

Применение алгоритма случайного поиска для минимизации стоимости проведения многофакторного эксперимента

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ»

Разработаны метод и программа оптимизации многофакторных планов эксперимента с помощью алгоритма случайного поиска, основанного на перестановке столбцов матрицы планирования эксперимента. Показана их эффективность по сравнению с методом перестановки строк матрицы планирования эксперимента. Работоспособность и эффективность подтверждаются совпадением или приближением оптимальных планов, полученных этим методом и методом полного перебора строк матрицы планирования экспериментов.

Ключевые слова: оптимальный план, оптимизация, планирование эксперимента, стоимость, случайный поиск.

1. Постановка задачи. Экспериментальные методы исследования все больше применяют для оптимизации производственных процессов. Одной из самых главных целей эксперимента является получение максимального количества объективной информации о влиянии исследуемых факторов на производственный процесс, при проведении наименьшего числа дорогостоящих опытов. Планирование эксперимента основано на задаче получения математической модели при минимальных стоимостных и временных затратах. Задача нахождения минимальной стоимости проведения эксперимента является NP-трудной, и точное решение можно найти только для небольшого количества факторов. Для количества факторов $k > 4$ число перестановок резко увеличивается и на современном уровне развития вычислительной техники точно решить задачу не представляется возможным. В связи с этим становится актуальным разработка и исследование приближенных алгоритмов.

В общем случае задача выбора оптимального плана многофакторного эксперимента может быть сформулирована следующим образом. Имеется полный взвешенный ориентированный граф G с множеством вершин $N = \{1, 2, \dots, n\}$, где $n = 2^k$, k - количество факторов. Веса всех дуг неотрицательны. Необходимо найти путь с минимальной длиной. Стоимость перехода от i -го опыта к j -му равна $S_{i,j}$. Следует определить минимальную стоимость проведения эксперимента $S_{\text{общ}}$ такую, что

$$S_{\text{общ}} = \sum_{j=2}^n \sum_{i=1}^k S_{i,j} \rightarrow \min .$$

Оптимальным решением является перестановка, которая даёт минимальную стоимость проведения эксперимента. Известно, что эта задача является NP-полной, т.е. переборной. С ростом числа факторов k количества преобразований существенно возрастает. В табл. 1 приведены значения количества факторов и количества преобразований для $k = 2 \dots 5$.

Таблица 1

Количество преобразований планов МФЭ для $k = 2...5$

Количество факторов	Количество опытов в плане МФЭ	Количество преобразований при перестановке строк матрицы планирования	Количество преобразований при перестановке столбцов матрицы планирования
2	4	24	2
3	8	40320	6
4	16	$2,092 \times 10^{13}$	24
5	32	$2,63 \times 10^{35}$	120

При синтезе оптимального плана эксперимента с количеством факторов больше четырех возникает еще и проблема длительности его построения. В связи с этим необходимо находить решения с помощью приближенных алгоритмов, таких, как случайный поиск (перестановка столбцов матрицы планирования).

2. Цель статьи. Разработка метода и программного обеспечения для оптимизации планов многофакторного эксперимента с использованием алгоритма случайного поиска, основанного на перестановке столбцов матрицы планирования эксперимента.

3. Анализ последних исследований и публикаций. Известны примеры построения многофакторных планов экспериментов, которые основаны на использовании следующих методов оптимизации: анализ перестановок [1]; случайный поиск (перестановка строк матрицы планирования) [1]; метод ветвей и границ [1]; метод последовательного приближения [1]; симплекс–метод [2]; муравьиный алгоритм [3]; генетические алгоритмы [4]; метод отжига [5]; жадный алгоритм [6].

Эффективность использования данных методов доказана [1,7] при исследовании различных объектов - технологических процессов, приборов и систем. Все эти методы имеют как достоинства, так и недостатки. Например, при большом количестве факторов для полного перебора всех строк матрицы планирования требуется много времени, а другие алгоритмы позволяют получить оптимальный план эксперимента для ограниченного числа факторов k . При большом количестве факторов результаты оптимизации получаются приближенными к оптимальному плану эксперимента. Ввиду этого целесообразно для сравнения результатов применить алгоритм случайного поиска (перестановки столбцов матрицы планирования).

