

С. В. ЄПІФАНОВ, О. В. БОНДАРЕНКО

Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського  
«Харківський авіаційний інститут», Харків, Україна

## ФОРМУВАННЯ ДИНАМІЧНИХ МОДЕЛЕЙ ГАЗОТУРБІННИХ ДВИГУНІВ ДЛЯ ВИКОРИСТАННЯ В СИСТЕМАХ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ ТА КОНТРОЛЮ

**Предметом** дослідження є процес формування математичної моделі (ММ) авіаційного газотурбінного двигуна, що забезпечує розрахунок параметрів робочого процесу на сталих і перехідних робочих режимах для застосування при оцінюванні динамічних характеристик, при аналізі та синтезі систем автоматичного керування двигуном та літальним апаратом, у складі авіаційних тренажерів та в бортових алгоритмах керування та діагностування. **Метою** є обґрунтування структури та методики формування ММ, призначеної для застосування в системах реального та прискореного масштабу часу. **Завдання:** формулювання вимог до ММ, обґрунтування взаємодії між статичною та динамічною підмоделями, обґрунтування складу аргументів та способу врахування впливу зовнішніх умов, а також положення елементів механізації проточної частини. Для цього використовуються методи теорії повітряно-реактивних двигунів. Отримано такі **результати:** сформульовано вимоги до ММ авіаційних газотурбінних двигунів, призначених для вирішення завдань керування двигуном та літальним апаратом, обґрунтовано структурні форми ММ, що забезпечують високу точність моделювання за мінімальної складності та можливості реалізації в реальному часі. **Наукова та практична новизна** отриманих результатів полягає в наступному: узагальнено вимоги до динамічних ММ авіаційних двигунів, проаналізовано проблеми структурної реалізації та сполучення статичної та динамічної підмоделей, раціонального вибору їх вхідних параметрів та врахування впливу зовнішніх умов на статичні та динамічні характеристики, виконано програмну реалізацію ММ у середовищі Matlab Simulink двовального турбореактивного двоконтурного двигуна та порівняні результати моделювання, отриманих за допомогою розробленої спрощеної ММ та вихідної нелінійної термогазодинамічної моделі, заснованої на вирішенні рівнянь спільної роботи вузлів. Показано, що у робочому діапазоні режимів похибка ММ не перевищує 5 %, а динамічні похибки за частотами обертання роторів менше 4 %, тиску за компресором і температури газу – менше 7 %, або тяги – менше 10 %. Похибки оцінки тривалості прийомистості та скидання режиму перебувають у межах 0.2...0.6 с.

**Ключові слова:** турбореактивний двоконтурний двигун; динамічна математична модель; автоматичне керування; статична й динамічна похибки.

### Вступ

Процеси проектування, доведення та експлуатації систем автоматичного керування (САК) та діагностування авіаційних двигунів засновані на використанні математичних моделей (ММ) [1]. Двигун є складним технічним об'єктом, що складається з багатьох вузлів, спільна робота яких забезпечує робочий процес та визначає параметри робочого процесу (частоти обертання роторів, температуру та тиск у різних перерізах проточної частини, витрату палива й повітря, тягу, потужність та ін.), частина з яких вимірюється та використовується для керування.

Використовувані ММ можна поділити на два класи: статичні й динамічні. Статичні моделі забезпечують визначення параметрів робочого процесу на ustalених режимах роботи двигуна. Основною статичною моделлю є нелінійна повузлова ММ, що базується на розв'язанні рівнянь робочого процесу.

Вони використовуються для вирішення наступних основних завдань:

- термогазодинамічні розрахунки під час проектування двигуна;
- визначення дросельних, висотних, швидкісних та кліматичних характеристик двигуна;
- розрахунок значень параметрів у справному (нормальному) стані при діагностуванні двигуна;
- визначення впливу різних факторів (змін характеристик вузлів, геометричних параметрів, відборів повітря та потужності, витоків та інших несправностей проточної частини) на параметри робочого процесу двигуна;
- розпізнавання стану проточної частини при діагностуванні.

Динамічні моделі забезпечують визначення параметрів робочого процесу в перехідних режимах, обумовлених зміною зовнішніх та керуючих впливів,

а також інших факторів. Областями застосування динамічних моделей є:

- визначення характеристик прискорення та заповільнення при проектуванні двигуна [1];
- імітація динамічних властивостей двигуна при аналізі систем автоматичного керування [2];
- алгоритми керування двигуном [3, 4];
- алгоритми визначення невимірюваних параметрів двигунів для керування та контролю технічного стану, а також моніторингу ресурсу [5, 6];
- моделювання параметрів двигуна у складі напіватурних стендів та тренажерних комплексів [7].

У цій статті сформульовано вимоги до відповідних динамічних моделей ГТД, запропоновано структуру ММ, яка задовольняє ці вимоги, та розглянуто практичну реалізацію моделі двоконтурного турбореактивного двигуна зі змішуванням потоків.

## 1. Вимоги до динамічних моделей двигунів

Багато з перелічених областей вимагають застосування динамічних моделей у реальному часі. Це зумовлює такі вимоги до відповідних динамічних моделей:

1. Вхідними параметрами повинні бути керуючі впливи на двигун (витрата основного та форсажного палива, площа критичного перерізу реактивного сопла, положення регульованих направляючих апаратів та клапанів перепускання повітря та ін.), відбори повітря та потужності, параметри атмосферного повітря, швидкість польоту та інші параметри, що впливають.

2. Вихідними параметрами мають бути:

– регульовані та вимірювані параметри двигуна, що обмежуються (частоти обертання роторів, температура газу на виході з турбіни або між її каскадами, тиск на виході з компресора і вентилятора, температура на вході до компресора високого тиску, тиск на виході з турбіни, крутильний момент у випадку турбовального або турбогвинтового двигуна);

– тяга (для турбореактивних двигунів), потужність (для турбовальних двигунів) або еквівалентна потужність (для турбогвинтових двигунів);

– обмежені параметри, що не вимірюються (температура газу перед турбіною, коефіцієнти надлишку повітря в основній і форсажній камерах згоряння, запаси стійкості каскадів компресора).

3. ММ повинна забезпечувати статичну точність, рівень якої визначається сферою застосування ММ. Так, наприклад, при використанні ММ в алгоритмах керування похибка моделювання повинна бути істотно меншою за необхідну похибку керування на сталих режимах. При використанні ММ для

розрахунку невимірюваних параметрів складова похибки визначення невимірюваного параметра на сталих режимах, обумовлена похибкою моделі, повинна бути істотно меншою за допустиму похибку визначення цього параметра.

4. ММ повинна забезпечувати динамічну точність, рівень якої визначається сферою застосування ММ. Так, наприклад, при використанні ММ в алгоритмах керування динамічна похибка моделювання повинна бути суттєво меншою за необхідну похибку керування на перехідних режимах. При використанні ММ для розрахунку параметрів, що не вимірюються, складова похибки визначення невимірюваного параметра на перехідних режимах, обумовлена похибкою моделі, повинна бути істотно меншою за допустиму динамічну похибку визначення цього параметра.

5. ММ повинна мати просту структуру, що забезпечує можливість її використання в системах реального часу, в тому числі й у бортових системах.

6. ММ повинна мати супроводжуючі програмно-методичні засоби, що забезпечують її зв'язок і вихідною нелінійною повузловою моделлю й дозволяють коригувати параметри динамічної ММ при зміні вихідної ММ. Це особливо важливо тому, що при супроводі розробки, випробувань та експлуатації двигуна його розробник використовує саме нелінійну повузлову ММ і змінює її відповідно до змін, що вносяться в двигун.

7. ММ повинна мати здатність до адаптації, тобто зміни (налаштування) її параметрів за зміни режиму роботи двигуна, зовнішніх умов, технічного стану й інших факторів.

8. Програмна реалізація ММ для імітації двигуна має виконуватися за допомогою універсальних програмних засобів, що використовуються в галузі.

9. Програмна реалізація ММ для бортового застосування у складі алгоритмів керування та діагностування повинна мати захист від некоректного функціонування, яке може бути обумовлене введенням некоректних вхідних параметрів.

