

Моделирование денежных потоков негосударственных пенсионных фондов

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ»

Предложена модель формирования негосударственных пенсионных фондов на основе индивидуальных методов финансирования. Данная модель позволяет получать расчетные значения состояния денежных потоков страхового фонда в разные моменты времени, а также помогает страховщику в принятии управленческих решений в негосударственном пенсионном страховании. Эта модель реализована в компьютерной системе поддержки принятия решений «Insurance_PENSION®» и обладает возможностью коррекции исходных данных в процессе моделирования, что делает систему гибкой к изменениям внешней среды.

Ключевые слова: аналитическое моделирование, актуарное оценивание, негосударственный пенсионный фонд, индивидуальные методы фондирования.

Введение

Тема пенсионного страхования является крайне актуальной в нашей стране в свете последних реформ и преобразований политической, экономической и социальной структур. На данный момент государство не всегда может обеспечить достойный уровень жизни по окончании трудовой деятельности. Для таких целей во всех развитых странах функционирует система страхования и негосударственных пенсионных фондов (НПФ).

Пенсионное обеспечение при этом реализуется как минимум из двух источников: государственные пенсионные фонды и индивидуальные пенсии, получаемые по договору добровольного пенсионного накопительного страхования в частном порядке. При этом добровольное пенсионное страхование является эффективным средством сбережения и накопления средств на индивидуальном счете участника. В условиях украинского финансового рынка взносы и выплаты по договорам пенсионного страхования практически полностью исключаются из базы налогообложения.

Эти и многие другие причины делают негосударственное пенсионное страхование практически безальтернативным способом обеспечения дополнительного дохода после выхода на пенсию.

Кроме того, страховые фонды инвестируют свои средства в частные компании и частный бизнес, что позволяет максимально уменьшить риски обесценивания денежных средств во времени.

Если с преимуществами негосударственного пенсионного страхования с точки зрения страхователя все понятно, то с механизмами управления страховыми фондами для страховщиков ситуация обстоит иначе. Для создания полноценного правового, математического и программного механизма управления денежными потоками страхового фонда необходимо много времени и средств. Например, пенсионный фонд ООН формировался в течение 50 лет [1]. В Украине страхование только начинает развиваться. Страховщики в своей деятельности чаще всего используют лишь усредненные оценки, не имея возможности анализировать денежные потоки в условиях постоянно изменяющейся внешней среды, не говоря о прогнозировании.

Существует острая необходимость в создании математических моделей, которые позволяли бы описывать, анализировать поведение страховых фондов, прогнозировать взносы и выплаты, а также моделировать различные социально-экономические риски, связанные с проведением страхования, помогать поддерживать управленческие решения в сфере страхования.

В данной статье разработана модель формирования НПФ на основе методов индивидуального страхового фондирования. Совокупность договоров и свойств каждого отдельного договора влияют на всю систему в целом, поэтому данная модель позволяет учесть влияние отдельного договора на общий НПФ.

1 Общая математическая модель формирования негосударственного пенсионного фонда для одного участника

Рассмотрим математическую модель формирования негосударственного пенсионного фонда для одного участника, основанную на модели, представленной в работе [2].

Пусть $T = 0, 1, 2, \dots$ – моменты актуарной оценки НПФ, f_T – фонд индивидуальных пенсионных накоплений на момент T , при $T = 0$ фонд считается нулевым, p_T – пенсионный взнос на момент T , b_T – величина пенсии, выплачиваемая в момент T .

Процесс формирования НПФ для индивидуального участника возраста x можно разделить на два этапа:

1. С момента вступления в схему (участнику на этот момент $x = a$ лет) до момента выхода на пенсию (участнику на этот момент $x = R$ лет). Данный период длится $P_R = R - a$ лет. В этот период в пенсионный фонд постоянно поступают взносы от страхователя, происходит накопление средств на индивидуальном счете участника.

2. С момента выхода на пенсию до момента смерти. В качестве упрощения модели данный период обычно ограничивается предельным возрастом ω , предполагается, что вероятность дожития до этого возраста очень мала. Данный период длится $P_\omega = \omega - R$ лет.