4. Основные материалы исследования. Разработаны метод и программное обеспечение оптимизации планов многофакторного эксперимента по стоимостным затратам с использованием алгоритма случайного поиска (перестановки столбцов матрицы планирования).

Сущность применения алгоритма случайного поиска (перестановки столбцов матрицы планирования), схема которого показана на рисунке, заключается в следующем.

Шаг 1. В начале работы алгоритма производится ввод количества факторов k .

Шаг 2. Вводятся стоимости переходов между уровнями для каждого из факторов.

Шаг 3. В зависимости от выбранного количества факторов строится матрица планирования эксперимента.

Шаг 4. Вычисляется исходная стоимость проведения эксперимента.

Шаг 5. Формирование счетчиков итераций l .

Шаг 6. Осуществляется ввод количества итераций l .

Шаг 7. Выполняется проверка, достигнуто ли заданное количество итераций или нет. Если достигнуто, то выполняется шаг 15, в противном случае - шаг 8.

Шаг 8. В зависимости от количества факторов k происходит формирование столбцов.

Шаг 9. В зависимости от количества факторов k происходит склеивание столбцов.

Шаг 10. Осуществляется проверка, склеились ли разные столбцы. Если склеились разные, то выполняется шаг 11, в противном случае - шаг 9.

Шаг 11. Осуществляется проверка, проанализированы ли все столбцы или нет. Если все проанализированы, то выполняется шаг 21, в противном случае - шаг 12.

Шаг 12. Осуществляется проверка, проанализированы ли все переходы. Если все проанализированы, то выполняется шаг 19, в противном случае шаг 13.

Шаг 13. Исходя из анализа стоимостей переходов из «-1» в «+1» и из «+1» в «-1», если в столбце произошло изменение значения уровня фактора, то значения стоимости переходов записываются в матрицу.

Шаг 14. Осуществляется переход к анализу следующего $(i+1)$ -го перехода.

Шаг 15. После достижения заданного количества итераций выполняется построение оптимальной матрицы планирования эксперимента (основывается на том, что если на каждом локальном шаге выбирался оптимальный переход, то и общий план проведения эксперимента будет оптимальным).

Шаг 16. Вычисляется общая стоимость реализации эксперимента.

Шаг 17. Вычисляется величина выигрыша B как отношения исходной стоимости проведения эксперимента $C_{исх}$, найденной на шаге 4, к стоимости проведения эксперимента C_{min} , найденной на шаге 16.

Шаг 18. Вычисляется время t , затраченное на оптимизацию плана многофакторного эксперимента с использованием алгоритма случайного поиска (перестановки столбцов матрицы планирования).

Шаг 19. Вычисляется стоимость переходов в j -м столбце, как сумма всех значений, найденных на шаге 12.

Шаг 20. Осуществляется переход к анализу следующего $(j+1)$ -го столбца.

Шаг 21. Вычисляется локальная стоимость проведения эксперимента.

