

doi: 10.32620/oikit.2019.85.04

УДК 621–4:514:004.94

И.В. Бычков, А.К. Мяслица,
Н.И. Бычков*, А.М. Григорович

Кинематические свойства траекторий, описанных NURBS сплайнами

*Национальный аэрокосмический университет
«Харьковский авиационный институт»*

** Институт проблем машиностроения им. А. М. Подгорного*

Цель статьи является решение ряда проблем использования NURBS кривых при реализации высокоскоростной обработки сложнопрофильных изделий на механообрабатывающем оборудовании. NURBS-сплайны приобретают всё большую популярность среди специалистов ЧПУ, что мотивируется широким их применением при моделировании объекта производства в CAD/CAM системах. Передовые фирмы-производители устройств ЧПУ в число алгоритмов формообразования обязательно включают NURBS-интерполяцию. Но несмотря на широкие возможности CAD/CAM систем описания формы изделий и траекторий движения инструментов обрабатывающего оборудования с помощью сплайн-кривых, многие производители систем ЧПУ используют более примитивные методы описания траектории движения инструмента - кусочно-линейные и линейно-круговые. Это сводит на нет преимущества применения сплайн кривых, в том числе и плавное изменение кривизны, что очень важно при движении инструмента при высокоскоростной обработке. Такое упрощение траекторий сопряжено с целым рядом трудностей реализации сплайн кривых в современных системах ЧПУ. Кроме того, требованиям обеспечения промышленной чистоты поверхностей деталей служит информация о параметрах обработки, направлений относительных перемещений инструмента и заготовки на операциях чистовой обработки с целью обеспечения технологических условий к размерам образующихся заусенцев. При этом возможен выбор стратегии обработки для получения минимального размера заусенцев или сокращение их количества. Размеры получившихся ликвидов определяют методы их устранения в технологическом процессе изготовления детали. Поэтому применение предоставления технологической информации с использованием аналитического эталона детали является необходимым условием обеспечения качества изделий и их высокой надежности. NURBS-интерполяция позволяет получить компактное описание перемещения инструмента в процессе формообразования, что позволяет корректно формулировать задачу обработки сложнопрофильных деталей.

Введение

NURBS-сплайны приобретают всё большую популярность среди специалистов ЧПУ. Передовые фирмы-производители устройств ЧПУ в число алгоритмов формообразования обязательно включают NURBS-интерполяцию. Достоинства NURBS-сплайнов отмечены многими авторами [1,2,3], их свойствам и особенностям реализации в системах ЧПУ посвящены десятки статей (см. например библиографию к [1, 4, 5]). Между тем работ отечественных и российских авторов, посвященных NURBS-сплайнам, немного, в частности нет работ, представляющих методы NURBS-интерполяции точно-заданных кривых и исследованию кинематических свойств, что крайне необходимо при организации процессов управления приводами оборудования с ЧПУ и поддержки процесса интерполяции.

В предлагаемой статье рассмотрен общий метод NURBS- интерполяции точно-заданных кривых, приведен пример построения NURBS-кривой 3-й степени, показано как представить сегменты NURBS-кривой в аналитическом виде, как выразить производные координат перемещений и в каких точках кривой требуется обязательная проверка производных на наличие разрывов.

Метод NURBS-интерполяции точно-заданных кривых подобен общему методу В-сплайн интерполяции [6, 7, 8].

Задача формулируется следующим образом. Заданы массив точек $\vec{Q}_k(X_k, Y_k, Z_k)$, $k=\overline{0, n}$, весовой вектор $W(w_0, \dots, w_n)$, степень кривой p . Требуется определить контрольные точки $\vec{P}_i(X_i, Y_i, Z_i)$, $i=\overline{0, n}$ так, чтобы NURBS-кривая

$$\vec{C}(u) = \frac{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u)w_i \vec{P}_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u)w_i} . \quad (1)$$

проходила через точки \vec{Q}_k и при этом соблюдались условия

$$\vec{P}_0 = \vec{Q}_0, \quad \vec{P}_n = \vec{Q}_n.$$

Здесь $N_{i,p}(u)$ – базисные функции степени p , определяемые так:

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1, & u_0 \in (u_i, u_{i+1}) \\ 0, & \text{вне интервала} \end{cases} \quad (2)$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u-u_i}{u_{i+p}-u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1}-u}{u_{i+p+1}-u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u),$$

u_i – узлы узлового вектора

$$u = \left\{ \underbrace{0, 0, \dots, 0}_{p+1}, u_{p+1}, \dots, u_n, \underbrace{1, 1, \dots, 1}_{p+1} \right\}.$$

NURBS-кривая (1) может быть представлена в виде

$$\vec{C}(u) = \sum_{i=0}^n R_{i,p}(u) \vec{P}_i, \quad (3)$$

где $R_{i,p}(u)$ – рациональная базисная функция

$$R_{i,p}(u) = \frac{N_{i,p}(u)w_i}{\sum_{i=0}^n N_{i,p}(u)w_i} \quad (4)$$

Для того, чтобы кривая (2) проходила через точки \vec{Q}_k необходимо выполнить условие

$$\vec{C}(u_k) = \vec{Q}_k, \quad k = \overline{0, n},$$

u_k – значение параметра, отвечающее распределению её \vec{Q}_k . Тогда контрольные точки \vec{P}_i определяются в результате решения системы уравнений

$$\sum_{i=0}^n R_{i,p}(\bar{u}_k) \bar{P}_i = \bar{Q}_k, \quad k=0, n. \quad (5)$$

Здесь неизвестны точки $\bar{P}_1, \dots, \bar{P}_{n-1}$, т.к. $\bar{P}_0 = \bar{Q}_0$, $\bar{P}_n = \bar{Q}_n$, ибо контрольные точки \bar{P}_0 и \bar{P}_n NURBS-кривой всегда совпадают с начальной и конечной точками массива соответственно.

