vec{u} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2 = (u_{11}, v_{11}, w_{11}) + (u_{12}, v_{12}, w_{12}). \quad (1)$$

Первую компоненту этого представления получим путем продолжения граничных функций в область [3, формула (7)] на основании теоремы о продолжении и теоремы о следах [4].

При этом вторые компоненты будут решением краевой (базовой) задачи:

$$\begin{aligned} L_{i1}u_{12} + L_{i2}v_{12} + L_{i3}w_{12} = \\ -L_{i1}u_{11} - L_{i2}v_{11} - L_{i3}w_{11} \equiv Q_j, (i = 1, 2, 3), \end{aligned} \quad (2)$$

в  $\Omega = \{(x,y): -1 < x, y < 1\}$  при однородных краевых условиях, вытекающих из работы [3, формула (2)].

Решение краевой задачи, описываемой системой (3) можно получить различными известными методами (вариационными, ортогонализации и др.). Ниже это решение строится методом Бубнова-Галеркина. Поскольку однородные краевые условия, следующие из (2), являются главными, а оператор  $L$  – положительно определенный, то метод Бубнова-Галеркина эквивалентен методу Ритца. При применении этих методов к системе координатных функций кроме линейной независимости и полноты в  $L_2(\Omega)$  и  $H_1(\Omega)$  (энергетическое пространство оператора  $L$ ), предъявляются дополнительные требования [5,6]: обеспечение устойчивости процесса получения решений и самих решений; сходимости к нулю невязки в системе уравнений; сходимости приближенных решений с некоторыми своими производными к точным. Всем этим требованиям можно удовлетворить, если искать решение в виде:

$$u_{12} = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N U_{mn} h_m(x) h_n(y); v_{12} = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N V_{mn} h_m(x) h_n(y); w_{12} = \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N W_{mn} H_m(x) H_n(y), \quad (3)$$

где  $U_{mn}$ ,  $V_{mn}$ ,  $W_{mn}$  – искомые параметры;  $h_i(x)$ ,  $H_i(x)$  – координатные функции С. А. Халилова [7,8].

Вопросы устойчивости, сходимости и точности при таком выборе системы координатных функций подробно исследованы применительно к задачам теории пластин и оболочек в работах [2, 9].

## 2. Анализ решения

Принятый подход требует рассмотрения двадцати четырех краевых задач путем задания шести возможных обобщенных перемещений в каждой из угловых точек оболочки. Однако в силу их единообразия достаточно рассмотреть лишь шесть задач (для одной из угловых точек).

Пусть рассматривается угловая точка с координатами (1,1). При решении указанных задач величины обобщенных перемещений  $U_{22}^*$ ,  $V_{22}^*$ ,  $W_{22}^*$ ,  $W_{24}^*$ ,  $W_{42}^*$ ,  $W_{44}^*$  поочередно отличны от нуля, при этом смежные стороны смещены вдоль соответствующих направлений по линейному закону в случаях задания обобщенных перемещений  $U_{22}^*$ ,  $V_{22}^*$  и по кубическому закону в случаях  $W_{22}^*$ ,  $W_{24}^*$ ,  $W_{42}^*$ ,  $W_{44}^*$ . Здесь и далее компоненты решения с индексом 11 заданы априори и являются продолжением граничных функций в область т.е. удовлетворяют только краевым условиям. Компоненты с индексом 12 являются *корректирующими* в том смысле, что они корректируют решение так, чтобы решение (1) удовлетворяло не только краевым условиям, но и уравнениям равновесия.

В качестве примера приведем графики априорно заданной компоненты, корректирующей компоненты и их суммы для задачи, соответствующей отличному

от нуля обобщенному перемещению  $U_{22}^*$  (рис. 1). Параметры рассматриваемой оболочки аналогичны параметрам оболочки из работы [2].