## 2. Загальна структура моделі

Розвиток обчислювальних засобів формує можливість для використання нелінійних динамічних повузлових ММ, заснованих на вирішенні рівнянь спільної роботи вузлів, які можуть забезпечити найкращу точність в широкому діапазоні умов застосування двигуна. Однак перераховані вище вимоги 5 і 9 простіше задовольнити, використовуючи ММ у формі комбінації нелінійної статичної моделі, що апроксимує статичні характеристики двигуна, та динамічної моделі, яка описує відхилення параметрів від статичних значень. Динамічна модель є лінійною за

структурою й представлена як система рівнянь у просторі станів. Але коефіцієнти цієї моделі залежать від параметрів, що визначають умови роботи двигуна, саме це й обумовлює нелінійність цієї моделі. Такі моделі широко застосовують у практиці моделювання двигунів [1, 2, 8].

Таким чином, параметри двигуна  $\vec{Z}$  представляються у вигляді суми статичної  $\vec{Z}_{\text{ст}}$  і динамічної  $\Delta\vec{Z}$  складових:

$$\vec{Z} = \vec{Z}_{\text{ст}} + \Delta\vec{Z}. \quad (1)$$

Статична складова моделюється як

$$\vec{Z}_{\text{ст}} = F(\vec{U}), \quad (2)$$

де  $\vec{U}$  – вектор вхідних параметрів, до яких відносяться керувальні та збурювальні впливи, а також умови польоту.

Динамічна складова подається у вигляді комбінації параметрів стану  $\Delta\vec{X}$  та додаткових параметрів

$$\Delta\vec{Y}: \Delta\vec{Z} = \begin{bmatrix} \Delta\vec{X} \\ \Delta\vec{Y} \end{bmatrix} \text{ і є розв'язком системи рівнянь}$$

$$\begin{aligned} \dot{\Delta\vec{X}} &= A\Delta\vec{X} + B\Delta\vec{U}; \\ \Delta\vec{Y} &= C\Delta\vec{X} + D\Delta\vec{U}, \end{aligned} \quad (3)$$

де  $A, B, C, D$  – матриці залежні від режиму роботи двигуна і зовнішніх умов.

Загальна структура ММ, що відповідає виразам (1)-(3), представлена на рис. 1, де  $\vec{X}_0$  – вектор початкових умов для розв'язку диференціальних рівнянь моделі (3).

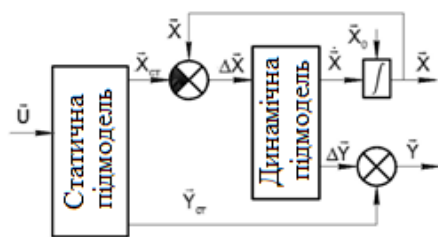


Рис. 1. Загальна структура ММ двигуна

При деталізації цієї моделі виникає безліч варіантів, тому вибір раціонального варіанта є складним завданням, розв'язання якого представлено нижче для найпоширенішого типу газотурбінних двигунів – турбореактивного двоконтурного (ТРДД).

### 3. Модель двовального ТРДД

Розглянемо двигун, схема та параметри якого представлені на рис. 2. Таким чином, вектори вхідних та вихідних параметрів мають вигляд

$$\vec{U} = \begin{bmatrix} G_{\text{п}} & \varphi_{\text{РНА}} & i_{\text{КПП}} & p_{\text{вх}}^* & T_{\text{вх}}^* & M_{\text{п}} \end{bmatrix}^T; \quad \vec{Z} = \begin{bmatrix} n_{\text{нд}} & n_{\text{вд}} & p_{\text{к}}^* & T_{\text{т}}^* & P \end{bmatrix}^T,$$

де  $G_{\text{п}}$  – витрата палива;  $\varphi_{\text{РНА}}$  – кутове положення регульованого направляючого апарата компресора високого тиску (КВТ);  $i_{\text{КПП}}$  – положення клапана перепуску повітря КВТ;  $p_{\text{вх}}^*, T_{\text{вх}}^*$  – тиск та температура гальмування на вході у двигун;  $M_{\text{п}}$  – число Маха польоту;  $n_{\text{нд}}, n_{\text{вд}}$  – частоти обертання роторів низького та високого тиску;  $p_{\text{к}}^*$  – тиск на виході з компресора;  $T_{\text{т}}^*$  – температура на виході з турбіни;  $P$  – тяга.

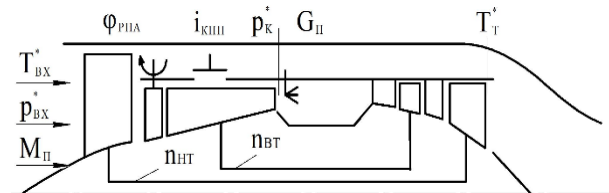


Рис. 1. Схема двовального ТРДД зі змішуванням потоків

#### 3.1. Статична підмодель

При реалізації статичної моделі необхідно розглянути можливість зменшення складності ММ, а також забезпечення точності та інших перерахованих вище вимог. Для цього необхідно проаналізувати склад аргументів та раціонально врахувати їх вплив на характеристики двигуна, а також вибрати структуру та параметри залежностей, на яких заснована ММ.

Перш за все, необхідно врахувати, що в двигуні, який розглядається, клапани перепуску повітря КВТ можуть займати тільки два положення – відкрите і закрите. Тому, якщо немає необхідності в детальному й точному моделюванні зміни параметрів двигуна при відкритті та закритті клапанів, можна вважати, що час зміни положення клапанів дуже малий порівняно з часом перехідних процесів, обумовлених інерцією роторів. Тоді статична й динамічна моделі двигуна представляються як дві підмоделі – одна для відкритого стану КПП, інша – для закритого.

Аналогічне рішення можна ухвалити, розглянувши вплив положення РНА. Зазвичай програма регулювання РНА формується з використанням зведеної частоти обертання ротора як аргумента. При низьких значеннях зведеної частоти РНА не змінюється й має

максимальне значення; при високих значеннях зведеної частоти РНА також не змінюється й має мінімальне значення, а в області помірних частот обертання РНА плавно змінюється в залежності від зведеної частоти обертання. Проблема формування ММ із урахуванням положення РНА як незалежного параметра, що безперервно змінюється, ускладнюється тим, що характеристика КВТ зазвичай відома тільки при номінальній програмі регулювання РНА, а також, у кращому випадку, при невеликих відхиленнях від цієї програми. Для вирішення цієї проблеми запропоновано сформулювати статичну ММ при номінальній програмі регулювання РНА, а як аргумент динамічної моделі використовувати відхилення від номінальної програми РНА. Тоді статична й динамічна підмоделі подаються у вигляді трьох локальних моделей, що відповідають максимальному фіксованому положенню РНА (низькі режими), регульованому положенню РНА (робочі режими) та мінімальному фіксованому положенню РНА (високі режими).

Отже, положення РНА й КПП не є аргументами залежностей, на яких ґрунтуються статична й динамічна підмоделі – вони лише використовуються для визначення області режимів роботи двигуна, для котрих слід обрати локальну модель. Загалом, необхідно шість таких локальних моделей, проте для конкретних програм регулювання КПП та РНА кількість реальних областей може бути меншою. Так, наприклад, для двигуна, що розглядається, було можливим виключити з розгляду області з відкритими КПП і мінімальним фіксованим положенням РНА.

Наступним завданням формування статичної моделі є вибір параметрів, що визначають режим роботи двигуна. У прикладі такий параметр один, і у вихідному варіанті моделі це параметр керування – витрата палива. Однак відомо, що характеристики двигуна є оборотними – в даному випадку будь-який параметр робочого процесу може бути використаний як аргумент, і тоді решта параметрів (у тому числі витрата палива) є вихідними. При цьому може виникнути проблема, обумовлена тим, що розрахована витрата палива може виявитися відмінною від витрати, заданої системою керування. Проте аналіз рис. 1 показує, що цю проблему можна вирішити, розраховуючи відхилення витрати палива так, як на рис. 1 показано для параметрів стану  $\bar{X}$ , і задавати це відхилення витрати палива як вхідний параметр динамічної моделі. Отримавши свободу вибору параметра-аргументу статичної моделі, що визначає режим роботи двигуна, ми обрали як аргумент параметр, що забезпечує найкращу точність ММ у разі її визначення чи уточнення експериментальної інформації –  $n_{VT}$ .