Таким образом, для решения задачи требуется:

- определить значения величин \bar{u}_k ;
- определить значения u_i внутренних узлов узлового вектора;
- рассчитать значения рациональных базисных функций $R_{i,p}(\bar{u}_k)$ в точках \bar{u}_k ;
- составить и решить систему уравнений (5).

Последовательность решения задачи:

1. Определение значений \bar{u}_k , отвечающих распределению точек \bar{Q}_k .

Используется метод хорд.

$$\bar{u}_0=0; \quad \bar{u}_k = \bar{u}_{k-1} + \frac{d_k}{d}; \quad \bar{u}_n=1; \quad k=\overline{1, n-1}; \quad d_k = |\bar{Q}_k - \bar{Q}_{k-1}|, \quad d = \sum_{k=1}^n |\bar{Q}_k - \bar{Q}_{k-1}|$$

2. Расчёт внутренних узлов узлового вектора.

$$u_{j+p} = \frac{1}{p} \sum_{i=j}^{j+p-1} u_i,$$

$$j = \overline{1, n-p}.$$

3. Расчёт значений базисных функций $N_{i,p}(\bar{u}_k)$. Используются соотношения (2).

4. Расчёт значений функции

$$W(\bar{u}_k) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) w_i, \quad k=\overline{0, n}$$

5. Расчёт значений рациональных базисных функций $R_{i,p}(\bar{u}_k)$ по формуле (4).

6. Составление системы уравнений для определения контрольных точек \bar{P}_i . Система уравнений имеет следующий вид;

$$\begin{pmatrix} \bar{P}_0 \\ \bar{P}_1 \\ \bar{P}_2 \\ \vdots \\ \bar{P}_{n-1} \\ \bar{P}_n \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ R_{0,p}(\bar{u}_1) & R_{1,p}(\bar{u}_1) & \dots & R_{n,p}(\bar{u}_1) \\ R_{0,p}(\bar{u}_2) & R_{1,p}(\bar{u}_2) & \dots & R_{n,p}(\bar{u}_2) \\ * & \cdot & \dots & \cdot \\ R_{0,p}(\bar{u}_{n-1}) & R_{1,p}(\bar{u}_{n-1}) & \dots & R_{n,p}(\bar{u}_{n-1}) \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{Q}_0 \\ \bar{Q}_1 \\ \bar{Q}_2 \\ \vdots \\ \bar{Q}_{n-1} \\ \bar{Q}_n \end{pmatrix}$$

Данная система содержит $(n+1)$ уравнение, в которых точки \bar{P}_0 и \bar{P}_n известны. С учётом их значений система сводится к $(n-1)$ уравнений

$$\begin{pmatrix} \bar{P}_1 \\ \bar{P}_2 \\ \vdots \\ \bar{P}_{n-1} \end{pmatrix} \begin{vmatrix} R_{1,p}(\bar{u}_1) \dots \dots \dots & R_{n,p}(\bar{u}_1) \\ R_{1,p}(\bar{u}_2) \dots \dots \dots & R_{n,p}(\bar{u}_2) \\ * & \vdots \\ R_{1,p}(\bar{u}_{n-1}) \dots \dots \dots & R_{n,p}(\bar{u}_{n-1}) \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{B}_1 \\ \bar{B}_2 \\ \vdots \\ \bar{B}_{n-1} \end{pmatrix}$$

где $\bar{B}_k = \bar{Q}_k - R_{0,p}(\bar{U}_k)\bar{P}_0 - R_{n,p}(\bar{U}_k)\bar{P}_n$.

В результате решения системы уравнений определяются контрольные точки $\bar{P}_1, \dots, \bar{P}_{n-1}$, которые совместно с \bar{P}_0 и \bar{P}_n образуют контрольный полигон. Далее остаётся записать уравнение NURBS-кривой и с заданным или выбранным шагом вычислить её координаты.

Рассмотрим пример построения интерполяционной кубической NURBS-кривой по следующим данным.

$$\{\bar{Q}_k\} = \left\{ \begin{pmatrix} 0,0 \\ \bar{Q}_0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 20,60 \\ \bar{Q}_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 60,40 \\ \bar{Q}_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 100,60 \\ \bar{Q}_3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 120,0 \\ \bar{Q}_4 \end{pmatrix} \right\}$$

$$W = (1, 2, 2, 2, 1), \quad p = 3, \quad n = 4.$$

1. Определение значений \bar{u}_k : $\bar{u}_0=0$; $\bar{u}_k = \bar{u}_{k-1} + \frac{d_k}{d}$; $\bar{u}_n=1$; $k=1,4$

$$d_k = |\bar{Q}_k - \bar{Q}_{k-1}|, \quad d = \sum_{k=1}^n |\bar{Q}_k - \bar{Q}_{k-1}|, \quad d_1=63,2456, \quad d_2=44,7214, \quad d_3=44,7214,$$

$$d_4=63,2456, \quad d=215,934. \quad \bar{u}_1=0,2929; \quad \bar{u}_2=0,5; \quad \bar{u}_3=0,7071; \quad \bar{u}_4=1.$$

2. Расчёт внутренних узлов узлового вектора

$$u_{j+p} = \frac{1}{p} \sum_{i=j}^{j+p-1} u_i, \quad j=1, n-p.$$

В данном случае $n-p=1$ и узловой вектор содержит только 1 внутренний узел.

$$u_4 = \frac{1}{3}(\bar{u}_1 + \bar{u}_2 + \bar{u}_3) = 0,5.$$

Узловой вектор $U = (0,0,0,0, 0,5, 1, 1, 1, 1)$.

