Ассистент Г. С. ШПАК

ОБ ОДНОМ ОБОБЩЕНИИ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ, НАИМЕНЕЕ УКЛОНЯЮЩЕЙСЯ ОТ НУЛЯ

Рассматривается класс N аналитических функций $f(z)$, имеющих заданные первые коэффициенты Маклорена $\left\{ b_к \right\}_{o}^{n}$, и однолистная мажоранта $F\ (z; R)$, зависящая от вещественного параметра R, непрерывная по R, причем область $G\,(F; R_1)$ принадлежит области $G\ (F; R_2)$, если $R_1 < R_2$. Ставится задача о нахождении наименьшего значения R' параметра, при котором в классе N найдется лишь единственная (экстремальная) функция, подчинённая $F\,(z;\ R')$; область значений остальных функций выходит за пределы $G\ (F;\ R')$. В случае, когда $G\ (F;\ R)$ есть круг радиуса R, задача переходит в проблему Каратеодори-Фейера о нахождении функции, модуль которой наименее уклоняется от нуля. Если же $G\ (F; R)$ — полоса шириной $2R$, ось симметрии которой совпадает с мнимой осью, мы приходим к решению проблемы Ахиезера—Крейна о нахождении функции, у которой вещественная часть наименее уклоняется от нуля.

Решение задачи основывается на том, что определители Шура $\left\{ D_к\,(R) \right\}$, составленные по коэффициентам функции $F^{-1}\ (z;\ R)$, должны быть неотрицательными. R' является наибольшим положительным корнем уравнения $D_n\ (R) = 0$.

Для случаев $n=1$ и $n=2$ получено выражение экстремальной функции.

Выбираем затем в качестве мажоранты функцию $e^{i\alpha} F(z; R)$. При фиксированном α находим R'. Рассматривая R' как функцию от $\alpha\ (0 \leq \alpha \leq 2\pi)$, ищем $R'' = \min R'\,(\alpha)$. Этим определяется минимальная область для экстремальной функции.

В качестве одного из примеров рассматривается область — $-\,\alpha < Re\,\zeta < R$.