Отправной точкой можно считать момент выхода на пенсию, т. е. взносы в НПФ необходимо привести к моменту в будущем с помощью *компаундирования*.

Таким образом, НПФ на первом этапе можно рассчитать по формуле

$$f_T = f_{T-1} + p_{T-1} \cdot (1+i)^T, \quad (1)$$

где i – предполагаемая процентная ставка в данном периоде, p_{T-1} – значение взноса, приведенное к моменту выхода на пенсию. Каждый год в данном периоде происходит постепенное накопление средств на индивидуальном счете участника.

НПФ на втором этапе можно рассчитать по формуле

$$f_T = f_{T-1} - b_{T-1}, \quad (2)$$

где b_{T-1} – значение годовой пенсии, приведенное к моменту выхода на пенсию. Поток пенсионных выплат необходимо приводить к моменту в прошлом, поэтому во время расчета пенсий b_{T-1} применяется *дисконтирование*. При этом $T \in [P_R; \omega - R]$.

Для «раскладки» пенсионных взносов по годам используются индивидуальные методы формирования НПФ, подробно они описаны в работе [2]. В зависимости от величины взносов p_T можно получить базовый уровень пенсий (используется «*Defined Contributions*» - схема с известными взносами). При этом рассчитывают значения индивидуального фонда НПФ сразу на всем временном интервале.

2 Аддитивная аналитическая модель формирования негосударственного пенсионного фонда для группы страхователей

Рассмотрим алгоритмическую модель, которая позволяет обобщить расчеты сразу на всю группу застрахованных. Данная модель основана на предположениях, описанных в работе [2]. В отличие от модели, представленной в этой работе, предлагается учитывать популяционную динамику старения во время формирования НПФ с помощью вероятностей дожития до каждого года после достижения пенсионного возраста.

Идея подхода заключается в том, что для каждого участника строится НПФ на временном интервале от момента вступления в схему до достижения предельного возраста (с определенной вероятностью).

Все участники вступают в схему в один момент времени, но при этом находятся в разных возрастах, момент начала выплаты пенсий у всех участников разный. До начала выплат пенсий происходит накопление определенной суммы, из которой потом выплачивается пенсия. Если накопленная сумма расходуеться раньше, чем наступает смерть участника, индивидуальный НПФ становится отрицательным, необходима компенсация средств из других источников.

НПФ каждого участника фиксируется в определенные моменты – моменты актуарной оценки. Обычно это моменты внесения взносов и выплаты пенсий, их можно считать основными событиями, происходящими в системе.

Предполагается, что взносы и выплаты происходят синхронно для всех страхователей, поэтому в эти моменты времени можно просуммировать значения НПФ каждого участника и получить общую аддитивную модель, описывающую поведение НПФ в целом для всей группы страхователей.

Рассмотрим этапы построения аддитивной модели:

Этап 1. Выбор индивидуального метода страхования [2] и расчет вспомогательной величины σ согласно выбранному методу.

Например, для экспоненциального метода с ускорением эта величина выглядит так:

$$\sigma = \frac{1}{\frac{e^{0,05} + 1}{e^{0,1} - 1} \cdot (e^{0,05(P_R+1)} - 1)},$$

где $P_R = R - a$, R - пенсионный возраст; a - возраст вступления в схему.

Этап 2. Расчет базового (начального) уровня взносов p_0 , базового (начального) уровня кумулятивной функции покупки пенсии m_0 и вспомогательного коэффициента z_0 :

$$m_0 = \sigma, z_0 = \frac{p_0}{m_0},$$

где m_0 - базовый уровень кумулятивной функции покупки пенсии; p_0 - базовый уровень взносов. Кумулятивная функция покупки пенсии показывает, какую «долю» будущей пенсии оплачивает каждый год страхователь.