3. Расчет значений базисных функций $N_{i,p}(\bar{u}_k)$. Используя определения базисных функций (2), получим:

$$N_{3,0}(u) = \begin{cases} 1, & u \in (0, 0,5) \\ 0, & \text{вне интервала} \end{cases}$$

$$N_{4,0}(u) = \begin{cases} 1, & u \in (0,5, 1) \\ 0, & \text{вне интервала.} \end{cases}$$

4. Для базисных функций 3-ей степени получим следующие выражения:

$$N_{0,3}(u) = \begin{cases} -8u^3 + 12u^2 - 6u + 1, & u \in (0, 0,5), \\ 0, & \text{вне интервала,} \end{cases}$$

$$N_{1,3}(u) = \begin{cases} 14u^3 - 18u^2 + 6u, & u \in (0, 0,5), \\ -2u^3 + 6u^2 - 6u + 2, & u \in (0,5, 1), \end{cases}$$

$$N_{2,3}(u) = \begin{cases} -8u^3 + 6u^2, & u \in (0, 0,5), \\ 8u^3 - 18u^2 + 12u - 2, & u \in (0,5, 1), \end{cases}$$

$$N_{3,3}(u) = \begin{cases} 2u^3, & u \in (0, 0,5), \\ -14u^3 + 24u^2 - 12u + 2, & u \notin (0,5, 1), \end{cases}$$

$$N_{4,3}(u) = \begin{cases} 8u^3 - 12u^2 + 6u - 1, & u \in (0,5, 1), \\ 0, & \text{вне интервала.} \end{cases}$$

Значения базисных функций $N_{i,3}(\bar{u}_k)$ приведены в таблице 1. В этой же таблице даны значения функции $W(\bar{u}_k)$, которые необходимы для пересчёта функций $N_{i,3}(\bar{u}_k)$ в рациональные базисные функции $R_{i,3}(\bar{u}_k)$ (5)

$$W(\bar{u}_k) = \sum_{i=0}^4 N_{i,3}(\bar{u}_k) w_i,$$

Таблица 1

\bar{U}_k	N0,3	N1,3	N2,3	N3,3	N4,3	W	R0,3	R1,3	R2,3	R3,3	R4,3	$\sum Ri,3$
0	1,0	–	–	–	–	1	1,0	–	–	–	–	1
0,2929	0,0711	0,565	0,3137	0,0503	–	1,9291	0,0369	0,5959	0,3252	0,0521	–	1
0,5	–	0,25	0,5	0,25	–	2	–	0,25	0,5	0,25	–	1
0,7071	–	0,0503	0,3137	0,565	0,0711	1,9291	–	0,0521	0,3252	0,5858	0,0369	1
1,0	–	–	–	–	1,00	1	–	–	–	–	1	1

5. Система уравнений

$$0,5858\bar{P}_1 + 0,3252\bar{P}_2 + 0,0521\bar{P}_3 = \bar{Q}_1 - 0,0369\bar{P}_0,$$

$$0,25\bar{P}_1 + 0,5\bar{P}_2 + 0,25\bar{P}_3 = \bar{Q}_2,$$

$$0,0521\bar{P}_1 + 0,3252\bar{P}_2 + 0,5858\bar{P}_3 = \bar{Q}_3 - 0,0369\bar{P}_4.$$

$$\begin{vmatrix} \bar{P}_1 & 0,5858 & 0,3252 & 0,0521 & 20 & , & 60 \\ \bar{P}_2 & *0,25 & \dots & \dots & 0,5 & & 0,25 \\ \bar{P}_3 & 0,0521 & \dots & \dots & 0,3252 & \dots & 0,5858 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 60 & , & 40 \\ 95,572 & , & 60 \end{vmatrix}$$

$$\bar{P}_1 = (-10,8, 108,679); \quad \bar{P}_2 = (60, -28,679); \quad \bar{P}_3 = (130,8, 108,679).$$

6. Теперь представим уравнение NURBS-кривой в следующем виде

$$\bar{C}(u) = \frac{F(u)}{W(u)}, \quad X(u) = \frac{F_x(u)}{W(u)}, \quad Y(u) = \frac{F_y(u)}{W(u)},$$

где $F(u), W(u), F_x(u), F_y(u)$ многочлены степени p с известными коэффициентами, постоянными в пределах сегмента кривой [3].