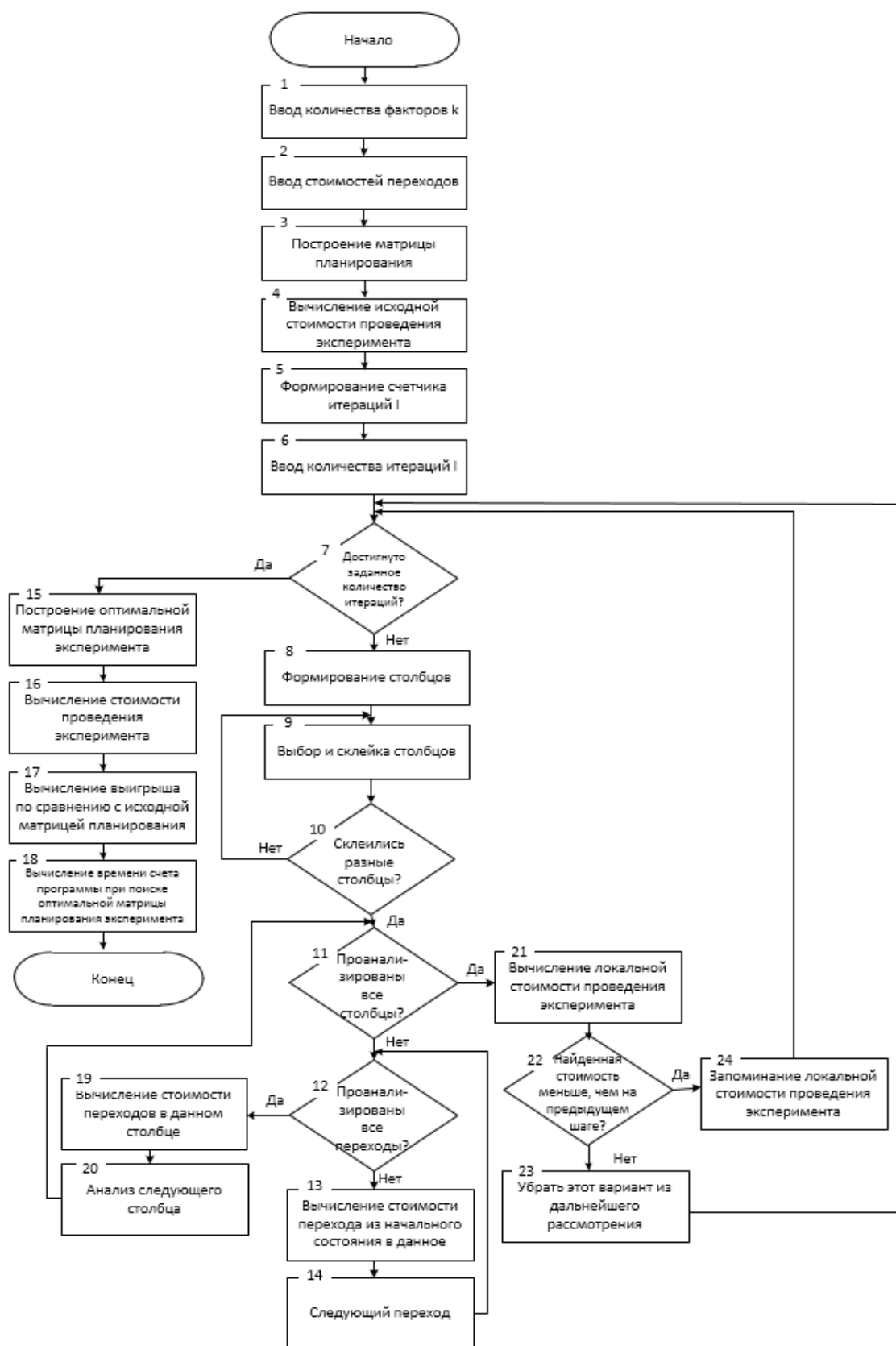


Схема реализации метода оптимизации планов эксперимента, основанного на применении алгоритма случайного поиска (перестановки столбцов матрицы планирования)

Шаг 22. Выполняется проверка того, меньше ли стоимость, найденная на шаге 21, чем стоимость, вычисленная во время предыдущей итерации. Если меньше, то осуществляется переход на шаг 24, в противном случае - на шаг 23.

Шаг 23. Так как мы получена стоимость большая, чем во время предыдущей итерации, то нужно исключить этот вариант из рассмотрения.

Шаг 24. Осуществляется запоминание локальной стоимости проведения эксперимента.

Проверка работоспособности разработанного метода и программного обеспечения для оптимизации многофакторных планов эксперимента осуществлялась на ряде практических задач, решенных методами анализа перестановок, случайного поиска (перестановки строк матрицы планирования) [1].