Этап 3. Расчет значений функции покупки пенсии с момента вступления в схему до момента выхода на пенсию. Временной промежуток для моментов актуарной оценки $T \in [1; P_R - 1]$. При этом возраст застрахованного будет находиться в интервале $x \in [a + 1; R - 1]$:

$$m_T = \sigma \cdot e^{0,05T} = \frac{1}{\frac{e^{0,05} + 1}{e^{0,1} - 1} \cdot (e^{0,05(P_R+1)} - 1)} \cdot e^{0,05T},$$

где T - моменты актуарной оценки.

Этап 4. Расчет значений премий с момента вступления в схему до момента выхода на пенсию: $p_T = z_0 \cdot m_T$. Временной промежуток для моментов актуарной оценки $T \in [1; P_R - 1]$.

Этап 5. Расчет суммарной величины взносов НПФ:

$${}_sP = \sum_{T=0}^{P_R-1} p_T.$$

Этап 6. Расчет поправочного коэффициента для пенсий с учетом индексации и вероятности дожития:

$$\tilde{b} = \sum_{T=P_R}^{P_R+P_\omega} \left[(1+r)^{T-P_R} \cdot {}_{T-a}P_a \right],$$

где r - коэффициент индексации пенсии; ${}_{T-a}P_a$ - вероятность дожития до возраста $R, R+1 \dots \omega$, $P_\omega = \omega - R$.

Этап 7. Расчет базового (начального) уровня пенсионных выплат:

$$b_0 = \frac{{}_sP}{\frac{1}{(1+i)^{P_R}} \cdot \tilde{b}},$$

где i - норма процентов.

Этап 8. Расчет пенсии для каждого года до предельного возраста $b_T = b_0 \cdot (1+i)^{T-(R-a)}$ для $T \in R - a \dots \omega - a$.

Этап 9. Построение НПФ для одного участника, которое происходит в два подэтапа.

Первый подэтап: поступление взносов и их наращение: $f_T = f_{T-1} + p_{T-1} \cdot (1+i)$ для $t \in 1 \dots R - a - 1$, $f_0 = 0$.

Второй подэтап: выплата пенсий по достижении пенсионного возраста $f_T = f_{T-1} - b_{T-1}$ для $t \in R - a \dots \omega - a$.

Этап 10. Расчет аддитивных значений НПФ в моменты актуарной оценки для всех участников пенсионной схемы:

$$F_T = \sum_{T=0}^{\omega-a} f_T.$$

После момента достижения предельного возраста пенсионный фонд участника считается нулевым.

3 Реализация аддитивной модели формирования негосударственного пенсионного фонда для группы страхователей

Аддитивная модель была реализована на языке высокого уровня С# средствами аналитического и имитационного моделирования.

Данный программный модуль входит в состав системы поддержки принятия решений «Insurance_PENSION®» в пенсионном страховании.

Среди основных возможностей модуля можно выделить следующие:

1. Моделирование пенсионного фонда на основании выбранного метода для отдельного участника, сравнение НПФ отдельного участника, полученного разными индивидуальными методами фондирования (рис. 1).

2. Анализ факторов влияния на НПФ с помощью имитационного моделирования (рис. 2, а-г). При этом можно изменять значения: процентной ставки (рис. 2,а), кумулятивной функции покупки пенсии (рис. 2,б), начального взноса (рис. 2,в), смертности (рис. 2,г). На рисунках 2,а-г можно увидеть, каким образом внешние и внутренние факторы оказывают влияние на поведение НПФ отдельного участника. По оси абсцисс - моменты актуарной оценки, по оси ординат – финансовые средства в UAH.