Для рассматриваемого примера (Рис. 1.):

Первый сегмент, $u \in (0, 0,5)$

$$\begin{aligned} \bar{F}(u) &= N_{0,3} w_0 \bar{P}_0 + N_{1,3} w_1 \bar{P}_1 + N_{2,3} w_2 \bar{P}_2 + N_{3,3} w_3 \bar{P}_3 = \\ &= (14u^3 - 18u^2 + 6u) \bar{P}_0 + (-8u^3 + 6u^2) \bar{P}_1 + 2u^3 \bar{P}_2 + 2(130,8, 108,679). \end{aligned}$$

$$F_x(u) = -739,2u^3 + 1108,8u^2 - 129,6u,$$

$$F_y(u) = 3936,592u^3 - 4256,592u^2 + 1304,148u,$$

$$W(u) = 8u^3 - 12u^2 + 6u + 1$$

$$X(0)=0, Y(0)=0, W(0)=1, X(0,5)=60, Y(0,5)=40, W(0,5)=2.$$

Второй сегмент, $u \in (0,5, 1)$

$$\begin{aligned} \bar{F}(u) &= N_{1,3} w_1 \bar{P}_1 + N_{2,3} w_2 \bar{P}_2 + N_{3,3} w_3 \bar{P}_3 + N_{4,3} w_4 \bar{P}_4 = \\ &= (-2u^3 + 6u^2 - 6u + 2) \bar{P}_1 + (8u^3 - 18u^2 + 12u - 2) \bar{P}_2 + (-14u^3 + 24u^2 - 12u + 2) \bar{P}_3 + (8u^3 - 12u^2 + 6u - 1) \bar{P}_4 = \\ &= (-10,8, 108,679) + (60, -28,679) + (130,8, 108,679) + (120, 0). \end{aligned}$$

$$F_x(u) = -1699,2u^3 + 2548,8u^2 - 849,6u + 120,$$

$$F_y(u) = -3936,592u^3 + 7553,184u^2 - 4600,74u + 984,148,$$

$$W(u) = -8u^3 + 12u^2 - 6u + 3$$

$$X(u) = \frac{F_x(u)}{W(u)}, \quad Y(u) = \frac{F_y(u)}{W(u)};$$

$$X(0,5)=60, Y(0,5)=40, W(0,5)=2, X(1)=120, Y(1)=0, W(1)=1.$$

7. Вычисление координат кривой с шагом $\Delta u=0,1$.

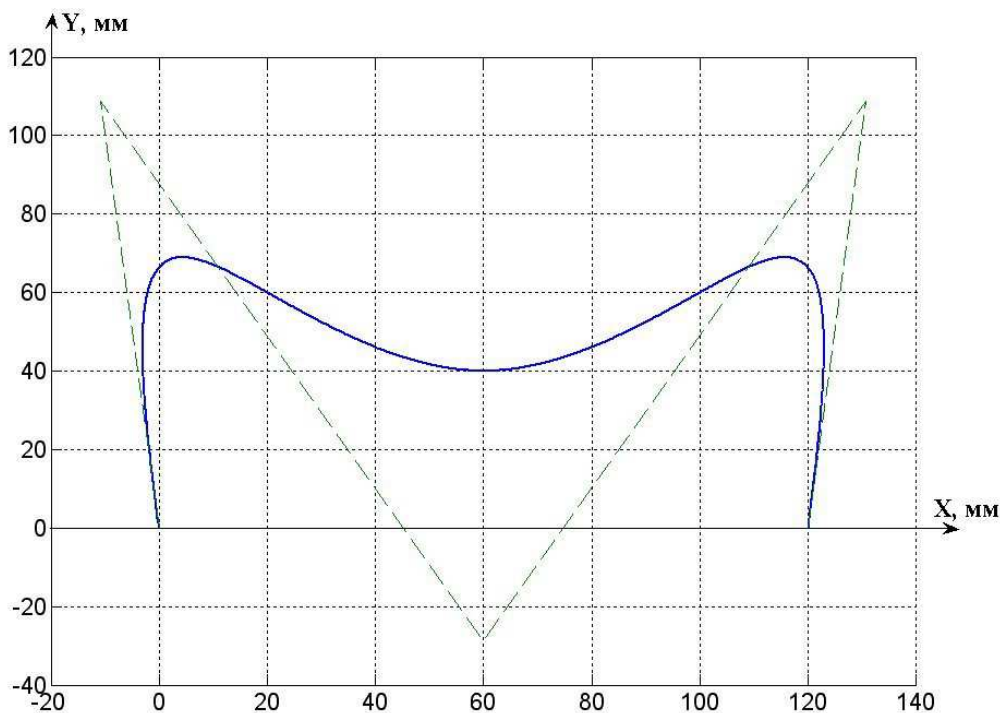


Рис. 1. Интерполяционная кривая и контрольный полигон

8. Проверим как ведут себя производные координат. Знание производных позволяет спланировать скоростной режим обработки кривой и управление с упреждением по составляющим ускорения и рывка, а также вычислить длину NURBS-кривой.