Ще одне завдання, яке необхідно вирішити – це врахування впливу показаних на рис. 2 параметрів

зовнішніх умов  $p_{BX}^*$ ,  $T_{BX}^*$ ,  $M_{II}$ . З теорії двигунів відомо, що число Маха може самостійно впливати на параметри двигуна, тому його необхідно враховувати як аргумент статичної характеристики. Однак для двигуна, який використовується в дозвукових умовах польоту, а також при малих надзвукових швидкостях, для вирішення багатьох завдань достатньо враховувати лише тиск і температуру гальмування. У цьому випадку швидкість польоту враховується опосередковано – у вигляді динамічних складових тиску та температури на вході.

Вплив температури та тиску на вході в двигун на статичні характеристики можна врахувати, використовуючи формули зведення. Для аналізованих параметрів ТРДД вони мають такий вигляд:

$$K_T = \frac{T_0}{T_{BX}^*}; K_P = \frac{P_0}{P_{BX}^*}; n_{зв} = n \cdot \sqrt{K_T}; P_{K_{зв}}^* = P_K^* \cdot K_P; \quad (4)$$

$$T_{T_{зв}}^* = T_T^* \cdot K_T; P_{зв} = P \cdot K_P; G_{II_{зв}} = G_{II} \cdot K_P \cdot \sqrt{K_T},$$

де  $p_0=101322$  Па,  $T_0=288.16$  К – параметри стандартних атмосферних умов.

Формули зведення використовуються в такий спосіб. Вхідний параметр, що визначає режим роботи двигуна (витрата палива), зводиться до стандартних умов і надходить на вхід до моделі. Алгоритм, що реалізує статичну ММ, оперує лише зі зведеними параметрами. Тому, щоб отримати на виході з моделі фізичні значення параметрів, виконується зворотне перетворення (розведення).

Структуру статичної підмоделі представлено на рис. 3.

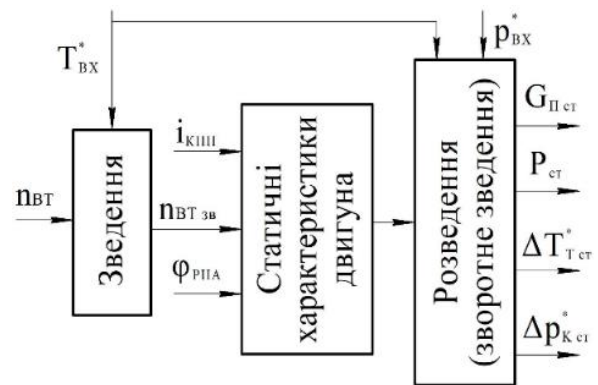


Рис. 3. Структура статичної підмоделі

### 3.2. Динамічна підмодель

Особливістю формування динамічної моделі у складі структури, показаної на рис. 1 із урахуванням вибору частоти обертання ротора VT як аргументу статичної ММ є те, що відхилення цього параметра

від статичного значення дорівнює нулю на всіх режимах роботи двигуна. Це спрощує динамічну ММ.

Розглянемо врахування впливу зовнішніх умов у динамічній ММ. Характерний темп зміни висоти та швидкості польоту не перевищує темпу зміни частот обертання роторів та інших параметрів робочого процесу. Тому немає потреби враховувати зовнішні умови у вигляді окремих вхідних параметрів динамічної моделі. Проте необхідно врахувати їх вплив на коефіцієнти лінійної динамічної моделі – елементи матриць А, В, С, D. Як і у разі статичної моделі, це можна зробити з використанням формул зведення. Запишемо систему рівнянь (3) поелементно:

$$\begin{aligned} \dot{n}_{HT\ 3B} &= a_{11}\Delta n_{HT\ 3B} \frac{P_0}{P_{BX}} \sqrt{\frac{T_{BX}^*}{T_0}} + a_{12}\Delta n_{BT\ 3B} \frac{P_0}{P_{BX}} \sqrt{\frac{T_{BX}^*}{T_0}} + b_{11}\Delta G_{II\ 3B} \sqrt{\frac{T_{BX}^*}{T_0}} + b_{12}\Delta\varphi_{PFA} \frac{P_0}{P_{BX}}; \\ \dot{n}_{BT\ 3B} &= a_{21}\Delta n_{HT\ 3B} \frac{P_0}{P_{BX}} \sqrt{\frac{T_{BX}^*}{T_0}} + a_{22}\Delta n_{BT\ 3B} \frac{P_0}{P_{BX}} \sqrt{\frac{T_{BX}^*}{T_0}} + b_{21}\Delta G_{II\ 3B} \sqrt{\frac{T_{BX}^*}{T_0}} + b_{22}\Delta\varphi_{PFA} \frac{P_0}{P_{BX}}; \\ \Delta p_{K\ 3B}^* &= c_{11}\Delta n_{HT\ 3B} \frac{P_0}{P_{BX}} \sqrt{\frac{T_{BX}^*}{T_0}} + c_{12}\Delta n_{BT\ 3B} \frac{P_0}{P_{BX}} \sqrt{\frac{T_{BX}^*}{T_0}} + d_{11}\Delta G_{II\ 3B} \sqrt{\frac{T_{BX}^*}{T_0}} + d_{12}\Delta\varphi_{PFA} \frac{P_0}{P_{BX}}; \\ \Delta T_{T\ 3B}^* &= c_{21}\Delta n_{HT\ 3B} \sqrt{\frac{T_0}{T_{BX}^*}} + c_{22}\Delta n_{BT\ 3B} \sqrt{\frac{T_0}{T_{BX}^*}} + d_{21}\Delta G_{II\ 3B} \frac{P_{BX}}{P_0} \sqrt{\frac{T_0}{T_{BX}^*}} + d_{22}\Delta\varphi_{PFA} \frac{T_0}{T_{BX}^*}; \\ \Delta P_{3B} &= c_{31}\Delta n_{HT\ 3B} \frac{P_0}{P_{BX}} \sqrt{\frac{T_{BX}^*}{T_0}} + c_{32}\Delta n_{BT\ 3B} \frac{P_0}{P_{BX}} \sqrt{\frac{T_{BX}^*}{T_0}} + d_{31}\Delta G_{II\ 3B} \frac{P_0}{P_{BX}} \sqrt{\frac{T_{BX}^*}{T_0}} + d_{32}\Delta\varphi_{PFA} \frac{P_0}{P_{BX}} \end{aligned} \quad (6)$$

звідки випливають вирази для зведення коефіцієнтів лінійної динамічної моделі до стандартних атмосферних умов:

$$\begin{aligned} a_{ij\ 3B} &= a_{ij} \frac{K_P}{K_T}; & b_{11\ 3B} &= \frac{b_{11}}{K_T}; & b_{12\ 3B} &= b_{12} \cdot K_P; \\ b_{21\ 3B} &= \frac{b_{21}}{K_T}; & b_{22\ 3B} &= b_{22} \cdot K_P; & c_{11\ 3B} &= c_{11} \frac{K_P}{K_T}; \\ c_{12\ 3B} &= c_{12} \frac{K_P}{K_T}; & d_{11\ 3B} &= \frac{d_{11}}{K_T}; & d_{12\ 3B} &= d_{12} \cdot K_P; \\ c_{21\ 3B} &= c_{21} \cdot K_T; & c_{22\ 3B} &= c_{22} \cdot K_T; & d_{21\ 3B} &= d_{21} \frac{K_T}{K_P}; \\ d_{22\ 3B} &= d_{22} \cdot K_T; & c_{31\ 3B} &= c_{31} \frac{K_P}{K_T}; & c_{32\ 3B} &= c_{32} \frac{K_P}{K_T}; \\ d_{31\ 3B} &= d_{31} \frac{K_P}{K_T}; & d_{32\ 3B} &= d_{32} \cdot K_P. \end{aligned}$$

