

## **Синтез оптимальных по стоимостным или временным затратам планов дробного факторного эксперимента**

*Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ»*

Предложен метод синтеза оптимального по стоимостным и временным затратам плана дробного факторного эксперимента, позволяющий проводить поиск без полного перебора всех вариантов перестановок. Разработан каталог оптимальных полуреplik дробного факторного эксперимента для количества факторов  $k$  от 3 до 5. Проверка работоспособности разработанного метода осуществлена на примере исследования технологического процесса литья под давлением на термопластоавтоматах.

**Ключевые слова:** оптимальный план, дробный факторный эксперимент, стоимость, полуреплика.

### **1 Постановка задачи**

При проведении экспериментальных исследований в промышленности и науке важное значение приобретает повышение их эффективности. При этом естественно стремление экспериментаторов получать адекватные математические модели объектов исследования при минимальных временных и стоимостных затратах. Одним из путей решения этой задачи является проведение исследований по планам дробного факторного эксперимента (ДФЭ), число опытов в котором равняется  $2^{k-n}$ , где  $n$  – количество факторов, приравняваемых к взаимодействиям остальных факторов [1].

Изменение порядка проведения опытов плана эксперимента также существенно влияет на время и стоимость реализации эксперимента, так как переход от одного опыта к другому не равнозатратен. При увеличении общего количества факторов  $k$  усложняется задача поиска оптимального по стоимостным (или временным) затратам плана эксперимента.

### **2 Цель статьи**

Разработка метода синтеза оптимального плана дробного факторного эксперимента, позволяющего проводить поиск без полного перебора всех вариантов перестановок.

### **3 Анализ последних исследований и публикаций**

Известны примеры построения многофакторных планов эксперимента, которые основаны на использовании следующих методов оптимизации: анализ перестановок [2], случайный поиск [2,3], метод ветвей и границ [2], метод последовательного приближения [2], симплекс-метод [4], муравьиный алгоритм [5], генетические алгоритмы [6], метод отжига [7], жадный алгоритм [8], ближайшего соседа [9], табу-поиск [10].

Эффективность использования данных методов доказана [2–11] при исследовании технологических процессов, приборов и систем. Перечисленным методам присущи как достоинства, так и недостатки. Например, при большом количестве факторов для полного перебора всех строк матрицы планирования требуется

много времени. Другие методы не всегда гарантируют получение оптимального плана эксперимента, а результаты оптимизации являются приближенными.

В целях сокращения стоимостных и временных затрат целесообразно применять планы дробного факторного эксперимента, которые также требуют оптимизации по указанным критериям.

#### 4 Основные результаты исследования

Предлагается метод синтеза оптимального плана дробного факторного эксперимента, позволяющий проводить поиск без полного перебора всех вариантов перестановок. Суть предлагаемого метода заключается в том, что полный факторный эксперимент  $2^{k-n}$  представляется в виде кодовой маски, выполненной в виде кода Грея [12]. Остальные  $n$  факторов приравняются к взаимодействиям  $(k-n)$  факторов. Поиск оптимального плана ДФЭ с использованием предложенного метода осуществляется в следующем порядке.

4.1. Строится план полного факторного эксперимента, оптимальный по суммарному количеству переходов из уровней «-1» на «+1» и из «+1» на «-1» [12]. Например, для количества факторов  $k-n = 2$ , где  $k=3$ ,  $n=1$ , план показан на рис. 1.

$X_1$	$X_2$
-1	-1
+1	-1
+1	+1
-1	+1

Рис. 1. План ПФЭ для  $k-n = 2$

4.2. Значения уровней  $n$  факторов приравняются к значениям взаимодействий  $(k-n)$  факторов. Например, для данного примера получаем следующий план ДФЭ (рис. 2).

$X_1$	$X_2$	$X_3$
-1	-1	+1
+1	-1	-1
+1	+1	+1
-1	+1	-1

Рис. 2. План ДФЭ  $2^{3-1}$

4.3. Выбираются  $n$  столбцов для приравнивания  $n$  факторов, которые дают наименьшие суммарные количества переходов из уровней «-1» на «+1» и из «+1» на «-1». В нашем примере такой столбец один, следовательно, план, показанный на рис. 2, и является оптимальным (суммарное количество переходов  $N_{пер} = 6$ ).

Построения планов ДФЭ  $2^{k-1}$  для количества факторов 4 и 5 показаны на рис.3.