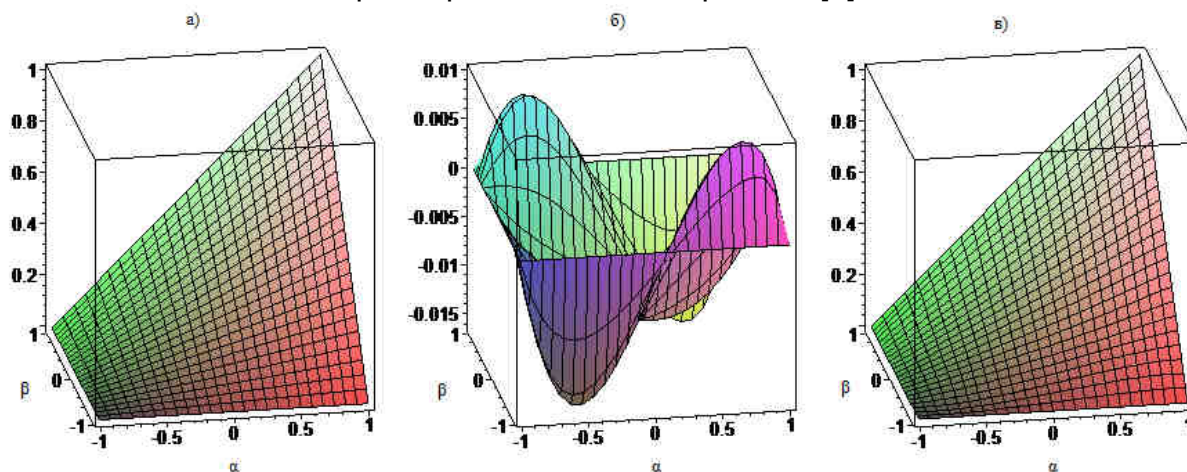


Рис. 1. Компоненты решения при  $U_{22}^* = 1$ :  
 а – продолжение граничной функции; б – корректирующая компонента;  
 в – суммарное решение

Как видно из рис. 1, в данном случае влияние корректирующей компоненты на суммарное решение незначительно, подобная картина наблюдается при задании перемещения  $V_{22}^*$ , хотя корректирующая компонента в этом случае и слабо влияет на суммарное решение, но все же сильнее, чем в предыдущем, что вполне естественно вследствие кривизны оболочки.

Иначе обстоит дело при перемещениях угловых точек и смежных сторон, касающихся функции прогиба и её производных. Самым неблагоприятным в смысле относительного влияния корректирующей компоненты решения на суммарное является случай, когда отлично от нуля  $W_{44}^*$ , что соответствует заданию в угле (1,1) второй смешанной производной (рис.2). При вычислениях положено  $W_{44}^* = 1$ .

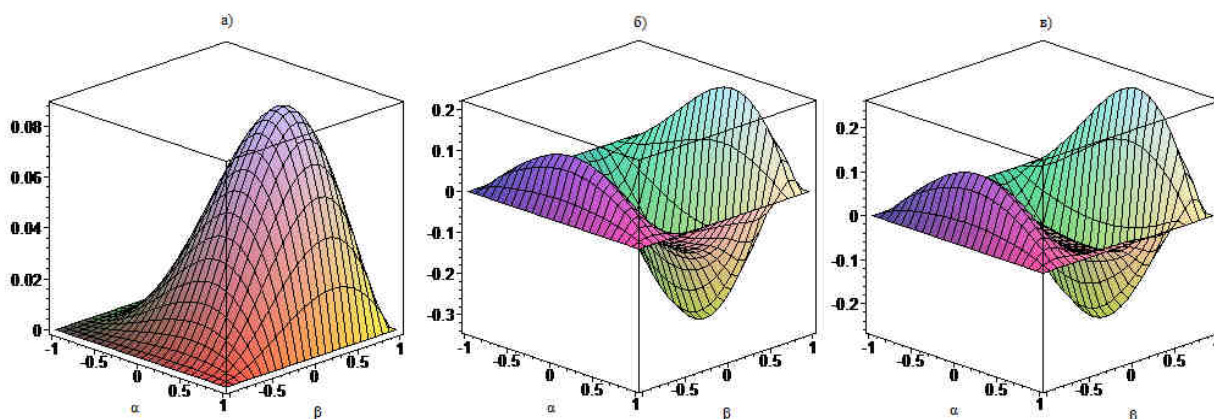


Рис. 2. Компоненты решения при  $W_{44}^* = 1$ :  
 а – продолжение граничной функции; б – корректирующее решение;  
 в – искомое решение

Как видно из рис. 2, влияние корректирующей компоненты в этом случае действительно значительно, форма суммарного решения существенно отличается от формы, описываемой функцией, заданной априорно, и она более близка к форме корректирующего решения.