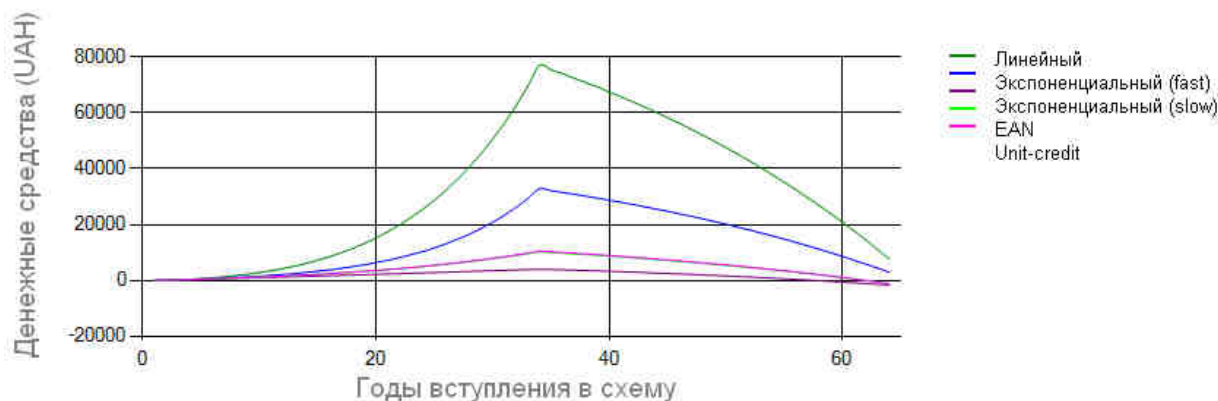


Рис. 1. Графическое представление индивидуальных методов формирования НПФ

Колебания процентной ставки оказывают пропорциональное воздействие на процесс накопления средств; изменение значений кумулятивной функции покупки пенсии вносит в систему элемент хаотичности, учесть влияние данного фактора затруднительно; управлять кумулятивной функцией покупки пенсии можно, изменяя базовый уровень взносов; величина базового взноса влияет напрямую на процесс накопления средств, что довольно логично; случайные колебания смертности в данной модели влияют на этап выплаты пенсий.