Структуру динамічної підмоделі представлено на рис. 4.

$$\begin{aligned} \dot{n}_{HT} &= a_{11}\Delta n_{HT} + a_{12}\Delta n_{BT} + b_{11}\Delta G_{II} + b_{12}\Delta\varphi_{PFA}; \\ \dot{n}_{BT} &= a_{21}\Delta n_{HT} + a_{22}\Delta n_{BT} + b_{21}\Delta G_{II} + b_{22}\Delta\varphi_{PFA}; \\ \Delta p_K^* &= c_{11}\Delta n_{HT} + c_{12}\Delta n_{BT} + d_{11}\Delta G_{II} + d_{12}\Delta\varphi_{PFA}; \\ \Delta T_T^* &= c_{21}\Delta n_{HT} + c_{22}\Delta n_{BT} + d_{21}\Delta G_{II} + d_{22}\Delta\varphi_{PFA}; \\ \Delta P &= c_{31}\Delta n_{HT} + c_{32}\Delta n_{BT} + d_{31}\Delta G_{II} + d_{32}\Delta\varphi_{PFA} \end{aligned} \quad (5)$$

і, доповнивши вирази (4) формулою зведення прискорення ротора  $\dot{n}_{3B} = \dot{n} \cdot K_P$ , перетворюємо кожне рівняння так, щоб замість фізичних значень параметрів робочого процесу отримати зведені значення (4):

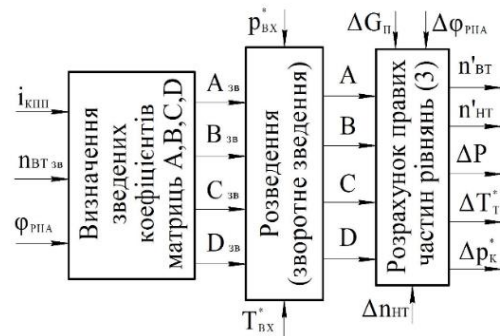


Рис. 4. Структура динамічної підмоделі

### 3.3. Організація взаємодії підмоделей та програмна реалізація

Детальну структуру ММ двигуна, складеної з урахуванням наведених вище особливостей і що показує взаємодію статичної та динамічної моделей, показано на рис. 5.

Блок початкових умов забезпечує початок процесу моделювання з будь-якого режиму, заданого початковими значеннями витрати палива, а також поло-

ження РНА і КПП. Надалі поточні значення визначаються алгоритмами, які перебувають поза ММ двигуна, і надходять на вхід у статичну й динамічну підмоделі, де вони використовуються лише для вибору поточного діапазону режимів, в якому необхідно визначити коефіцієнти моделі.

Відповідно до перелічених вище вимог до програмної реалізації, в якості платформи для програмної реалізації моделі було обрано середовище Matlab Simulink, яке широко використовується в галузі дослідження ГТД та їх систем автоматичного керування [5, 10]. Загальний вигляд інтерфейсу моделі показано на рис. 6.

#### 4. Верифікація моделі ТРДД

Перевірку працездатності моделі та оцінку її точності виконано в два етапи. На першому етапі виконано порівняння результатів моделювання перехідного процесу по витраті палива, отриманого за допомогою представленої моделі, з результатами моделювання з використанням вихідної нелінійної повузлової моделі. На другому етапі виконано порівняння з результатами стендових випробувань двигуна в повному діапазоні режимів роботи.

На рис. 7 представлено дані, отримані на першому етапі. Використано нормовані значення параметрів:  $\bar{Y} = \frac{Y}{Y_0}$ , де  $Y$  – фізичне значення,  $Y_0$  – значення параметра, прийняте як базове. Пунктирна лінія відповідає нелінійній ММ, суцільна лінія – швидкодійній ММ.

Показані на рис. 7,  $e$  значення запасу стійкості вентилятора моделювалися відповідно до представленої вище методики як одна з компонент вектору  $\bar{Y}$ . Представлені результати показують, що результати моделювання практично співпадають, що свідчить про високий ступінь відповідності запропонованої швидкодійної моделі й базової нелінійної повузлової моделі двигуна.

Для перевірки розробленої ММ на реальній інформації використано результати стендових випробувань двигуна. При цьому на вхід до моделі подавалися значення витрати палива, а також положення РНА й КПП, зареєстровані під час випробувань. На рис. 8 показано зміну витрати палива й частоти обертання ротора високого тиску). Суцільна лінія відповідає результатам випробувань, а пунктирна – результатам моделювання.

Рис. 8 дає лише загальне уявлення про зміну параметрів. Для більш детального розгляду на рис. 9 представлено значення відносних нормованих похибок  $\delta\bar{Y}$ , які визначено наступним чином:

$$\delta\bar{Y} = \frac{Y_{\text{мод}} - Y_{\text{вим}}}{Y_0},$$

де  $Y_{\text{мод}}$  – значення, отримане в результаті моделювання;

$Y_{\text{вим}}$  – значення, отримане під час випробувань;

$Y_0$  – значення, прийняте як базове.

Аналіз зміни похибок моделювання у випробувальному циклі показує, що значний рівень відмінностей між модельною й реальною інформацією зумовлено похибками моделювання на усталених