Сравнение этих результатов представлено в табл.2.

Поиск оптимальных комбинаторных планов эксперимента ($k = 4$) методом, основанным на применении алгоритма случайного поиска (перестановки столбцов матрицы планирования), был реализован за 10,23 секунды. Полученные результаты можно сравнить с результатами, найденным на основе ранее разработанного метода перестановки строк матрицы планирования эксперимента, со временем счета 17 секунд. В результате сравнения быстродействия этих двух методов оптимизации можно сделать вывод, что алгоритм перестановки столбцов матрицы планирования имеет большее быстродействие по сравнению с алгоритмом перестановки строк матрицы планирования из-за меньшего числа преобразований для получения конечного варианта. Однако следует помнить, что при увеличении количества факторов быстродействие будет уменьшаться.

При исследовании весоизмерительной системы для дозирования сыпучих материалов ($k=3$) стоимость реализации составила 102 усл.ед. как в методе перестановок строк матрицы планирования эксперимента, так и в методе перестановок столбцов матрицы планирования. Однако в методе перестановок столбцов время счета программы меньше из-за меньшего числа преобразований, необходимых для получения результата (см. табл. 1).

В результате исследования комплекса технических систем с помощью метода перестановок строк матрицы планирования эксперимента получен план эксперимента, который имеет стоимость реализации 1284,65 усл.ед.(проанализировано 50000 вариантов). А стоимость реализации плана, полученного с помощью метода перестановок столбцов матрицы планирования, составляет 1289,3 усл.ед.(проанализировано 24 варианта).

При исследовании вихретоковых измерителей толщины диэлектрических покрытий на металлических поверхностях ($k=4$) методом, основанным на перестановке строк матрицы планирования, стоимость проведения эксперимента составляет 112,85 усл.ед.(проанализировано 593445 вариантов [1]). А стоимость реализации этого же плана, но методом перестановки столбцов составляет 114,25 усл.ед.(проанализировано 24 варианта).

Таким образом, при исследовании выбранных нами объектов можно сделать вывод, что метод случайного поиска (перестановки столбцов матрицы планирования) дает результаты, близкие к результатам, полученным методом случайного поиска (перестановки строк матрицы планирования), но за меньшее время ввиду меньшего числа необходимых преобразований.

Таблица 2

Сравнение результатов оптимизации планов экспериментов различными методами на ряде практических задач

Объект исследования	Начальный план	План максимальной стоимости	Случайный поиск (перестановка строк матрицы планирования)		Случайный поиск (перестановка столбцов матрицы планирования)	
			Стоимость проведения эксперимента	Выигрыш по сравнению с исходной матрицей	Стоимость проведения эксперимента	Выигрыш по сравнению с исходной матрицей
Исследование вихретоковых измерителей толщины покрытий (k=4)	204,5	255,3	112,85	1,81	114,25	1,79
Исследование устройства для контроля качества диэлектрических материалов (по энергопотреблению) (k=4)	30	89,8	30	1	30	1
Исследование устройства для контроля качества диэлектрических материалов (по точности) (k=4)	29,4	120,3	24,7	1,19	25,3	1,16
Весоизмерительная система (k=3)	164	278	102	1,61	102	1,61
Обслуживание комплекса технических систем (k=5(16 опытов))	1728,1	2068,38	1284,65	1,35	1289,3	1,34

5. Выводы. Разработаны метод и программное обеспечение, реализующие оптимизацию многофакторных планов экспериментов с применением метода случайного поиска (перестановки столбцов матрицы планирования эксперимента). Доказана работоспособность и эффективность метода при исследовании технологических процессов, приборов и систем.

Поиск оптимального или близкого к оптимальному плана, полученного этим методом, реализуется за существенно меньшее время счёта, чем при методе перестановки строк матрицы планирования. Применение метода перестановки столбцов матрицы планирования экспериментов даёт результаты, близкие к результатам, полученным методом перестановки строк матрицы планирования эксперимента.