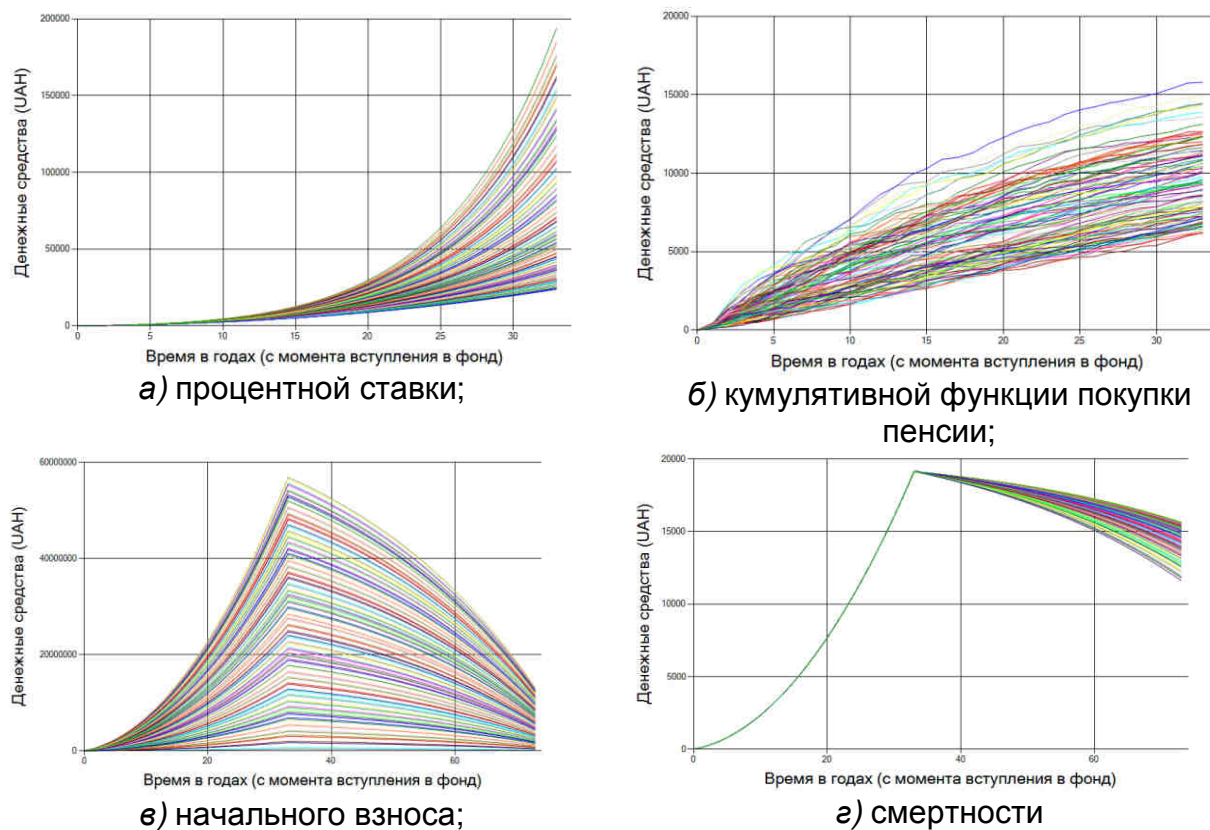


Рис. 2. Случайные значения:

а) – процентной ставки; б) - кумулятивной функции покупки пенсии; в) начального взноса; г) смертности

3. Расчет аддитивной аналитической модели для разного количества договоров. Пользователь сам может задать как малое количество договоров (например, 10, рис. 3, а), так и большое (например, 1500 договоров, рис. 3, б).

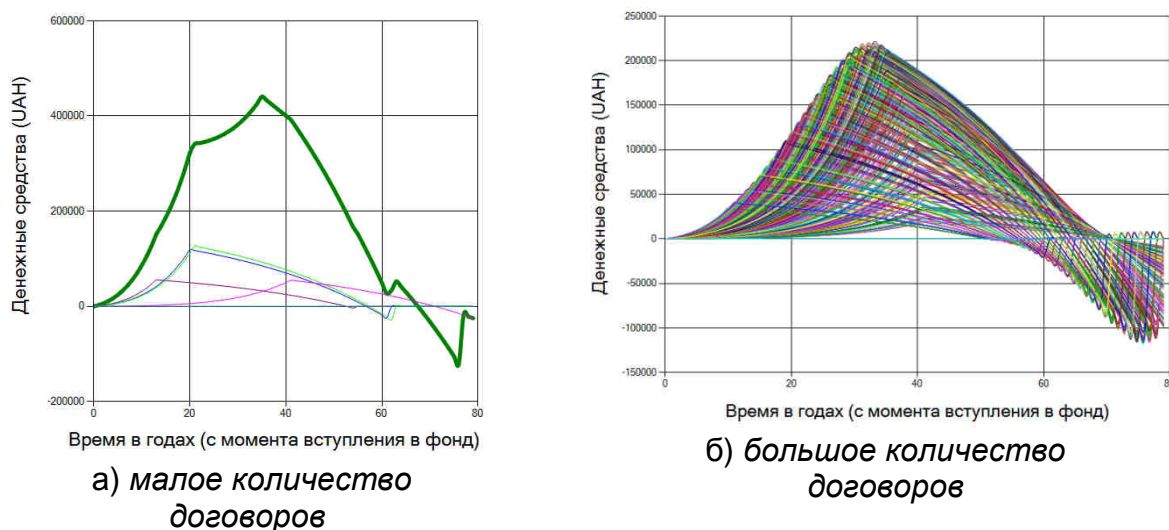


Рис. 3. Аддитивная аналитическая модель НПФ:

а) - малое количество договоров; б) - большое количество договоров

Данная аддитивная модель помогает страховщику в принятии страховых решений. В системе предусмотрена функция пересчета модели с другими исходными данными, что делает процесс принятия и коррекции решений динамическим. При этом хорошо видна динамика развития финансового состояния НПФ в целом, а также для каждого участника в отдельности. У каждого отдельного НПФ - свой максимум – он достигается в момент выхода на пенсию, по данной модели можно легко определить максимум для всей страховой схемы.

Также можно увидеть, когда аддитивная величина НПФ становится отрицательной. В связи с тем, что смертность в данной модели учитывается косвенно, т. е. с помощью вероятностей дожития, в реальной жизни смертность будет намного интенсивнее [3-4] и нулевой порог НПФ будет преодолевать намного медленнее. При среднем возрасте вступления в схему (36,5 лет) НПФ будет функционировать без необходимости привлечения дополнительных средств по крайней мере 50 лет, что является хорошим показателем устойчивости данной пенсионной схемы.