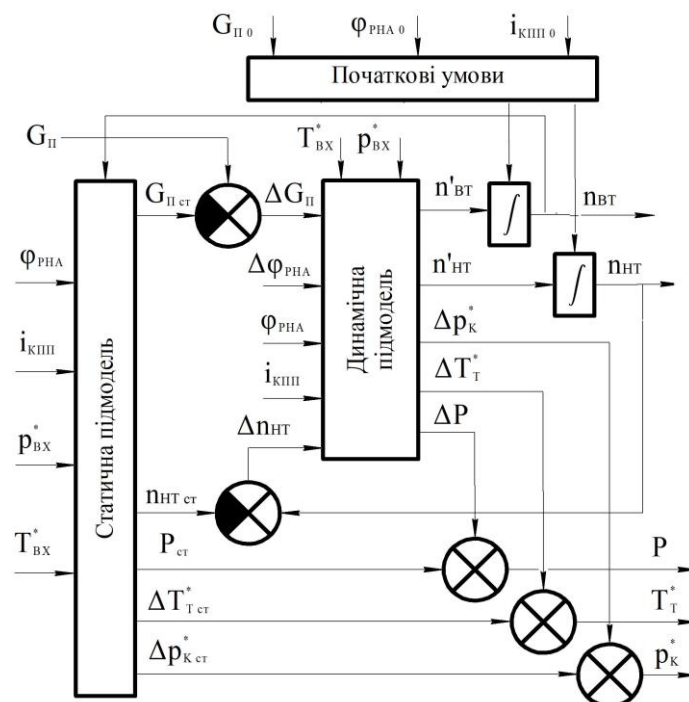


Рис. 5. Деталізована структура ММ двигуна

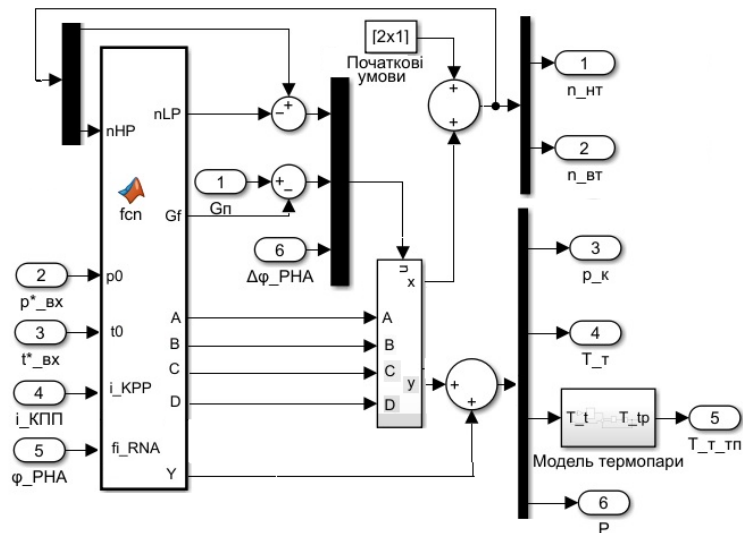


Рис. 6. Вигляд інтерфейсу моделі, реалізованої в Matlab Simulink

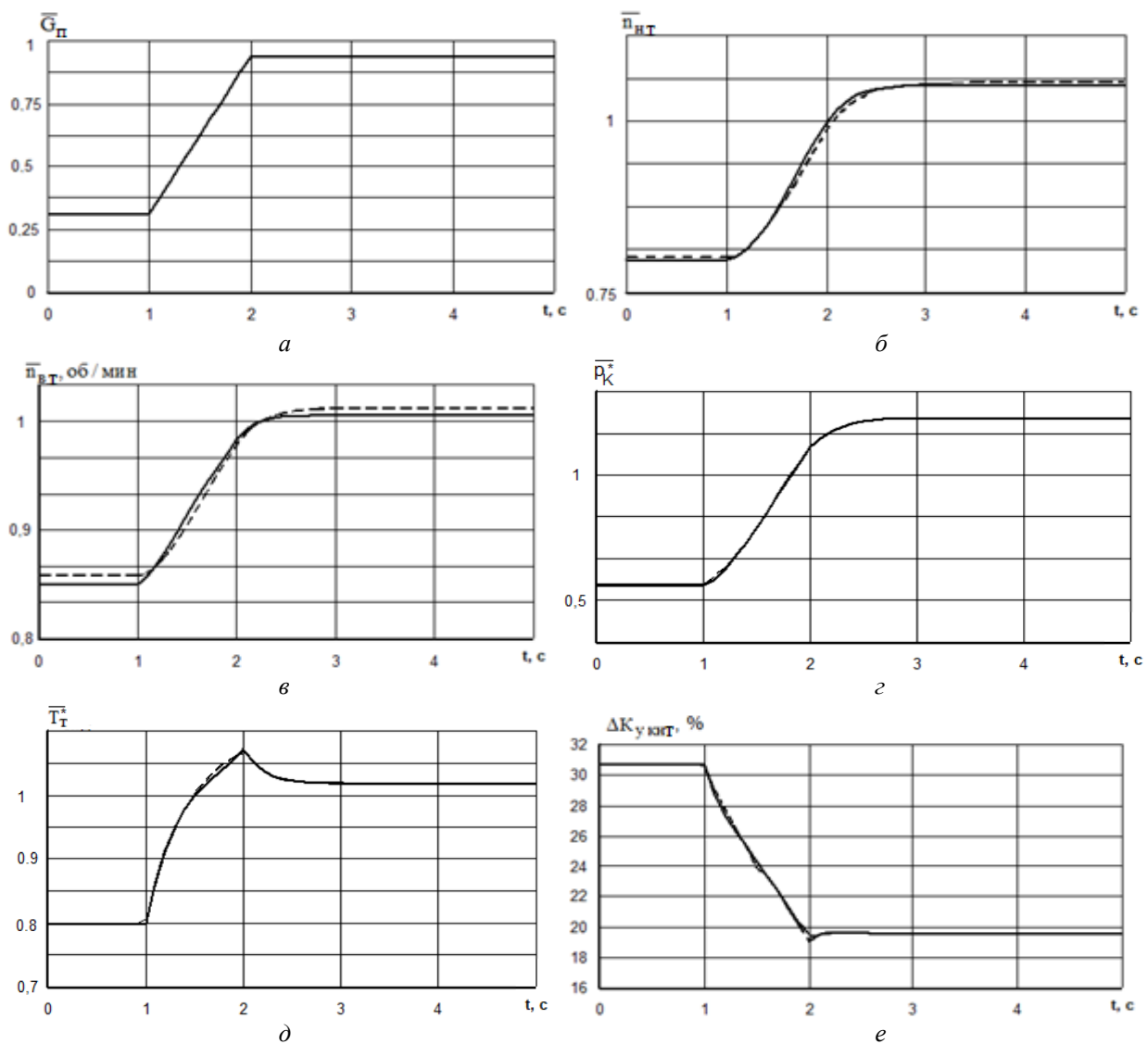


Рис. 7. Результати моделювання перехідного процесу з використанням розробленої ММ і вихідної нелінійної повузлової динамічної ММ: а – витрата палива; б – частота обертання ротора низького тиску; в – частота обертання ротора високого тиску; г – тиск на виході з компресора; д – температура на виході з турбіни; е – запас стійкості вентилятора

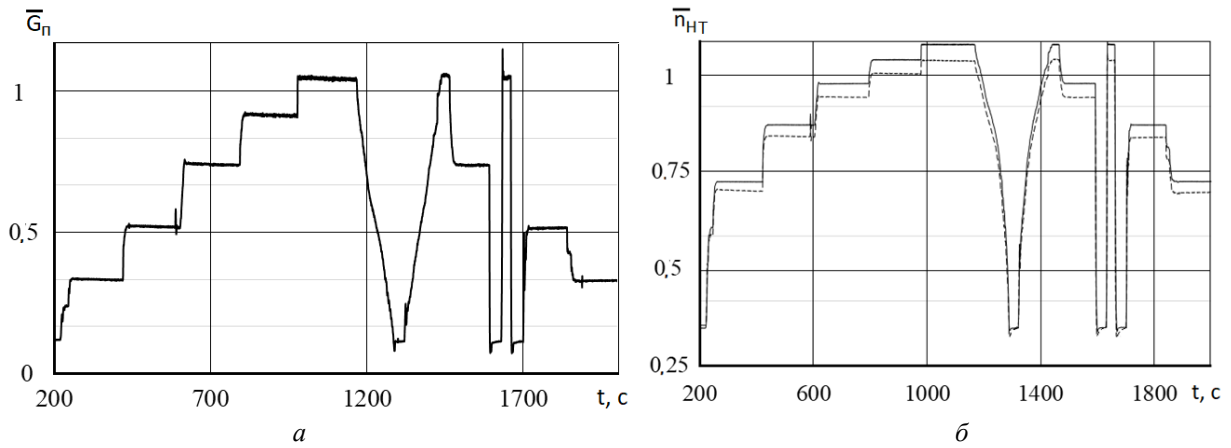


Рис. 8. Зміна параметрів під час випробувань: *a* – витрата палива; *б* – частота обертання вентилятора

режимах. Це пояснюється тим, що статична підмодель, що входить до складу швидкодійної ММ двигуна, налагоджена за результатами моделювання, отриманими з використанням нелінійної повузлової ММ, а характеристики реального двигуна мають суттєві індивідуальні відмінності. Ці похибки легко виключаються шляхом налаштування статичної підмоделі за експериментальними даними, отриманими під час випробувань на усталених режимах.

Друга складова похибок, представлених на рис. 9 – це динамічні похибки, що виникають на перехідних режимах (головним чином – на їх початку). Короткочасний характер цих похибок можна пояснити впливом факторів, які не ураховано під час формування швидкодійної ММ, наприклад, динамікою газодинамічних об’ємів проточної частини, затримкою тепловиділення в камері згоряння або впливом теплообміну між робочим тілом і конструктивними елементами.