Применение метода, основанного на использовании алгоритма перестановки столбцов матрицы планирования эксперимента, эффективно при количестве факторов $2 \leq k \leq 6$. Особенно этот алгоритм эффективен при небольшом количестве факторов, так как в этом случае он даёт оптимальный вариант при большом быстродействии.

Недостатком применения данного алгоритма есть то, что при одних и тех же данных результаты оптимизации могут быть разными. Это связано с тем, что в алгоритме используется случайная генерация склейки столбцов. Поэтому матрица может отличаться от матрицы, сгенерированной при первоначальной работе алгоритма, что напрямую повлияет на результат оптимизации.

Несмотря на недостатки данного алгоритма, его использование будет эффективным, так как при количестве факторов $k \leq 3$ результат будет оптимальным, а при большем количестве факторов программа выдаст результат, приближенный к оптимальному плану при большом быстродействии.

Список литературы

1. Кошевой, Н. Д. Оптимальное по стоимостным и временным затратам планирование эксперимента /Н.Д. Кошевой, Е.М. Костенко. – Полтава: издатель Шевченко Р.В., 2013. – 317 с.
2. Кошевой, Н. Д. Оптимальное планирование эксперимента на основе симплекс-метода /Н. Д. Кошевой, Е. А. Сухобрус// Математичне моделювання. – Дніпродзержинськ: Дніпродзержинський державний технічний університет, 2012. – Вип. 1 (26).-С. 27-30.
3. Кошевой, Н. Д. Оптимизация планов экспериментов с использованием алгоритма муравьиной системы /Н. Д. Кошевой, А. С. Чуйко// Метрологія та прилади, 2013. - №2 II (40). - С.135-137.
4. Кошевой, Н. Д. Оптимальное планирование эксперимента с использованием генетических алгоритмов /Н. Д. Кошевой, Е. А. Сухобрус// Математичне моделювання. – Дніпродзержинськ: Дніпродзержинський державний технічний університет, 2013. – Вип. 2(29). – С. 36-40.
5. Кошевой, Н. Д. Применение алгоритма имитации отжига для оптимизации многофакторных планов эксперимента /Н. Д. Кошевой, А. В. Бельмега,

3.Э. Чистикова//Системи обробки інформації.-Х: ХУПС ім. Кожедуба, 2015. – Вип. 6(131). – С. 103-106.

6. Кошевой, Н. Д. Применение жадного алгоритма для оптимизации многофакторных экспериментов /Н.Д. Кошевой, А.В. Бельмега// Збірник наукових праць Військового інституту Київського національного університету ім. Тараса Шевченка. – К.: ВІКНУ, 2014. – Вип. 47. – С. 29-37.

7. Оптимальне планування експерименту при дослідженні технологічних процесів, приладів і систем: навч. посіб. /М. Д. Кошовий, О. М. Костенко, О.В. Заболотний та ін. – Х.: Нац. аерокосм. ун-т «Харк. авіац. ін-т», 2009. – 161с.

Поступила в редакцію 20.11.2015

Застосування алгоритму випадкового пошуку для мінімізації вартості проведення багатфакторного експерименту

Розроблено метод і програму оптимізації багатфакторних планів експерименту за допомогою алгоритму випадкового пошуку. Показано їх ефективність порівняно з методом перестановки рядків матриці планування експерименту. Працездатність і ефективність підтверджуються збігом або наближенням оптимальних планів, отриманих цим методом і методом повного перебору рядків матриці планування експериментів.

Ключові слова: оптимальний план, оптимізація, планування експерименту, вартість, випадковий пошук.

Application of Random Search Algorithms to Minimize the Cost of a Multifactorial Experiment

The methods and program optimization multifactor experimental designs using random-search algorithm. The efficiency in comparison with the method of permutation of the rows of experimental design. Efficiency and effectiveness is confirmed by coincidence or approximation of an optimal plan obtained by this method and the brute force of the rows of the planning of experiments.

Keywords: optimal plan, optimization, experimental design, cost, random search.