$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4=X_1X_2$	$X_4=X_1X_3$	$X_4=X_2X_3$	$X_4=X_1X_2X_3$
-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1
+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1
-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1
+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1
-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1

$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5=X_1X_2$	$X_5=X_1X_3$	$X_5=X_1X_4$	$X_5=X_2X_3$	$X_5=X_2X_4$	$X_5=X_3X_4$	$X_5=X_1X_2X_3$	$X_5=X_1X_2X_4$	$X_5=X_2X_3X_4$	$X_5=X_1X_3X_4$	$X_5=X_1X_2X_3X_4$
-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1
+1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	-1
+1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	-1	-1	+1	+1	+1
-1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1
-1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	-1	+1	+1
+1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	-1	-1
+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	+1
-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	+1	-1
-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	+1
+1	-1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	-1	+1	-1
+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
-1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	-1
-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	+1
+1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	-1
+1	-1	-1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1
-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1

Рис.3. Планы ДФЭ  $2^{k-1}$  для количества факторов 4 и 5

Суммарное количество переходов для рассмотренных планов приведено в табл. 1.

Таблица 1

Суммарное количество переходов  $N_{пер.}$  для разработанных планов ДФЭ  $2^{k-1}$

k=4	Взаимо-действия	$X_1X_2$	$X_1X_3$	$X_2X_3$	$X_1X_2X_3$								
	$N_{пер}$	13	12	10	13								
k=5	Взаимо-действия	$X_1X_2$	$X_1X_3$	$X_1X_4$	$X_2X_3$	$X_2X_4$	$X_3X_4$	$X_1X_2X_3$	$X_1X_2X_4$	$X_2X_3X_4$	$X_1X_3X_4$	$X_1X_2X_3X_4$	
	$N_{пер}$	27	25	24	21	20	18	28	28	22	26	30	

Таким образом, оптимальными по количеству переходов являются полуреплики:  $2^{4-1}$ , для которой  $X_4=X_2X_3$  ( $N_{\text{пер.мин}} = 10$ ), и  $2^{5-1}$ , для которой  $X_5 = X_3X_4$  ( $N_{\text{пер.мин}} = 18$ ).

4.4. Столбцы в полученных планах эксперимента располагают таким образом, чтобы порядок их следования по возрастанию числа изменений уровней факторов соответствовал порядку следования факторов по убыванию затрат при изменении уровней факторов.

Проверку работоспособности предложенного метода осуществляли на примере исследования технологического процесса литья под давлением на термопластоавтоматах [2, 11]. При этом стоимости изменений значений уровней факторов приведены в табл. 2.

Таблица 2

Стоимости изменений значений уровней факторов

Стоимости изменений значений уровней факторов, усл. ед.	Обозначение факторов			
	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$
из «-1» в «+1»	60,0	300,0	100,0	90,0
из «+1» в «-1»	36,0	240,0	0,0	180,0

В результате применения предложенного метода синтеза оптимальных по стоимости реализации планов ДФЭ получен план для количества факторов  $k=4$  (рис.4).

$X_1$	$X_4$	$X_2$	$X_3$
-1	-1	-1	+1
+1	-1	-1	+1
+1	+1	-1	-1
-1	+1	-1	-1
-1	+1	+1	+1
+1	+1	+1	+1
+1	-1	+1	-1
-1	-1	+1	-1

Рис. 4. Оптимальный план ДФЭ для исследования технологического процесса литья под давлением

Стоимость реализации этого плана составляет 862 усл. ед., в то время как в работах [2, 11] получен план со стоимостью 998 усл. ед.

### Выводы

Предложен метод синтеза оптимального по стоимостным (временным) затратам плана дробного факторного эксперимента, позволяющий проводить поиск плана без полного перебора вариантов перестановок. При составлении плана ДФЭ в качестве взаимодействий необходимо выбирать такие, которые имеют минимальное количество переходов уровней факторов, а в качестве фактора  $X_1$  – фактор, имеющий наименьшую стоимость (время) изменений значений уровней фактора. Последующие факторы следует выбирать с учетом возрастания этих стоимостей (времен).