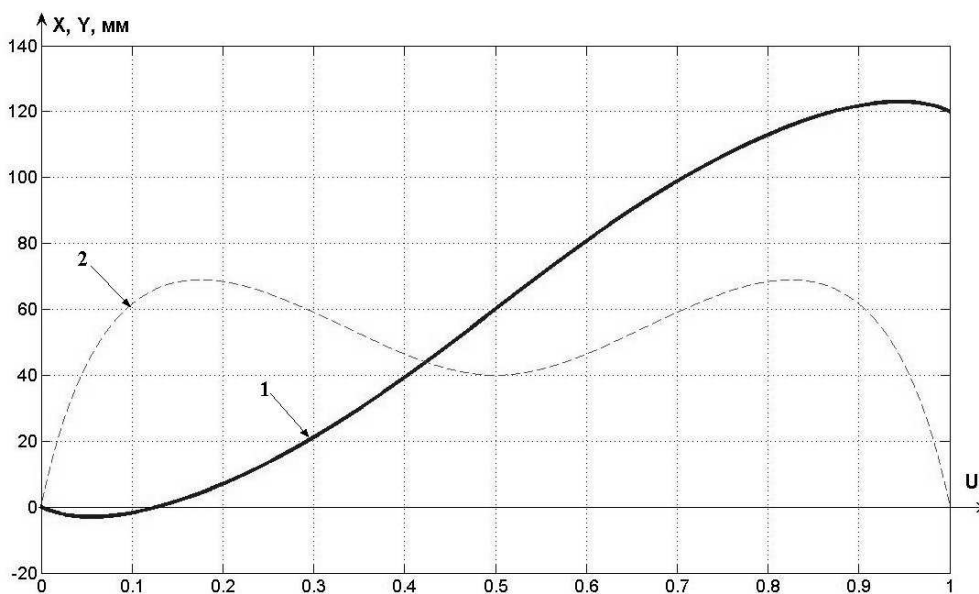


Рис. 2. Графики координат 1 – X, 2 – Y в функции параметра u

9. Как показано в [3] первые производные координат $X'(u)$, $Y'(u)$ вычисляются по формуле

$$X', Y'(u) = \frac{F'_{X,Y}(u) - w'(u)X, Y(u)}{w(u)}$$

Первый сегмент, $u \in (0, 0,5)$

$$F'_{X'}(u) = -2217,6u^2 + 2217,6u - 129,6,$$

$$F'_{Y'}(u) = 22809,776u^2 - 8513,184u + 1304,148,$$

$$W(u) = 24u^2 - 24u + 6.$$

Второй сегмент, $u \in (0,5, 1)$

$$F'_{X'}(u) = -5097,6u^2 + 5097,6u - 849,6,$$

$$F'_{Y'}(u) = -11809,776u^2 + 15106,368u - 4600,74,$$

$$W(u) = -24u^2 + 24u - 6.$$

Вычисления величин $F'_{X,Y}(u)$, $W'(u)$, $Y'(u)$, $X'(u)$ сведены в таблицу 2.

Таблица 2

u	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
F _x	0	-2,61	12,5184	40,953	78,259	120	160,781	191,366	201,562	181,171	120
F _y	0	91,7855	122,0584	114,439	92,546	80	92,546	114,439	122,058	91,7855	0
W	1	1,488	1,784	1,936	1,992	2	1,992	1,936	1,784	1,488	1
X	0	-1,754	7,016	21,153	39,285	59,99	80,713	98,846	112,98	121,754	120
Y	0	61,6837	68,4185	59,111	46,459	40	46,459	59,111	68,4185	61,6837	0
F _x	-129,6	69,984	225,216	336,09	402,624	424,8	373,82	220,896	-33,984	-390,81	-849,6
F _y	1304,14	570,927	73,902	-186,92	-211,56	0/0	211,56	186,927	-73,902	-570,92	-1304
W	6	3,84	2,16	0,96	0,24	0/0	-0,24	-0,96	-2,16	-3,84	-6

График функций $X'(u)$, $Y'(u)$ приведен на рис. 3.

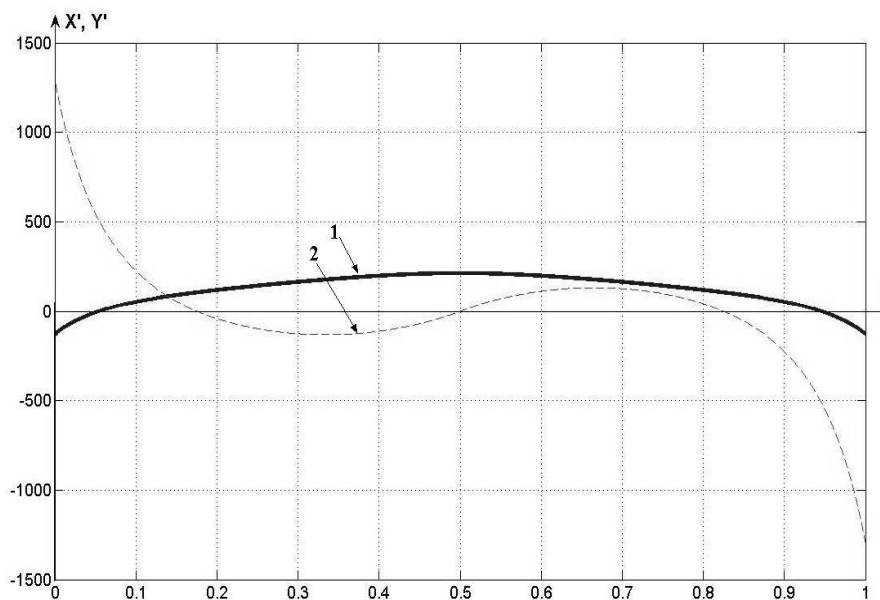


Рис. 3. Графики первых производных 1 – $X'(u)$, 2 – $Y'(u)$

10. Вторые производные координат $X''(u)$, $Y''(u)$ вычисляются по формуле [3]:

$$X'', Y''(u) = \frac{F''_{X,Y}(u) - w''(u)X, Y(u) - 2w'(u)X', Y'(u)}{w(u)}$$

Первый сегмент, $u \in (0, 0,5)$

$$F''_{X}(u) = -4435,2u - 2217,6,$$

$$F''_{Y}(u) = 23619,552u - 8513,184,$$

$$W''(u) = 48u - 24.$$

Второй сегмент, $u \in (0,5, 1)$

$$F''_{X}(u) = -10195,2u + 5097,6,$$

$$F''_{Y}(u) = 23619,552u + 15106,368,$$

$$W''(u) = -48u + 24.$$

Вычисления величин $F''_{XY}(u)$, $W''(u)$, $Y''(u)$, $X''(u)$ сведены в таблицу 3.

