Доцент Устиенко Л. В.

Акустическое поле при больших скоростях источника звука /к проблеме бесшумного самолета/.

1. Одним из рациональных методов изучения акустического поля для разрешения проблемы бесшумного самолета является применяемый метод с использованием функций Ламе, Матье и Матье-Ганкеля..

2. В случае одинаково-неоднородной среды акустические волны имеют форму сжатого эллипсоида вращения:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2 + z^2}{b^2} = 1$$

или форму вытянутого эллипсоида вращения

$$\frac{x^2}{d^2} + \frac{y^2 + z^2}{b^2} = 1,$$

где $b = C_0 t$, $a = b\sqrt{1 - \left|\frac{x}{x_0}\right|}$, $d = b\sqrt{1 + \left|\frac{x}{x_0}\right|}$; C_0 – постоянная скорость звука в горизонтальной плоскости, в которой находится неподвижный источник.

3. Точечный источник звука движется в однородной сжимаемой среде. Волновое поле сферических волн накладывается на поле скоростей /потенциала Φ/. Возмущение может быть найдено из уравнения для потенциала скоростей сжимаемой жидкости Φ, которое записывается так:

$$\nabla^2 \Phi - \frac{1}{C_0^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 4\pi q,$$

где возмущение q в точке (x', y', z') вызванное источником, находящимся в точке (x, y, z) в момент t, может быть выражено так:

$$q(x', y', z', t) = A \cdot e^{i\omega t}\delta(x - v_0 t)\delta(y)\delta(z)$$

причем, входящие сюда величины имеют такие значения:

δ - функции Дирака, порядок величины A равен $\pi a^2 v$, где a - размеры источника v скорость смещений поверхности.

Потенциал Φ тогда определится так:

$$\Phi(x, y, z, t) = \frac{A}{\sqrt{x^2 + (1-\beta^2)(y^2+z^2)}} e^{i\omega\left(t - \frac{\sqrt{x^2 - (1-\beta^2)(y^2+z^2)}}{c_0}\right)}$$

Отсюда легко находим, что при $\beta = \frac{v_0}{c_0} < 0$ волновые поверхности имеют форму эллипсоидов вращения, а при $\beta = \frac{v_0}{c_0} > 1$ волновые поверхности имеют форму гиперболоидов вращения. Здесь v_0 означает скорость источника. В последнем случае $(v_0 > c_0)$ частота акустических волн определяется формулой:

$$\gamma = \frac{\gamma_0}{\beta - 1} \cdot \frac{a\sqrt{x^2 - a^2}}{x tq^2 \delta\left(\sqrt{v_0^2 t^2 - (n-1)^2 a^2} - \sqrt{v_0^2 t^2 - n^2 a^2}\right)}$$

где γ_0 - собственная частота источника, δ - угол Маха.

4. Чтобы применить волновое уравнение в виде формулы Гельмгольца $\nabla^2\Phi + k^2\Phi = 0$; к эллипсоидальным и гиперболоидальным волнам, преобразуем его к эллиптическим координатам.

Таким путем получается уравнение и функции Ляме. Рассматривая плоские волны, получаем уравнение и функции Матье. Наконец, рассмотрение цилиндрических волн с эллиптическим или гиперболическим сечением приводит к рассмотрению функций Матье-Ганкеля.

5. Для сплюснутого эллипсоида вращения имеем формулу:

$$\Phi=\sum^{\infty} A_{2n+1}\cdot R_{2n+1}(\xi) M_{2n+1}(\mu);$$

где R и M - функции Ляме A_{2n+1} - коэфициент определяемый из условия, что на поверхности эллипсоида.

$$\frac{\partial\Phi}{\partial n}=v=Const.$$

Для гиперболоидальных волн получаем:

$$\Phi=\sum A_n \cdot M_n(\mu)\cdot R_n^{(3)}(\xi),$$

где M и R - функции Ляме, A_n коэфициент определяемый из условия:

$\frac{\partial\Phi}{\partial n}=v$ на поверхности гиперболоида,

$\frac{\partial\Phi}{\partial n}=0$ на поверхности асимптотического конуса.

Для плоской эллиптической волны имеем:

$$\Phi=\sum_{n=0,1,2\ldots}^{\infty} A_{2n+1}\, Se_{2n+1}^{(3)}(\xi)\cdot Se_{2n+1}(\eta)$$

где Se - функции Матье Se присоединение функции Матье.

Коэфициент A_{2n+1} определяется из условия $\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0$ в точках эллипса.

Для плоской гиперболической волны имеем:

$$\Phi = \Sigma A_{2n} Ce_{2n}^{(3)}(\xi) ce_{2n}(\eta)$$

где ce и Ce функции Матье второго ряда A_{2n} определяется из условия.

$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0$ в точках гиперболы,

$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0$ на сторонах ассимптотического угла б Маха, определяемого из:

$$tg\,б = \pm \frac{1}{\sqrt{\beta^2 - 1}}$$

Комбинируя функции Матье с функциями Ганкеля, получаем функции Матье-Ганкеля, с помощью которых решается задача о цилиндрических волнах.

Развиваемый здесь метод в связи с теорией пограничного слоя самолета даст возможность построить теорию бесшумного самолета, в поле которого должно происходить гашение волн, возникших в одних частях, волнами, идущими от других частей.