Учитывая сказанное, рассмотрим вопросы устойчивости, сходимости и точности решения именно для этого случая. Основным из них является вопрос устойчивости, поскольку проблема сходимости и точности является *производной* от проблемы устойчивости, т.е. убедившись в устойчивости решения, можно сделать определенный вывод о сходимости и точности. Процесс получения решения будем называть устойчивым, если параметры решения имеют тенденцию к стабилизации, т.е. с увеличением числа удерживаемых членов в представлении решения изменения в значащих цифрах этих параметров происходят все в более и более дальних знаках. Убедиться в стабилизации решения позволяют табл.1 – 3, где приведены первые десять параметров решения по  $U$ ,  $V$  и  $W$  соответственно в зависимости от верхних пределов сумм. Здесь и далее установившиеся цифры выделены жирным шрифтом.

Таблица 1

Стабилизация параметров решения  $U_{mn}$ , м

$U_{ij}$	$M = N = 10$	$M = N = 20$	$M = N = 30$
$U_{00}$	<b>-0,6266453265e-2</b>	<b>-0,6263299706e-2</b>	-0,6263298143e-2
$U_{01}$	<b>0,5051657858e-2</b>	<b>0,5070273724e-2</b>	0,507027626e-2
$U_{02}$	<b>0,185379323e-2</b>	<b>0,1859975275e-2</b>	0,1859977414e-2
$U_{03}$	<b>0,2105090976e-3</b>	<b>0,2268477891e-3</b>	0,2268494478e-3
$U_{04}$	<b>-0,1585677145e-3</b>	<b>-0,1540057327e-3</b>	-0,1540049967e-3
$U_{05}$	<b>-0,1389660739e-3</b>	<b>-0,1417825961e-3</b>	-0,1417822413e-3
$U_{06}$	<b>0,4470680588e-4</b>	<b>0,4537495712e-4</b>	0,4537506752e-4
$U_{07}$	<b>0,1544646049e-3</b>	<b>0,100686139e-3</b>	0,1006863264e-3
$U_{08}$	<b>0,845688851e-4</b>	<b>0,8657109261e-4</b>	0,8657127543e-4
$U_{09}$	-0,2168373424e-4	<b>0,3386361699e-4</b>	0,3386381912e-4

Таблица 2

Стабилизация параметров решения  $V_{mn}$ , м

$V_{ij}$	$M = N = 10$	$M = N = 20$	$M = N = 30$
$V_{00}$	<b>-0,543756875e-1</b>	<b>-0,5438217204e-1</b>	-0,5438216984e-1
$V_{01}$	<b>0,4703574649e-1</b>	<b>0,4706655068e-1</b>	0,4706655998e-1
$V_{02}$	<b>0,329346043e-1</b>	<b>0,3293221114e-1</b>	0,3293221642e-1
$V_{03}$	<b>0,6220123232e-2</b>	<b>0,6287697762e-2</b>	0,6287707066e-2
$V_{04}$	-0,3688404612e-3	<b>-0,2313309647e-3</b>	-0,2313292863e-3
$V_{05}$	<b>-0,1222711906e-1</b>	<b>-0,1220169649e-1</b>	-0,1220169842e-1
$V_{06}$	-0,7325176172e-2	<b>-0,6832289647e-2</b>	-0,6832291307e-2
$V_{07}$	-0,3688688874e-3	<b>-0,6309317531e-3</b>	-0,6309335296e-3
$V_{08}$	0,2024517117e-2	<b>0,1092740925e-2</b>	0,1092741085e-2
$V_{09}$	<b>0,1516713902e-2</b>	<b>0,1746547373e-2</b>	0,1746548169e-2