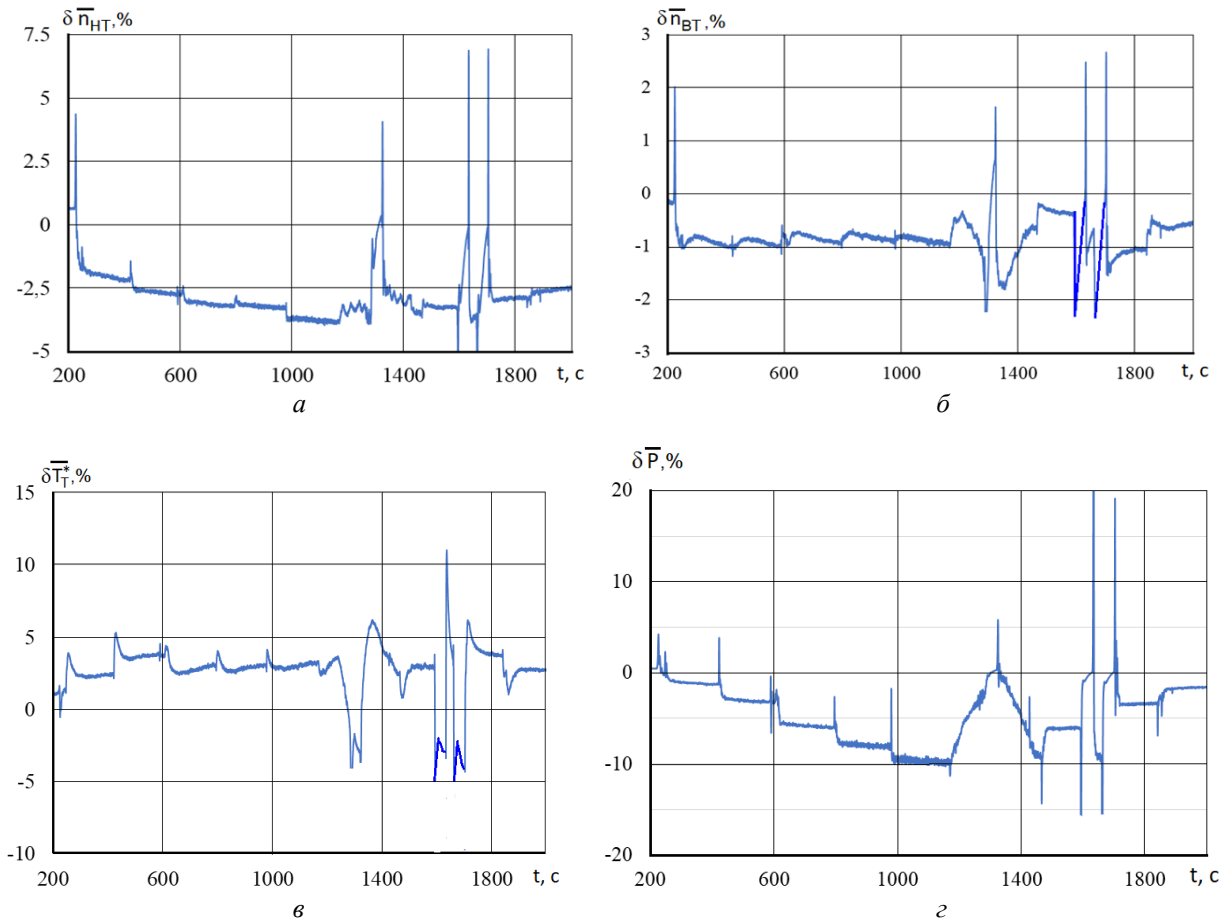


Рис. 9. Значення відносних нормованих похибок моделювання на випробувальному циклі: *a* –  $n_{NT}$ ; *б* –  $n_{PT}$ ; *в* –  $T_T^*$ ; *г* –  $P$



Для більш детального аналізу на рис. 10 наведено значення параметрів, отримані під час прийомистості, а на рис. 11 – відповідні похибки.

При аналізі отриманих результатів необхідно урахувувати вплив статичних похибок. Видно, що для всіх розглянутих параметрів, крім температури, статична модель на вихідному режимі є достатньо точною, а на кінцевому режимі її слід скоригувати. Тоді стане очевидним, що в початковій стадії перехідні процеси реального двигуна проходять повільніше, ніж модельні дані, і це є фактором, який визначає динамічну похибку. Затримка складає для частоти обертання ротора ВТ 0.2 с, а для частоти обертання ротора НТ і тиску 0.3-0.4 с.

Характер зміни температури залежить не тільки від моделі двигуна, але й від використаної динамічної характеристики термопари, аналіз якої виходить за межі цієї статті. Затримка зміни тяги є значно більшою: вона складає біля 1 с. Зважаючи на те, що всі параметри робочого процесу двигуна є взаємопов'язаними, можна припустити, що динамічна похибка тяги зумовлена не тільки моделлю, але й динамічною похибкою вимірювального пристрою.

В цілому, швидкість зміни параметрів і тривалість перехідних процесів моделюються цілком задовільно для вирішення перелічених вище задач.

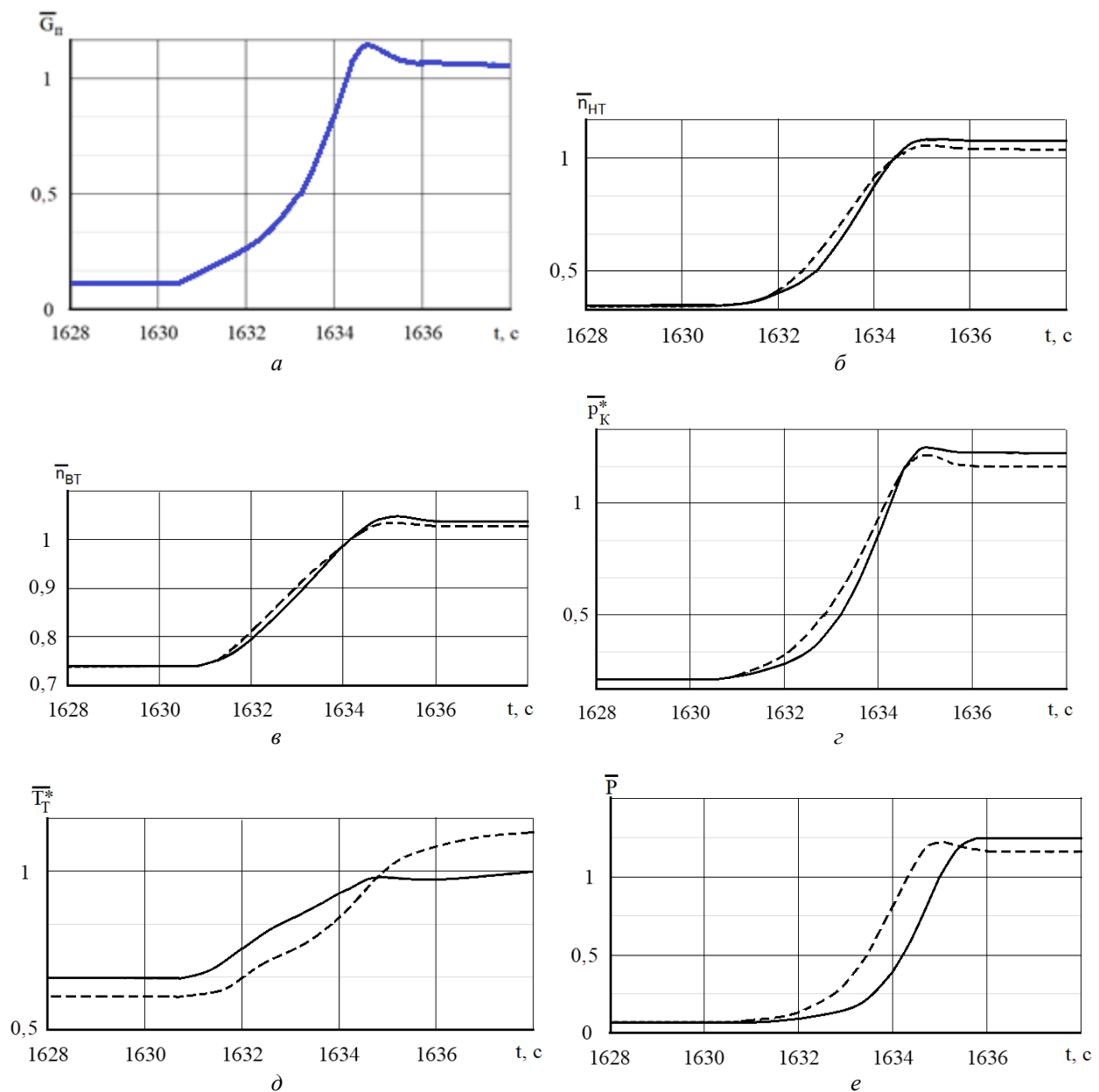


Рис. 10. Значення параметрів, отримані під час прийомистості:

$a$  – витрата палива;  $b$  –  $n_{HT}$ ;  $c$  –  $n_{VT}$ ;  $d$  –  $T^*$ ;  $e$  –  $P$

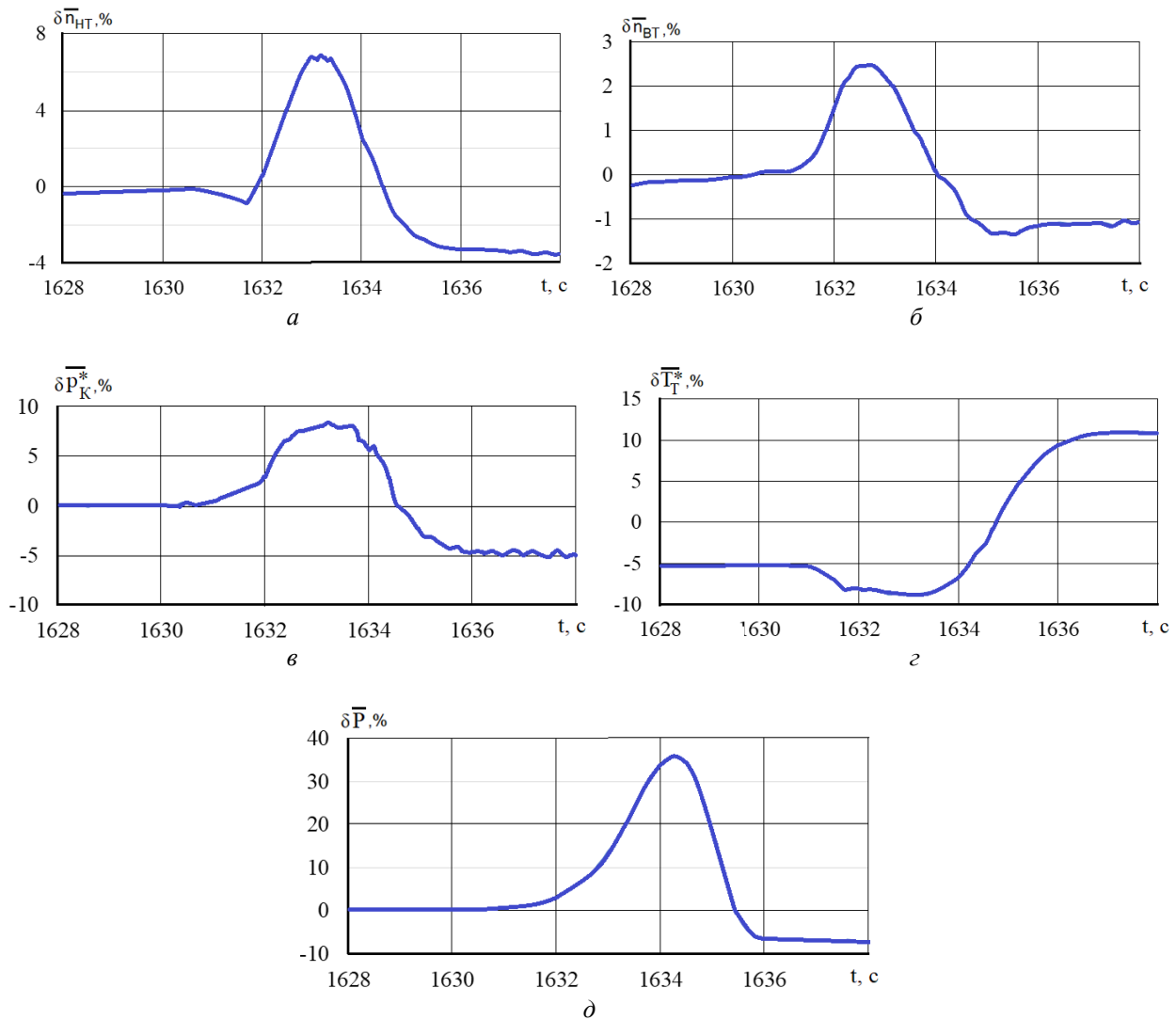


Рис. 11. Похибки моделювання параметрів під час прийомистості:

$a$  -  $p_{нт}$ ;  $б$  -  $p_{вт}$ ;  $в$  -  $p_k^*$ ;  $г$  -  $T_T^*$ ;  $д$  -  $P$

## Висновки

В процесі аналізу задачі формування математичної моделі авіаційного газотурбінного двигуна для рішення задач автоматичного керування й імітаційного моделювання отримано такі основні результати:

1. Сформульовано вимоги до відповідних математичних моделей.
2. Запропоновано формувати модель на основі структури, до складу якої входять статична й динамічна підмоделі. Статична підмодель легко адаптується до індивідуальних особливостей двигуна. Динамічна підмодель має лінійну структуру, а її коефіцієнти залежать від режиму роботи двигуна.
3. Розглянуто деталі формування статичної й динамічної підмоделей ТРДД. Для урахування впливу положення КПП і РНА компресора виокремлено ділянки області робочих режимів, на яких лока-

лізовано статичну й динамічну підмоделі. Як параметр, що визначає режим, обрана частота обертання ротора ВТ. Для урахування впливу польотних умов використано формули зведення, які розповсюджуються як на статичні параметри, так і на коефіцієнти лінійної динамічної підмоделі.

4. Розроблено деталізовану структуру ММ, яка ураховує перелічені особливості, а також необхідність завдання початкових умов при ініціалізації моделювання.

5. Виконано програмну реалізацію ММ ТРДД із використанням засобів Matlab Simulink.

6. Порівняння отриманих за її допомогою результатів моделювання перехідного процесу по витраті палива з результатами, отриманими із використанням нелінійної повузлової динамічної моделі, показало високий ступінь відповідності запропонованої швидкодіючої моделі й базової нелінійної повузлової моделі двигуна.

7. Верифікацію розробленої ММ на реальних даних виконано з використанням результатів стендових випробувань двигуна. Установлено, що наявні статичні похибки пов'язані з індивідуальними відмінностями конкретного екземпляру двигуна та можуть бути усунені шляхом налагодження статичної підмоделі.

8. Модель адекватно описує характер перехідних процесів. Наявні динамічні похибки зумовлені більш повільним початком перехідних процесів у реальному двигуні, що зумовлює сповільнення зміни частоти обертання ротора ВТ на 0.2 с, частоти обертання ротора НТ і тиску на виході з компресора на 0.3-0.4 с, а тяги на 1 с.

9. Можливими причинами зазначеного сповільнення зміни параметрів є: затримка тепловиділення в камері згоряння; газодинамічна інерція внаслідок накопичування маси й енергії в об'ємах проточної частини; втрати енергії на нагрівання конструктивних елементів; затримка в зміні радіальних зазорів між робочими лопатками компресора й турбіни під час перехідних процесів порівняно зі статичними зазорами, які відповідають режимам роботи двигуна, що розглядаються.

10. Напрямами подальших досліджень є: ідентифікація статичної моделі двигуна й її залежності від умов роботи двигуна; пошук причин виявленої в цій роботі затримки зміни параметрів на початку перехідного процесу; розповсюдження запропонованої методики моделювання на інші типи двигунів (зокрема, турбовальні й турбогвинтові двигуни); моделювання двигунів в області запуску.

**Внесок авторів:** формулювання проблеми – **С. В. Єпіфанов, О. В. Бондаренко**; огляд та аналіз інформаційних джерел – **О. В. Бондаренко**; формування загальної структури моделі – **С. В. Єпіфанов**; аналіз та урахування особливостей моделі ТРДД – **О. В. Бондаренко**; порівняння розробленої моделі із нелінійною повузловою ММ – **С. В. Єпіфанов**; верифікація розробленої ММ із використанням експериментальної інформації – **О. В. Бондаренко**; аналіз результатів та формування висновків – **С. В. Єпіфанов, О. В. Бондаренко**.

Усі автори прочитали та погодилися з опублікованою версією рукопису.