Таблица 3

u	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1.0
F _X	2217,6	1774,08	1330,6	887,94	443,04	0/0	-1019,5	-2039,0	-3058,6	-4078,4	-5097,6
F _Y	-8513,1	-6151,2	-3789,3	-1427,3	934,6	0/0	934,6	-1427,3	-3789,3	-6151,2	-8513,1
W	-24	-19,7	-14,4	-9,6	-4,8	0/0	-4,8	-9,6	-14,4	-19,7	-24
X'	-129,6	51,5601	117,743	163,11	197,377	212,38	197,38	163,113	117,74	51,560	-129,6
X''	3772,8	903,481	517,321	401,27	269,705	0/0	-269,75	-401,31	-517,34	-903,49	-3772,7
X'''	-81677	-7923,0	-1702,89	-986,02	-1843,9	-3657,6	-1843,7	-985,88	-1702,7	-7922,9	-81676
Y'	1304,14	224,50	-41,4135	-125,86	-111,80	0/0	111,8	125,86	41,413	-224,50	-1304,1
Y''	-24162,9	-4496,6	-1471,49	-319,31	608,08	1648,29	608,08	-319,31	-1471,49	-4496,6	-24162,9
Y'''	552451,4	57387,1	15740,8	9337,2	9709,7	10849,7	-9709,7	-9337,2	-15740,8	-57387,1	-552451,4

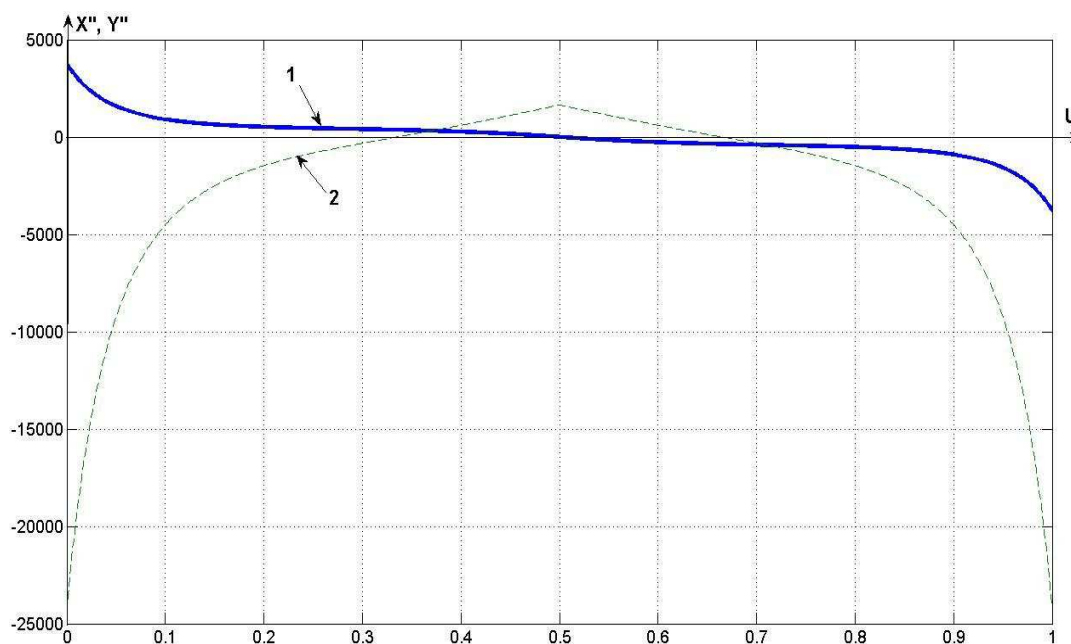


Рис. 4. График вторых производных 1– $X''(u)$, 2 – $Y''(u)$

11. Третьи производные координат $X''(u)$, $Y''(u)$ вычисляются по формуле [3]:

$$X''', Y''' = \frac{F'''_{X,Y} - w'''_{X,Y} - 3[w''_{X',Y'} + w'_{X''Y''}]}{w}$$

Первый сегмент, $u \in (0, 0,5)$

$$F'''_X(u) = -4435,2, F'''_Y(u) = 23619,552, W'''(u) = 48.$$

Второй сегмент, $u \in (0,5, 1)$

$$F'''_X(u) = -10195,2, F'''_Y(u) = -23619,552, W'''(u) = -48.$$

Судя по характеру кривых $X''(u)$, $Y''(u)$ третья производная координаты Y будет иметь разрыв в узле $u=0,5$.

Вычисления $X'''(0,5)$ и $Y'''(0,5)$ дают следующие результаты:
В точке $u=0,5$, принадлежащей первому сегменту кривой

$$\underline{X}'''(0,5) = -3657,6, \underline{Y}'''(0,5) = 10849,776;$$

В точке $u=0,5$, принадлежащей второму сегменту кривой

$$\underline{X}'''(0,5) = -3657,6, \underline{Y}'''(0,5) = -10849,776;$$

Таким образом, кривая $Y'''(u)$ действительно имеет разрыв в точке $u=0,5$, что и подтверждает график на рис.5.