Таблица 3

Стабилизация параметров решения  $W_{mn}$ , M

$W_{ij}$	<b>M = N = 10</b>	<b>M = N = 20</b>	<b>M = N = 30</b>
$W_{00}$	<b>-0,1153000848</b>	<b>-0,1153325901</b>	-0,1153325998
$W_{01}$	<b>-0,1250538341</b>	<b>-0,1250492188</b>	-0,1250492272
$W_{02}$	<b>0,1031318135e-1</b>	<b>0,1015129591e-1</b>	0,1015127887e-1
$W_{03}$	<b>-0,2241409084e-2</b>	<b>-0,2775352747e-2</b>	-0,277535268e-2
$W_{04}$	<b>0,9614412243e-1</b>	<b>0,9612154677e-1</b>	0,9612157198e-1
$W_{05}$	<b>0,5759483057e-1</b>	<b>0,546310608e-1</b>	0,546310779e-1
$W_{06}$	<b>0,371344375e-1</b>	<b>0,3918434926e-1</b>	0,3918437736e-1
$W_{07}$	0,3180021571e-2	<b>0,1036089159e-1</b>	0,103608972e-1
$W_{08}$	-0,848646547e-3	<b>-0,253736206e-2</b>	-0,253735904e-2
$W_{09}$	<b>0,1259717356e-2</b>	<b>-0,152835021e-2</b>	-0,152835013e-2

Данные этих таблиц свидетельствуют об устойчивости решения. Вывод о сходимости и точности решения кроме стабилизации, подтверждается и малостью вклада дальних параметров решения по сравнению с первым, т.е. величиной их отношения. Приведем эти отношения:  $U_{00}/U_{99} = O(10^3)$ ,  $U_{00}/U_{19,19} = O(10^5)$ ,  $U_{00}/U_{29} = O(10^6)$ ,  $V_{00}/V_{99} = O(10^4)$ ,  $V_{00}/V_{19,19} = O(10^6)$ ,  $V_{00}/V_{29} = O(10^6)$ ,  $W_{00}/W_{99} = O(10^4)$ ,  $W_{00}/W_{19,19} = O(10^7)$ ,  $W_{00}/W_{29} = O(10^8)$ .

Как видно, с ростом M и N последние члены сумм оказывают все меньшее влияние на результат, что свидетельствует об устойчивости процесса получения решения и самого решения. Совершенно очевидно, что искомые здесь решения можно получить с любой наперед заданной точностью (рост M и N в силу устойчивости решения никак не скажется на погрешности округления при вычислениях). Исходя из этого можно утверждать, что полученное решение является *практически точным* при определении компонент вектора перемещений, т.е. его можно отождествить с точным.

Несколько иначе обстоит дело при вычислении напряжений (усилий и моментов), которые выражаются через производные от перемещений. Ссылаясь на неравенство А. А. Маркова об оценке производной от многочлена по оценке самого многочлена на некотором отрезке [10, с. 336], можно утверждать, что, увеличивая значения величин M и N, можно обеспечить любую заданную точность и по напряжениям.

Сходимость приближенных решений можно понимать по-разному, т.е. в различных метриках.

Начнем с обсуждения сходимости в метрике гильбертова пространства  $L_2(\Omega)$  вектор-функций. Здесь необходимо оценить сходимость трех сумм:

$$\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N U_{mn}^2, \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N V_{mn}^2 \text{ и } \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N W_{mn}^2.$$

Значения этих сумм в зависимости от M и N приведены в табл. 4.

Таблица 4

Сходимость в  $L_2(\Omega)$ 

M=N	$\sum_m^M \sum_n^N U_{mn}^2, M^2$	$\sum_m^M \sum_n^N V_{mn}^2, M^2$	$\sum_m^M \sum_n^N W_{mn}^2, M^2$
10	9,62548309382635E-05	6,80895680349765E-03	4,60727506234815E-02
12	9,62815251823947E-05	6,80373254256048E-03	4,59805950565338E-02
14	9,62874359289834E-05	6,80383740263429E-03	4,59923301387442E-02
16	9,62883178571036E-05	6,80384575509300E-03	4,59925426744184E-02
18	9,62884676373712E-05	6,80384785809038E-03	4,59925711653258E-02
20	9,62885255054110E-05	6,80384888486792E-03	4,59925820896875E-02
22	9,62885568814660E-05	6,80384945141941E-03	4,59925881637180E-02
24	9,62885751935816E-05	6,80384977713376E-03	4,59925916550088E-02
26	9,62885861868449E-05	6,80384996745275E-03	4,59925936880004E-02
28	9,62885929349177E-05	6,80385008088606E-03	4,59925948948114E-02
30	9,62885971716771E-05	6,80385015014516E-03	4,59925956290080E-02

При изменении M и N предыдущие члены также изменяют значения, поэтому суммы квадратов могут падать, но затем монотонно растут, так как в дальнейшем изменения в ранних членах не происходят.