### Список литературы

1. Адлер, Ю. П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий (программное введение в планирование эксперимента) / Ю. П. Адлер, Е. В. Маркова, Ю. В. Грановский. – М.: Наука, 1971. – 283 с.
2. Кошевой, Н. Д. Оптимальное по стоимостным и временным затратам планирование эксперимента / Н. Д. Кошевой, Е. М. Костенко. – Полтава: издатель Шевченко Р. В., 2013. – 317 с.
3. Кошевой, Н. Д. Применение алгоритма случайного поиска для минимизации стоимости проведения многофакторного эксперимента / Н. Д. Кошевой, А. А. Беляева // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии : Сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ин-та им. Н. Е. Жуковского (ХАИ). – Вып. 70. – Х., 2015. – С. 255-262.
4. Кошевой, Н. Д. Оптимальное планирование эксперимента на основе симплекс-метода / Н. Д. Кошевой, Е. А. Сухобрус // Математичне моделювання. – Дніпродзержинськ: Дніпродзерж. держ. техн. ун-т, 2012. – Вип. 1 (26). – С. 27-30.
5. Кошевой, Н. Д. Оптимизация планов экспериментов с использованием алгоритма муравьиной системы / Н. Д. Кошевой, А. С. Чуйко // Метрологія та прилади, 2013. – №2 II (40). – С. 135-137.
6. Кошевой, Н. Д. Оптимальное планирование эксперимента с использованием генетических алгоритмов / Н. Д. Кошевой, Е. А. Сухобрус // Математичне моделювання. – Дніпродзержинськ: Дніпродзерж. держ. техн. ун-т, 2013. – Вип. 2 (29). – С. 36-40.
7. Кошевой, Н. Д. Применение алгоритма имитации отжига для оптимизации многофакторных планов эксперимента / Н. Д. Кошевой, А. В. Бельмега, З. Э. Чистикова // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС ім. Кожедуба, 2015. – Вип. 6 (131). – С. 103-106.
8. Кошевой, Н. Д. Применение жадного алгоритма для оптимизации многофакторных экспериментов / Н. Д. Кошевой, А. В. Бельмега // Зб. наук. пр. Військ. ін-ту Київського нац. ун-ту ім. Тараса Шевченка. – К.: ВІКНУ, 2014. – Вип. 47. – С.29-37.
9. Кошевой, Н. Д. Оптимизация многофакторных планов эксперимента с применением алгоритма имитации отжига и ближайшего соседа / Н. Д. Кошевой, З. Э. Чистикова, А. В. Бельмега // East European Scientific Journal. – Warsaw, Poland, 2016. – Vol. 2 (6). – С. 115-118.
10. Кошевой, Н. Д. Применение алгоритма табу-поиска для минимизации стоимости проведения многофакторного эксперимента / Н.Д. Кошевой, А. А. Беляева // Зб. наук. пр. Військ. ін-ту Київськ. нац. ун-ту ім. Тараса Шевченка. – 2016. – № 52. – С. 116-122.
11. Optimum planning of experiment in manufacturing the electronic equipment / N. D. Koshevoy, E. M. Kostenko, V. A. Gordienko, V. P. Syroclin // Telecommunications and Radio Engineering. – 2011. – Vol. 70. – №8. – P. 731-734.
12. Кошевой, Н. Д. Синтез оптимальных по стоимостным или временным затратам планов полного факторного эксперимента / Н. Д. Кошевой, И. И. Кошевая, Л. Г. Раскин // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2016. – №2.

Поступила в редакцию 21.06.2016

## **Синтез оптимальних за вартісними або часовими витратами планів дробового факторного експерименту**

Запропоновано метод синтезу оптимального за вартісними і часовими витратами плану дробового факторного експерименту, який дозволяє проводити пошук без повного перебору всіх варіантів перестановок. Розроблений каталог оптимальних напівреплік дробового факторного експерименту для кількості факторів  $k$  від 3 до 5. Оцінку працездатності розробленого методу реалізовано на прикладі дослідження технологічного процесу лиття під тиском на термопластоавтоматах.

**Ключові слова:** оптимальний план, дробовий факторний експеримент, вартість, напіврепліка.

## **Synthesis of Optimal Plans of the Fractional Factorial Experiment in Cost or Time-Consuming**

The method of the synthesis of the optimal plan of the fractional factorial experiment in cost and timing was proposed. It allows to carry out searches without looking overall the permutations of options. The directory of optimum polureplik of the fractional factorial experiment was developed for factors from 3 to 5. Check of operability of the developed method was realized implement the example of studies of technological molding process under pressure with termoplastmachine.

**Keywords:** optimal plan, fractional factorial experiment, cost, polureplika.

### **Сведения об авторах:**

**Кошевой Николай Дмитриевич** – д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой авиационных приборов и измерений Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

**Заболотный Александр Витальевич** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры авиационных приборов и измерений Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

**Кошечкина Ирина Ивановна** – аспирант кафедры авиационных приборов и измерений Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.