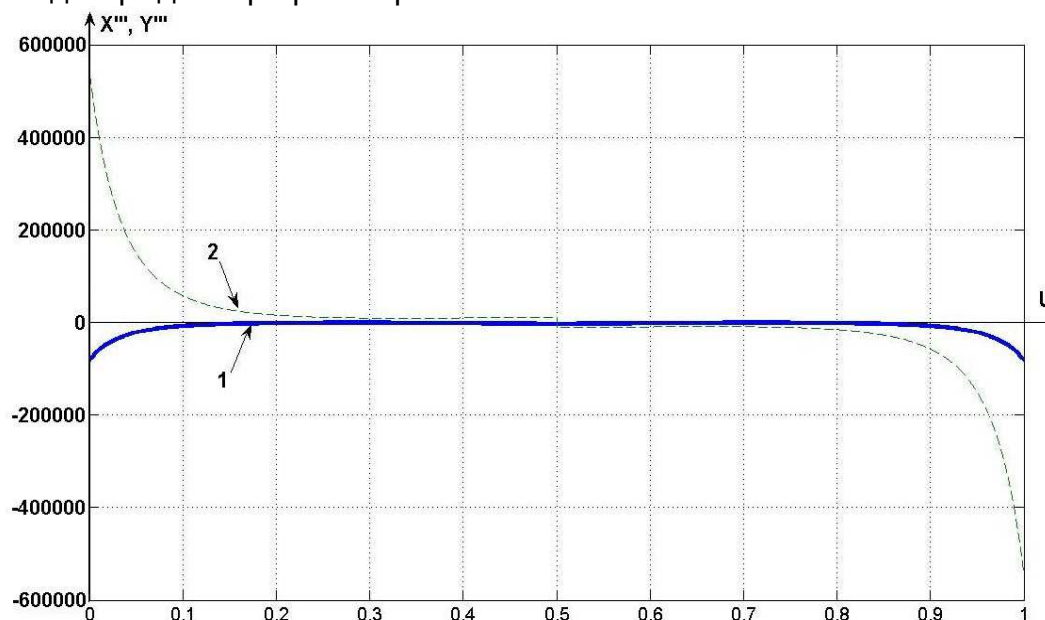


Рис.5. Графики третьих производных 1 – $X'''(u)$, 2 – $Y'''(u)$

Выводы

Рассмотренный метод NURBS-интерполяции по сложности практически равноценен методу B-сплайн интерполяции. По сравнению с последним добавлены только операции пересчёта базисных функций. Показано также, что аналитическое представление NURBS-кривых, предложенное авторами, серьезно упрощает интерполяционные и другие расчёты по поддержке интерполяции в системах ЧПУ. Кроме того, требованиям обеспечения промышленной чистоты поверхностей деталей служит информация о параметрах обработки, направлений относительных перемещений инструмента и заготовки на операциях чистовой обработки с целью обеспечения технологических условий к размерам образующихся заусенцев.

Список литературы:

1. Piegle, L. The NURBS book [Text] / L. Piegle, W. Tiller. – Berlin, Heidelberg, New York: Springer. – 1997. – 578 p.
2. Piegle, L. On NURBS: A Survey [Text] / L. Piegle // IEEE Computer Graphics & Applications, 1991, January. – P. 55 – 71.
3. Де Борк. Практическое руководство по сплайнам [Текст] / Де Борк//.– М.: Радио и связь, 1985. – 304 с.
4. Раисов, Ю.А. Аналитическое представление NURBS-кривых для операций реального времени в системах ЧПУ [Текст] / Ю.А. Раисов, И.В. Бычков, Н.И. Бычков и др.// Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – 2012. – №6.– С.36-46.
5. Fast NURBS interpolation based on the biarc guide curve [Text] /J. Wu, H. Zhou, X. Tang and other// Int J Adv Manuf Technol. – 2012. –V 58. – P. 597 – 605.
6. Design of a real-time adaptive NURBS interpolator with axis acceleration limit /[Text] J. Feng, Y. Li, Y. Wang and other// Int J Adv Manuf Technol. – 2010. – V. 48. – P.227 – 241.
7. Раисов, Ю. А. B-сплайн интерполяция для двухуровневых систем ЧПУ [Текст] / Ю. А. Раисов, И. В. Бычков, П. А. Кулаков // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті.– 2008. –№5–6.– С. 71 – 74.
8. PC-based Controller with Real-time Look-ahead NURBS Interpolator [Text] / H.T.Yau1, J.B.Wang, C.Y. Hsu, C.H. Yeh // Computer-Aided Design & Applications. – 2007. – Vol. 4. – No. 1 – 4. – P. 331 – 340.

References

1. Piegle, L. The NURBS book [Text] / L. Piegle, W. Tiller. – Berlin, Heidelberg, New York: Springer. – 1997. – 578 p.
2. Piegle, L. On NURBS: A Survey [Text] / L. Piegle // IEEE Computer Graphics & Applications, 1991, January. – pp. 55 – 71.
3. De Bork. Prakticheskoe rukovodstvo po splineam [Tekst] / De Bork//.– М.: Radio i svyaz', 1985. – 304 p.
4. Yu.A. Raisov, I.V. Bychkov, N.I. Bychkov and other. Analiticheskoe predstavlenie NURBS-krivykh dlya operatsii real'nogo vremeni v sistemakh ChPU. [Informatsiino-keruyuchi sistemi na zaliznichnomu transporti]. – 2012. – no. 6, pp. 36-46. (In Russian).