В следующей табл. 5 приведены величины относительной потенциальной энергии деформирования  $\bar{U}_{MN} (M = N)$ , т.е. величины  $\left| \bar{U} \right|_{HL}^2$ .

Таблица 5

Сходимость в  $H_L(\Omega)$ 

M=N	$\bar{U}_{MN}$	$\bar{U}_{MN} / \bar{U}_{10}$
10	0,1021434525e-1	1,000000000
12	0,1022120786e-1	1,000671860
14	0,1022147118e-1	1,000697639
16	0,1022148527e-1	1,000699019
18	0,1022148734e-1	1,000699222
20	0,1022148827e-1	1,000699313
22	0,1022148879e-1	1,000699363
24	0,1022148909e-1	1,000699393

Вторая колонка табл. 5 демонстрирует стабилизацию значения энергии. В последней колонке таблицы приведено отношение энергии, полученной при текущем значении M и N, к энергии, вычисленной при  $M = N = 10$ , что показывает её ничтожно малое изменение с ростом M и N.

Данные приведенных таблиц подтверждают устойчивость и сходимость получаемых решений, а, следовательно, и их точность.

Перейдем к анализу сходимости (пока поточечной) и точности удельных усилий и моментов, выражаемых через производные от полученных решений. Результаты проведенных исследований этого вопроса представлены выборочно в виде графиков (рис. 3 – 8). Графики построены следующим образом: на каждом из них изображены три серии данных. Каждая серия соответствует подписанной на графике линии на поверхности оболочки. При этом серия представляет собой набор линий, полученных при вычислении конкретной величины с удержанием

различного числа членов в представлениях решения, а именно  $M = N = 10, 12, 14, \dots, 30$ . Из соображений читаемости рисунка все эти линии не подписаны, так как картина во всех случаях аналогична – с ростом  $M$  и  $N$  линии сливаются: как правило, линии, соответствующие  $M = N = 18$  уже неотличимы от окончательных.