## Література

1. Jaw, L. *Aircraft engine controls: Design, system analysis, and health monitoring* [Text] / L. Jaw, J. Mattingly - American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc. : Reston, USA, 2009. - 378 p.
2. Kulikov, G. *Dynamic Modelling of Gas Turbines: Identification, Simulation, Condition Monitoring and Optimal Control* (Advances in Industrial Control)

[Text] / G. Kulikov, H. Thompson. - Springer, 2004. - 336 p.

3. *Recent research progress on airbreathing aero-engine control algorithm* [Text] / Lv. Chengkun, Chang Juntao, Bao Wen, Yu Daren // *Propulsion and Power Research*. - 2022. - Vol. 11, Iss. 1. - P. 1-57.

4. Richter, H. *Advanced Control of Turbofan Engines* [Text] / H. Richter. - Springer Science & Business Media, New York, 2011. - 266 p.

5. *Control Design for a Generic Commercial Aircraft Engine* [Text] / J. Csank, M. Ryan, J. S. Litt, T. Guo // *NASA/TM 2010-216811*, 2010. - 17 p. <https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=20100037768>. - 10.02.2023.

6. *A scientometric analysis and critical review of gas turbine aero-engines control: From Whittle engine to more-electric propulsion* [Text] / S. Mohammadi, S. Fashandi, S. Jafari, T. Nikolaidis // *Measurement and Control*. - 2021. - Vol. 54, Iss. 5-6. - P. 935-966. DOI: 10.1177/0020294020956675.

7. Wang, C. *Transient performance simulation of aircraft engine integrated with fuel and control systems* [Text] // C. Wang, Y.-G. Li, B.-Y. Yang // *International Symposium on Air Breathing Engines*. - ISABE-2015-20103. - 11 p.

8. *Синтез систем управления и диагностирования газотурбинных двигателей* [Текст] / С. В. Епифанов, Б. И. Кузнецов, И. В. Богаенко и др. - К. : Техника, 1998. - 312 с.

9. Любомудров, Ю. В. *Применение теории подобия при проектировании систем управления газотурбинных двигателей* [Текст] / Ю. В. Любомудров. - М. : Машиностроение, 1971. - 200 с.

10. *Propulsion Control Technology Development Needs to Address NASA Aeronautics Research Mission Goals for Thrusts 3a and 4* [Text] / S. Adibhatla, J. Ding, S. Garg, S. Griffith, K. Karnofski, N. Payne, D. Simon, B. Wood // *AIAA Propulsion and Energy Forum*. 2018, Cincinnati, OH, 2018. - 26 p.

## References

1. Jaw, L. & Mattingly, J. *Aircraft engine controls: Design, system analysis, and health monitoring*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc.: Reston, USA, 2009. 378 p.
2. Kulikov, G. & Thompson, H. *Dynamic Modelling of Gas Turbines: Identification, Simulation, Condition Monitoring and Optimal Control* (Advances in Industrial Control). Springer, 2004. 336 p.
3. Chengkun, Lv., Juntao, Chang., Wen, Bao. & Daren, Yu. Recent research progress on airbreathing aero-engine control algorithm. *Propulsion and Power Research*, 2022, vol. 11, iss. 1, pp. 1-57.
4. Richter, H. *Advanced Control of Turbofan Engines*. Springer Science & Business Media, New York, 2011. 266 p.
5. Csank, J., Ryan, M., Litt, J. S. & Guo, T. *Control Design for a Generic Commercial Aircraft Engine*. NASA/TM-2010-216811, 2010. 17 p. Available at:

<https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=20100037768>.  
(accessed 10.02.2023).

6. Mohammadi, S. Fashandi, S., Jafari, S., Nikolaidis, T. A scientometric analysis and critical review of gas turbine aero-engines control: From Whittle engine to more-electric propulsion. *Measurement and Control*, 2021, vol. 54, iss. 5-6. pp. 935-966. DOI: 10.1177/0020294020956675.

7. Wang, C., Li, Y.-G. & Yang, B. Y. Transient performance simulation of aircraft engine integrated with fuel and control systems. *International Symposium on Air Breathing Engines*. ISABE-2015-20103. 11 p.

8. Yepifanov, S. V., Kuznetsov, B. I., Bogayenko I. V. et al. *Sintez sistem upravleniya i diagnostirovaniya gazoturbimnykh dvigateley* [Synthesis of control systems

and diagnostics of gas turbine engines]. Kyiv, Tekhnika Publ., 1998. 312 p.

9. Lyubomudrov, Yu. V. *Primeneniye teorii podobiya pri proyektirovaniy sistem upravleniya gazoturbimnykh dvigateley* [Application of the theory of similarity in the design of control systems for gas turbine engines]. Moscow, Mashinostroyeniye Pub., 1971. 200 p.

10. Adibhatla, S., Ding, J., Garg, S., Griffith, S., Karnofski, K., Payne, N., Simon, D. & Wood, B. *Propulsion Control Technology Development Needs to Address NASA Aeronautics Research Mission Goals for Thrusts 3a and 4*. AIAA Propulsion and Energy Forum. 2018, Cincinnati, OH, 2018. 26 p.

Надійшла до редакції 15.06.2023, розглянута на редколегії 08.08.2023

## FORMATION OF DYNAMIC MODELS OF GAS TURBINE ENGINES FOR USE IN AUTOMATIC CONTROL AND DIAGNOSTIC SYSTEMS

*Sergiy Yepifanov, Oleksii Bondarenko*

The **subject** of the study is the process of forming a mathematical model (MM) of an aviation gas turbine engine, which provides the calculation of parameters of the work process in stable and transient operating modes for use in the evaluation of dynamic characteristics, in the analysis and synthesis of automatic engine and aircraft control systems, as part of aviation simulators, and in on-board control and diagnostics algorithms. The **goal** is to substantiate the structure and methodology of MM formation, intended for use in real and accelerated time scale systems. Task: formulation of requirements for MM, substantiation of the interaction between static and dynamic submodels, substantiation of the composition of arguments and the way of considering the influence of external conditions, as well as the position of the elements of the mechanization of the gas flow duct. For this, the methods of the theory of airjet engines are used. The following **results** were obtained: the requirements for MM of aircraft gas turbine engines designed to solve the problems of engine and aircraft control were formulated, and the structural forms of MM were substantiated, which ensure high accuracy of modeling with minimal complexity and the possibility of real-time implementation. The **scientific and practical novelty** of the obtained results is as follows: the requirements for dynamic MM of aircraft engines have been summarized, the problems of structural implementation and combination of static and dynamic submodels, the rational selection of their input parameters and considering the influence of external conditions on static and dynamic characteristics have been analyzed, the software implementation of MM in the Matlab Simulink environment of a two-shaft turbofan engine and compared the simulation results obtained using the developed simplified MM and the original nonlinear thermo-gas-dynamic model based on the solution of the joint operation equations of components. It is shown that in the working range of modes, the MM error does not exceed 5%, the dynamic errors of the rotor rotation frequencies are less than 4%, the compressor pressure and gas temperature are less than 7%, or the thrust is less than 10%. Errors in estimating the duration of acceleration and deceleration of the engine are within 0.2...0.6 s.

**Keywords:** turbofan engine; dynamic mathematical model; automatic control; static and dynamic errors.

**Єпіфанов Сергій Валерійович** – д-р техн. наук, проф., зав. каф. конструкції авіаційних двигунів, Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського «Харківський авіаційний університет», Харків, Україна.

**Бондаренко Олексій Васильович** – асп. каф. конструкції авіаційних двигунів, Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського «Харківський авіаційний університет», Харків, Україна.

**Sergiy Yepifanov** – Doctor of Sciences (Engineering), Professor, Head of the Aircraft Engine Design Department, National Aerospace University “Kharkiv Aviation Institute”, Kharkiv, Ukraine, e-mail: s.yepifanov@khai.edu, ORCID: 0000-0003-0533-9524, Scopus Author ID: 6506749318.

**Oleksii Bondarenko** – PhD Student of the Aircraft Engine Design Department, National Aerospace University “Kharkiv Aviation Institute”, Kharkiv, Ukraine, e-mail: o.v.bondarenko@khai.edu, ORCID: 0000-0001-7943-8555.