5. Fast NURBS interpolation based on the biarc guide curve [Text] /J. Wu, H. Zhou, X. Tang and other// Int J Adv Manuf Technol. – 2012. – Vol. 58. – pp. 597 – 605.
6. J. Feng, Y. Li, Y. Wang and other Design of a real-time adaptive NURBS interpolator with axis acceleration limit. [Int J Adv Manuf Technol]. – 2010. – Vol. 48. – pp. 227 – 241.
7. Ju.A. Raisov, I.V. Bychkov, P.A. Kulakov. B-splajn interpoljacija dlja dvuhurovnevnyh sistem ChPU. [Informacijno-kerujuchi sistemi na zaliznichnomu transporti]. – 2008. –no. 5–6, pp. 71 – 74. (In Russian).
8. H.T. Yau¹, J.B. Wang, C.Y. Hsu, C.H. Yeh. PC-based Controller with Real-time Look-ahead NURBS Interpolator [Computer-Aided Design & Applications]. – 2007. – Vol. 4. – no. 1 – 4, pp. 331 – 340.

Поступила в редакцию 03.06.2019 г., рассмотрена на редколлегии 05.06.2019 г.

Кінематичні властивості траєкторій, описаних NURBS сплайнами

Мета статті є вирішення низки проблем використання NURBS кривих при реалізації високошвидкісної обробки складнопрофільних виробів на механообробному обладнанні. NURBS-сплайни набувають все більшої популярності серед фахівців ЧПУ, що мотивується широким їх застосуванням при моделюванні об'єкта виробництва в CAD/CAM системах. Передові фірми-виробники пристроїв ЧПУ в число алгоритмів формоутворення обов'язково включають NURBS - інтерполяцію. Але незважаючи на широкі можливості CAD/CAM систем опису форми виробів і траєкторій руху інструментів обробного обладнання за допомогою сплайн-кривих, багато виробників систем ЧПУ використовують більш примітивні методи опису траєкторії руху інструменту - кусково-лінійні та лінійно-кругові. Це зводить нанівець переваги застосування сплайн кривих, в тому числі і плавне зміна кривизни, що дуже важливо при русі інструмента при високошвидкісній обробці. Таке спрощення витрат пов'язане з цілою низкою труднощів реалізації сплайн кривих в сучасних системах ЧПУ. Крім того, вимогам забезпечення промислової чистоти поверхонь деталей служить інформація про пара-метрах обробки, напрямів відносних переміщень інструменту і заготівлі на операціях чистової обробки з метою забезпечення технологічних умов до розмірів утворюються задирок. При цьому можливий вибір стратегії обробки для отримання мінімального розміру задирок або скорочення їх кількості. Розміри отриманих ліквідів визначають методи їх усунення в технологічному процесі виготовлення деталі. Тому застосування надання технологічної інформації з використанням аналітичного еталона деталі є необхідною умовою забезпечення якості виробів і їх високої надійності. NURBS - інтерполяція дозволяє отримати компактне опис переміщення інструменту в процесі формоутворення, що дозволяє коректно формулювати завдання оброблення складнопрофільних деталей.

Ключові слова: NURBS, інтерполяція, сплайн-криві, траєкторія руху інструменту, CAD/CAM, високошвидкісна обробка, ЧПУ.

Kinematic properties of trajectories described by NURBS

The purpose of the article is to solve a number of problems of using NURBS curves in the implementation of high-speed processing of complex products on machining equipment. NURBS-splines are becoming increasingly popular among CNC specialists, which is motivated by their wide application in the modeling of the production facility in CAD/CAM systems. Advanced manufacturers of CNC devices in the number of shaping algorithms necessarily include NURBS - interpolation. But despite the extensive capabilities of CAD/CAM systems for describing the shape of products and toolpaths of processing equipment using spline curves, many manufacturers of CNC systems use more primitive methods for describing the trajectory of the tool - piecewise linear and linear-circular. This negates the benefits of using spline curves, including smooth curvature change, which is very important when moving the tool at high speed processing. Such simplification of trajectories is associated with a number of difficulties in the implementation of spline curves in modern CNC systems. In addition, the requirements for industrial cleanliness of the surfaces of the parts is information about the processing parameters, the directions of relative movements of the tool and the workpiece on the finishing operations in order to provide technological conditions to the size of the burrs formed. It is possible that the choice of strategy of processing for obtaining the minimum size of a Burr or reduction of their number. The sizes of the turned-out agnails define methods of their elimination in technological process of production of a detail. Therefore, the provision of technological information using the analytical standard of the part is a necessary condition for ensuring the quality of products and their high reliability. NURBS - interpolation allows to obtain a compact description of the tool movement in the process of forming, which allows to correctly formulate the problem of working of complex-shaped parts.

Keywords: NURBS, interpolation, spline curves, toolpath, CAD/CAM, high speed machining, CNC.

Сведения об авторах:

Бычков Игорь Валерьевич – доктор технических наук, с.н.с., заведующий кафедрой 104 Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Украина, e-mail: i.bychkov@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4819-5826.

Мялица Анатолий Константинович – доктор технических наук, проф., кафедра 103 Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Украина.

Бычков Николай Игоревич – ведущий инженер отдела 52 института проблем машиностроения им. А. М. Подгорного (ИПМаш НАН Украины) Украина, e-mail: nikolastas_1982@ukr.net

Григорович Антон Михайлович – аспирант кафедры 104 Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Украина, e-mail: amg_66@mail.ru