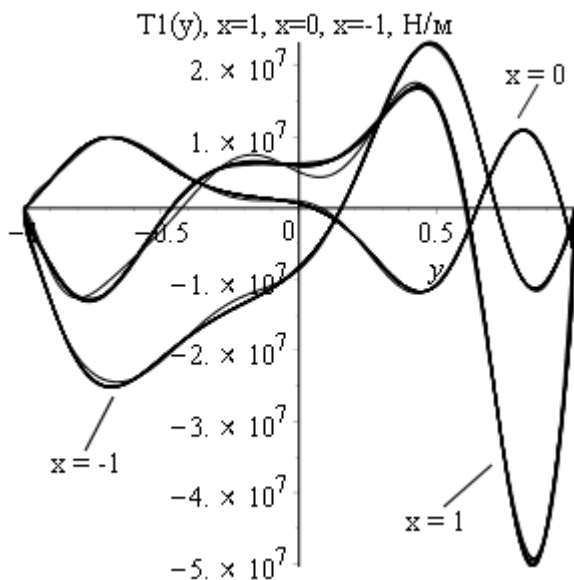


Рис. 3.  $T1(y)$  при  $x=-1, x=0, x=1$

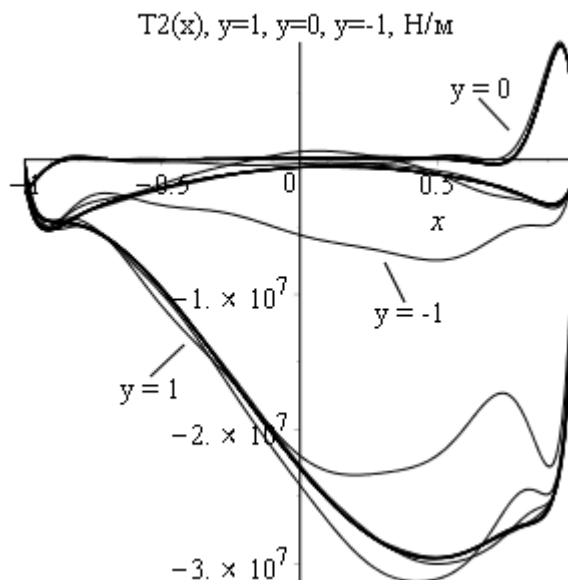


Рис. 4.  $T2(x)$  при  $y=-1, y=0, y=1$

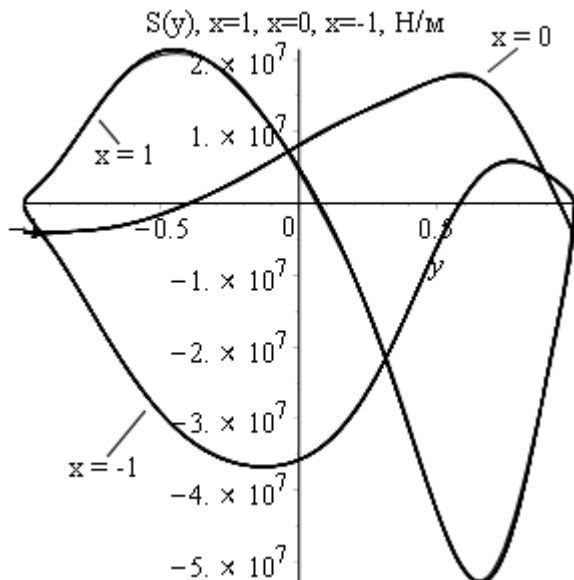


Рис. 5.  $S(y)$  при  $x=-1, x=0, x=1$

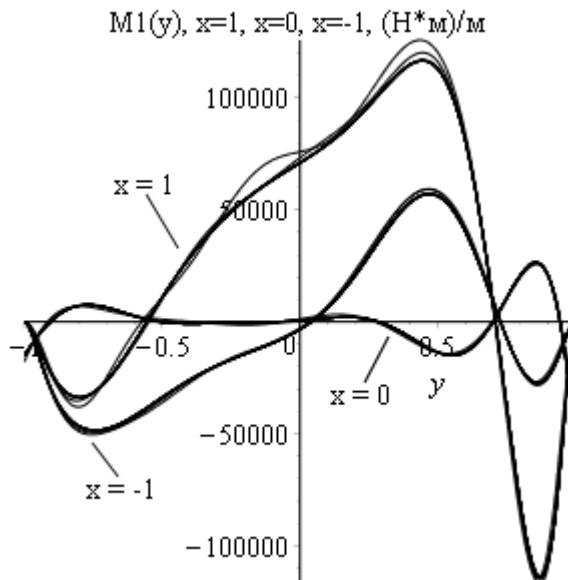


Рис. 6.  $M1(y)$  при  $x=-1, x=0, x=1$

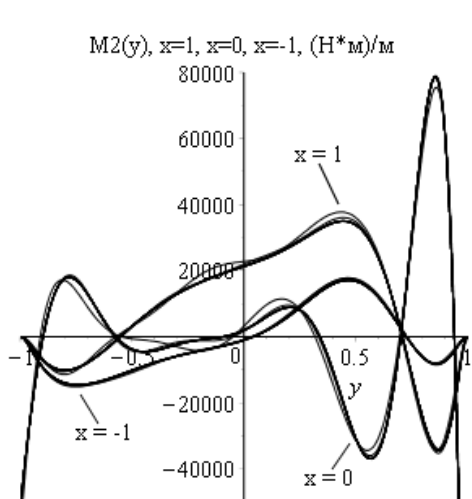


Рис. 7.  $M_2(y)$  при  $x=-1, x=0, x=1$

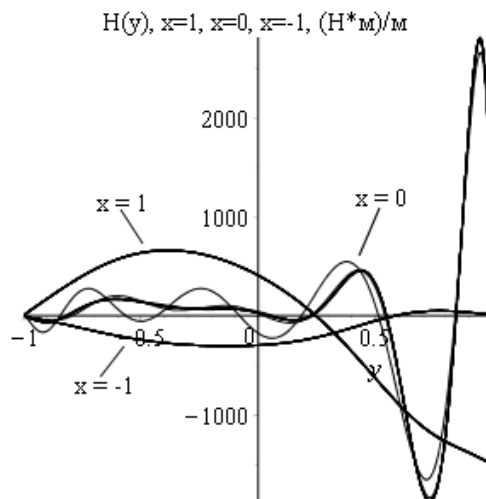


Рис. 8.  $H(y)$  при  $x=-1, x=0, x=1$

Напомним, что рассматривается случай, когда в угле  $(1;1)$  задано обобщенное смещение  $W_{44}^* = 1$ . Как видно из графиков, наибольшее значение усилия (момента), как правило, находится ближе к смещенному краю оболочки. На некоторых линиях наблюдаются обобщенные краевые эффекты (краевые эффекты на асимптотических линиях границ). Так, например, для усилия  $T_1(y)$  (рис. 3) обобщенный краевой эффект имеет место на линии  $x = 1$ , а краевой эффект для  $T_2(x)$  (рис. 4) явно выражен на линии  $y = 0$  как в окрестности точки  $x = 1$ , так и в окрестности точки  $x = -1$ . Что касается моментов, обобщенные краевые эффекты для  $M_1(y)$ ,  $M_2(y)$  и  $H(y)$  можно наблюдать на линии  $x = 0$  (рис. 6, 7, 8).

Еще один вывод, который можно сделать из этих графиков: сходимость всех усилий и моментов является равномерной: так как начиная с некоторых  $M$  и  $N$  все графики можно заключить в шар заданного радиуса  $\varepsilon$  («полосу» высотой  $2\varepsilon$ ),  $\varepsilon \rightarrow 0$  при  $M, N \rightarrow \infty \forall (x, y) \in \bar{\Omega}$ . Этот вывод согласуется с теоретическим выводом о принадлежности компонент решения  $u$  и  $v$  к классу  $C^1(\bar{\Omega})$  и компоненты  $w(x, y)$  – к классу  $C^2(\bar{\Omega})$ .

На самом деле равномерная сходимость имеет место для производных определенного порядка  $k > 1$  для компонент решения  $u$  и  $v$  и  $k > 2$  для компоненты  $w$ , но этот вопрос находится вне рамок данной работы и здесь не обсуждается, поскольку полученная гладкость решения вполне достаточна для уверенного вычисления всех компонент напряженно-деформированного состояния.