4 Выводы

В зарубежной страховой практике существуют групповые методы фондирования. Однако реализация таких методов зачастую скрыта страховщиками, а также не позволяет отследить свойства отдельных страховых договоров.

В данной работе была рассмотрена аддитивная модель формирования НПФ для группы страхователей на основе методов индивидуального фондирования. Упрощение для данной модели при помощи аппарата нечеткой логики подробно описано в работе [5]. Практика показывает, что в связи с необходимостью учета большого количества специфических особенностей страховых договоров (пол, возраст, социальное положение страхователя и многое другое), необходимо иметь возможность отслеживать НПФ по каждому отдельному договору.

В то же время следует иметь представление об общей сумме пенсий, необходимых к выплате в будущем, о вероятностях смерти в группе страхователей, а также об аддитивной величине поступлений в НПФ.

Данная модель была доведена до практической реализации в программном модуле. Главными преимуществами данного модуля являются:

- 1) динамическое управление, т. е. возможность менять исходные данные в процессе моделирования для коррекции управленческих решений;
- 2) возможность выбора значений влияющих факторов, а также возможность анализа влияния того или иного фактора на НПФ;
- 3) большой горизонт моделирования, что позволяет получить прогнозы о поведении НПФ в будущем.

Каждая имитация модели сопровождается выводами, которые могут помочь страховщикам и финансовым аналитикам с принятием управленческих решений.

Список литературы

1. Четыркин, Е. М. Актуарные расчеты в негосударственном пенсионном и медицинском страховании. / Е. М. Четыркин. – 2-е изд., испр., доп.- М.: Дело АНХ, 2009. – С. 24–30.

2. Шоломицкий, А.Г. Финансирование накопительных пенсий: актуарные методы и динамические модели [Текст] / А. Г. Шоломицкий // Обзор прикладной и промышленной математики. 2002. – С. 544 – 577.

3. Фролькис, В. В. Старение, эволюция и продление жизни [Текст] / В. В. Фролькис, Х. К. Мурадян. – К. : Наук. думка, 1992. – С. 16.

4. Country life tables by Global Health Observatory of World Health Organization [Electronic resource]. – An access mode: <http://apps.who.int/gho/data/?theme=main&vid=61740>. – 3.09.2014.

5. K.Bazilevich, M.Mazorchuk. Fuzzy Approach to the Modeling of Pension Insurance Fund. Proceedings of East West Fuzzy Colloquium 2012 (19th Zittau Fuzzy Colloquium, Spt. 5 – 7, 2012). – Institut für Prozesstechnik Prozessautomatisierung und Messtechnik, 2012. – P.88 – 95.

Поступила в редакцию 24.11.2015

Моделювання фінансових потоків недержавних пенсійних фондів

Запропоновано модель формування недержавних пенсійних фондів на основі індивідуальних методів фінансування. Ця модель дозволяє отримувати розрахункові значення стану фінансових потоків страхового фонду в різні моменти часу, а також допомагає страховику в прийнятті управлінських рішень у недержавному пенсійному страхуванні. Модель реалізовано в комп'ютерній системі підтримки прийняття рішень «Insurance_PENSION[®]», і вона має можливість корекції вхідних даних у процесі моделювання, що робить систему гнучкою до змін зовнішнього середовища.

Ключові слова: аналітичне моделювання, актуарне оцінювання, недержавний пенсійний фонд, індивідуальні методи фондування.

Modeling of Cash Flows in Non-Government Pension Funds

A general model for the formation of non-government pension funds based on individual methods of financing was considered. This model allows to obtain the calculated values of the insurance fund financial condition at different times, as well as helping the insurer in decision-making in the private pension insurance. This model is implemented in the computer decision support system «Insurance_PENSION[®]» and is capable of correcting the original data in the simulation that makes the system flexible to changes in the external environment.

Keywords: analytical modeling, actuarial estimation, pension fund, private funding methods.