И, наконец, имеет смысл сопоставить максимальные нормальные и касательные напряжения, вызываемые усилиями и моментами без «привязки» к конкретной точке срединной поверхности оболочки (эти величины также вычислены в долях от численного значения параметра  $W_{44}^*$ ):  $\sigma(T_1) = 5 \cdot 10^7 / 0,01 = 5 \cdot 10^9$  Па,  $\sigma(M_1) = 130000 \cdot 6 / 0,01^2 = 7,8 \cdot 10^9$  Па,  $\sigma(T_2) = 3 \cdot 10^7 / 0,01 = 3 \cdot 10^9$  Па,  $\sigma(M_2) = 800000 \cdot 6 / 0,01^2 = 4,8 \cdot 10^9$  Па,  $\tau(S) = 5 \cdot 10^7 / 0,01 = 5 \cdot 10^9$  Па,  $\tau(M_2) = 2800 \cdot 6 / 0,01^2 = 0,168 \cdot 10^9$  Па. Как видно нормальные моментные напряжения, ответственные за прочность оболочки здесь преобладают над безмоментными, что свидетельствует о неприменимости приближенных теорий оболочек (безмоментной, полубезмоментной и др.) к расчету открытых оболочек при заданных на границе смещениях.



## Заключение

Получено аналитико-численное решение так называемой первой вспомогательной задачи, являющейся составной частью общей задачи для открытой цилиндрической оболочки при произвольной системе заданных на границе обобщенных перемещений.

Исследованы вопросы устойчивости, сходимости и точности решения: конструктивно показано, что как процедура получения решения, так и само решение являются безусловно устойчивыми, что обеспечено специальным выбором системы координатных функций, отвечающей всем требованиям, предъявляемым к такой системе.

Благодаря устойчивости процесса получения решения, последнее может быть найдено с любой наперед заданной точностью. При этом следует ориентироваться на точность по напряжениям, так как условия упругого сопряжения оболочек в системе (условия равновесия) выражаются через усилия и моменты, а доставляемая точность по перемещениям будет заведомо выше.

Сопоставление величин нормальных и касательных напряжений, вызванных удельными усилиями и моментами, показывает, что анализ оболочечных систем необходимо проводить по общей (моментной) теории.

Автор выражает глубокую признательность С.А. Халилову за постановку задачи, постоянные обсуждения и конструктивную критику.

## Список литературы

1. Новые методы исследования линейно и нелинейно деформируемых тел из композиционных материалов. Математические модели, методы их анализа и численная реализация нелинейного деформирования тонкостенных пространственных систем [Текст] : отчет о НИР (заключ.) т. 2 ; рук. С. А. Халилов ; исполн. В. Б. Минтюк [и др.]. – Х., 2014. – 160 с. – №ГР 0112U002135. – Инв. № 0215U006163.
2. Основная краевая задача общей классической теории открытой цилиндрической оболочки. Решение базовой задачи [Текст] / С. А. Халилов, В. Б. Минтюк, В.В. Копычко, Д. А. Ткаченко // Авиационно-космическая техника и технология. – 2015. – № 3(120). – С. 24-32.
3. Основная краевая задача общей классической теории открытой цилиндрической оболочки. Конструкция решения [Текст] / В. С. Кривцов, В. Н. Павленко, В. В. Копычко // Авиационно-космическая техника и технология. – 2015. – № 6(123). – С. 5-11.
4. Фадеев Д. К. Избранные главы анализа и высшей алгебры [Текст] / Д. К. Фадеев, Б. З. Вулих, Н. Н. Уральцева : ЛГУ, 1981. – 199 с.
5. Михлин, С. Г. Вариационные методы в математической физике [Текст] / С. Г. Михлин – М. : Гостехиздат, 1957. – 478 с.
6. Михлин, С. Г. Численная реализация вариационных методов [Текст] / С. Г. Михлин – М. : Наука, 1966. – 432 с.
7. Халилов, С. А. Новые системы ортонормированных многочленов, некоторые их свойства и приложения [Текст] / С. А. Халилов // Прочность конструкций летательных аппаратов : темат. сб. науч. тр. Харьк. авиац. ин-та им. Н. Е. Жуковского. – Вып. 5. – Х., 1978. – С. 46 – 56.
8. Халилов, С. А. Вычисление некоторых определенных интегралов, содержащих присоединенные функции Лежандра второго и четвертого порядков [Текст]

/ С. А. Халилов // Прочность конструкций летательных аппаратов : темат. сб. науч. тр. Харьк. авиац. ин-та им. Н. Е. Жуковского. – Вып. 7. – Х., 1984. – С. 158 – 165.

9. Халилов, С. А. Приближённое аналитическое решение бигармонической проблемы в прямоугольнике при однородных главных краевых условиях на двух противоположных сторонах и произвольных – на двух других [Текст] / С. А. Халилов, В. Б. Минтюк, Д. А. Ткаченко // Авиационно-космическая техника и технология. – 2013. – № 5 (102). – С. 40 – 49.

10. Ершов А. П. Математический энциклопедический словарь [Текст] / А. П. Ершов, Л. Д. Кудрявцев, А. Л. Онищик, А. П. Юшкевич – М. : Сов. энциклопедия, 1988. – 847 с.

Поступила в редакцию 20.11.2015

### **Деформування відкритої циліндричної оболонки при узгоджених узагальнених переміщеннях кутових точок границі**

Побудовано аналітико-чисельне рішення однієї з допоміжних задач методу сполучення конструктивних елементів стосовно до конструкцій аерокосмічної техніки. А саме - задачі, що описує зсув якого-небудь кута відкритої циліндричної оболонки і прилеглих до нього сторін. Отримане рішення проаналізовано в плані його стійкості, збіжності та точності. За результатами аналізу рішення конструктивно показано, що наближені теорії оболонок тут неприйнятні і подібні задачі необхідно вирішувати з позиції загальної (моментної) теорії відкритих оболонок.

**Ключові слова:** загальна моментна теорія оболонок; довільні зміщення кутів і суміжних сторін; допоміжна задача; базова задача; коригувальна компонента.

### **Deformation of Open Cylindrical Shells Under Agreed Generalized Displacements of the Border Corner Points**

Analytically-numerical solution of one of the auxiliary problems of structural elements coupling method in relation to the structures of the aerospace technology. Namely - the problem describing the displacement of one of the angles and adjacent sides of open cylindrical shell. The resulting solution is analyzed in terms of its stability, convergence and accuracy. According to the analysis solution it is of constructively shown that the approximate theory of shells do not apply here, and such problems should be addressed from the perspective of the total (moment) theory of open shells.

**Keywords:** general moment theory of shells; arbitrary displacement of an angle and the adjacent sides; auxiliary task; basic task; correction component.